This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

Richtlijnen voor gebruik

Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

+ *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.

+ *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.

+ *Laat de eigendomsverklaring staan* Het “watermerk” van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.

+ *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

Informatie over Zoeken naar boeken met Google

Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06907769 5

WISKUNSTIGE VERLUSTIGING,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEEZENE VOORSTELLEN,

MET DERZELVER

ONTBINDINGEN.

DOOR HET

GENOOTSCHAP DER MATHEMATISCHE

WEETENSCHAPPEN,

ONDER DE SPREUK:

EEN ONVERMOEIDE ARBEID KOMT ALLES

TE BOVEN.

EERSTE DEEL.

Te AMSTERDAM,

Gedrukt voor Rekening van 't GENOOTSCHAP, en zyn te bekomen by P. G. GEYSBEEK, op de hoek van de Prinsegragt en Egelantierstraat.

MDCCXCIII.

THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY
ASTOR, LENOX AND TILDEN FOUNDATIONS.
1898.
THE ASTOR LIBRARY

NAAMLYST

DER HEEREN

LEDEN

DES

GENOOTSCHAPS,

ZO ALS DEZELVEN VAN TYD TOT TYD ZYN VERKOREN.

BESTIERDERS

UIT DE HONORAIRE LEDEN.

JOHANNES SCHELLING, Directeur over de Stads Werken, en Stads Landmeeter te Amsterdam.

MEINDERT WIARDT, Schepen en Vroedschap der Stad Haarlem.

BESTIERDERS

UIT DE ORDINAIRE LEDEN.

JOHANNES BERNARDUS NOORDINK,

JOANNES VAN DER PAARDT,

BAREND KNEGTJES,

Alle te Amsterdam.

JACOB DE JONG, te Middelie.

JOHANNES TE VELTRUP, te Haarlem.

JACOB KNEPPEL, te Wormerveer.

HARMANUS RAKERS PIETERSZ., Penningmeester.

JEAN CORRECH, Boekhouder.

ARNOLD. BAST. STRABBE, eerſte Secretaris.

* * * * * * * * * * * * *, tweede Secretaris en algemeen Correſpondent.

CORRESPONDENTEN.

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, voor Groningen en Ommelanden, te Veendam.
FEDDER KARSTENS, te Hamburg.
JOHANN LANGE, te Bremen.
CORNELIS HOKKE, te Kortgene in Noord-Beveland.
JACOB CLAUSET, te Brunisſe.
DIRK FOLKERS, te Embden.
JOHANN ISAAC BERGHAUS, te Cleve.
JOHANNES TE VELTRUP, te Haarlem.
JACOB DE GELDER, te Rotterdam.

GAR-

GARRELT JACOBS BOUMAN, te Wener in Oostvriesland.
GERRIT VERBOON, te Schiedam.
JAN VERSCHOOR H. z., te Gouda.
JOHANNES LINDEMAN JANSZ., te Vlaardingen.
RYN VISSCHER, te Purmerende.
CORNELIS VAN DIEST, in 's Hage.
HENDRIK ROOS, voor geheel Oost-Indiën, te Batavia.

HONORAIRE LEDEN.

JOHANNES SCHILLING, Directeur over de Stads Werken, en Stads Landmeeter te Amsterdam.
JOHANNES DE WILDE, Makelaar te Amsterdam.
CHRISTIAAN BRUNINGS, Inspecteur generaal van 's Lands Rivieren, op den huize Zwanenburg.
CORNELIUS CONSTANTINUS VAN VALKENBURG, te Haarlem.
MEINDERT WIARDI, Schepen en Vroedschap der Stad Haarlem.
HENRICUS HENSUMA, Secretaris te Mydrecht.

ORDINAIRE LEDEN.

ARNOLD. BAST. STRABBE, Mathematicus en Leermeester in de Wis- en Sterrekunde te Amſterdam, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg, SECRETARIS des Genootſchaps.

JAN BOLTEN, geadmitteerd Landmeeter voor de Ed. Hoven van Gelderland, Holland en Utrecht, &c., Architect, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; en Gecommitteerde tot de commisſie der Werktuig- en Scheikunde van den Oeconomiſchen tak, Claſſis Amſterdam.

HARMANUS RAKERS PIETERSZ., Leermeester der Wiskunde te Amſterdam, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; PENNINGMEESTER des Genootſchaps.

JOHANNES TE VELTRUP, Leermeester der Wiskunde te Haarlem; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

MAR-

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, Mathematicus, Schoolmeester en Voorzanger te Veendam; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

SIMON WILDEBOER WILLEMSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Bergen in Kennemerland.

JOSUA REITSMA, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Bedykte Schermeer.

CORNELIS BREEVILT, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Hoorn; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANNES LOMANS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

FEDDER KARSTENS, Banquier te Hamburg, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JACOBUS ACQUOY, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

JEAN CORRECH, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; BOEKHOUDER des Genootſchaps.

MATTHIAS VON DRATELN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; Honorair Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANN LANGE, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Bremen; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

PAULUS ROMOND, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

SIEWERT BAARS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

NICOLAAS WEEBER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

GARRELT JACOBS BOUMAN, Mathematicus; Organiſt en Schoolmeeſter te Wener in Oostfriesland; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JOHANNES PIETER MARCHANT, Konſt- en Kostſchoolhouder te Bodegraaven, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

ALBERT VRYER, Leeraar der Doopsgezinden te Wormerveer; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

KLAAS VAN LIENEN, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Bergen in Kennemerland.

JAN SWITSER DE JONGE, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Purmerende.

JACOB KNEPPEL, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Wormerveer.

ARY ALBLAS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Hoorn; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

RYN VISSCHER ADRIAANSZ., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Purmerende; CORRESPONLENT des Genootschaps.

MATTHEUS VAN DYK, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Schiedam.

DIRK FOLKERS, Leermeester der Wiskunde te Embden; CORRESPONDENT des Genootschaps.

GERKE FOLKERS, Leermeester der Wiskunde te Leer in Oostfriesland.

JAN WITT-BOLS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Enkhuizen.

GERRIT SPYKER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oostwoud.

JACOBUS DEN DEKKER WILLEMSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen, enz. te Amſterdam.

JACOBUS ENGELMAN, geadmitteerd Landmeeter in 's Hage.

COENRAAD WERTZ, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

CORNELIS HOKKE BARENDSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Kortgeene in Noord-Beveland; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

PIETER GROOTES, Koopman en Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Wormerveer.

PIETER VAN BRECHT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen, en geadmitteerd Landmeeter der Graaflykheid van Zeeland, te Nieuwerkerk in Duiveland.

JACOBUS APPEL, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oosterland in Duiveland.

LOUIS SCHUT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Monnikendam.

JACOB CLAUSET, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Brunisſe; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

ANDREAS GRÜNING, Catechiſeer-, Schryf- en Rekenmeester te Altona.

JAN PAUW, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oldemerkt.

JOHANN ISAAC BERGHAUS, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Cleve; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JAN VERSCHOOR H. z., Schout van Crimpen op den Yſſel te Gouda; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

GERRIT SCHUT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Sloterdyk; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

CORNELIS VAN DIEST, Leermeester der Wiskunde in 's Hage; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JACOBUS BURNUR, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

KRAAS AKER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Scharwoude.

JACOB DE GELDER, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Rotterdam; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JACOBUS HOUTHUYSEN, Mr. Timmerman en Makelaar te Amſterdam.

JAN VAN TWISK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Hoogkarſpel.

JA-

JACOBUS JOHANNES NOOD, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Beverwyk.

PIETER SCHELTES, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oosterblokker.

BOUDEWYN PEEREBOOM, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Purmerende.

MEES BAZENDYK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Leerdam.

THOMAS TROÏH, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

JAN RUITER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vianen.

JOANNES VAN DER PAARDT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

CHRISTIAAN FRIEDRICH SCHARNBERG, Leermeester der Wiskunde te Hamburg; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANN HERMANN GRÜNENDAHL, geprivilegeerd Schryf- en Rekenmeester in 't Nieuwe Werk vóór Hamburg; Lid van 't Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANNES BERNARDUS NOORDINK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

Cor-

CORNELIS DE HAAS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Marken buiten.

JACOB DE JONG, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Middelie.

JAN VISSER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Nieuwendam.

JOHANNES LINDEMAN JANSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JAN JACOB DE MEINERTZHAGEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Utrecht.

JAN CHRISTIAAN BRILL, Lieutenant-Ingenieur in dienſt van den Staat te Doesburg.

GERRIT VAN DER PAAUW, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

CORNELIS SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam.

PIETER SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam.

FRANS SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Rotterdam.

REEMT FEIKES FOLKERS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Wildervank.

ARIE ROOS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Bedykte Schermeer.

BARTHOLOMEUS VAN HEYNINGEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

MAURITS ADRIAAN DE SAVORNIN LOHMAN, Jur. Utr. & Philoſop. Stud. te Groningen.

JAN JACOB BOUWENS, Capitein-Ingenieur in dienst van den Staat te Groningen.

PIETER HOUTTUYN, G. Z. Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Hoorn.

ADRIANUS KAMSTEEG, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Rotterdam.

JACOBUS CATHARINUS CORNELIS DEN BEER POORTUGAAL, Koopman, mitsgaders Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam.

GERRIT VERBOON, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JOHANNES KUIPERS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Zuidlaren.

BAREND KNEGTJES, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

KLAAS FREDRIK JASPER MORRIEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

CORNELIS STEENHUIS, Deurwaarder op het Comptoir der beſchreevene Middelen te Medemblik.

LUCAS KOOPS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

LAU-

LAURENS BELY, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Almelo.

CORNELIS OTTEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vianen.

WILLEM CORNELIS BAKKER, Secretaris in de hooge en vrye Heerlykheid Purmerland en Ilpendam te Purmerland.

LUIJS SCHUT GERRITSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Purmerland.

KLAAS SMIT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

A. CROISET, Capitein-Ingenieur in dienſt van den Staat te Arnhem.

H. TIDDENS, Ideutenant-Ingenieur in dienſt van den Staat te Hasſelt in Overyſel.

CHRISTIAAN BRUNINGS JUNIOR, Inſpecteur van Rhynland, mitsgaders Schout en Secretaris van Sparendam te Sparendam.

HENDRIK GHELE, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

PIETER CATS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Bedykte Schermeer.

JACOB ARNOLD HESSELINK, Extraordinair Ingenieur in dienſt van den Staat te Doesburg.

JOHANNES KOST, Extraordinair Ingenieur in dienſt van den Staat te Sluis in Vlaanderen.

ADRIANUS VERDAM, geädmitteerd Landmeeter voor de Ed. Hoven van Holland en Utrecht te Mydrecht.

HENDRIK VAN VOORST, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Thamen aan den Amſtel.

DANIEL BRAUBACH, Openbaar Leeraar der Zeevaartkunde te Bremen.

CARSTEN MARTENS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Bremen.

WILLEM LIGTHART, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Gouda.

EVERT JOANNES LE FRANCQ VAN BERKHEY, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Abcoude.

GERRIT VAN DER PLAAT PIETERSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Loenen.

PIETER VAN ZONSBEEK, Mr. Metzelaar en Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen.

WILLEM VAN OSSELEN, Mr. Molenmaaker en Timmerman, mitsgaders Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen.

HENDRIK ROOS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Batavia; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

PIETER KOOPS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Medemblik.

VER-

WISKUNSTIGE VERLUSTIGING,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEEZENE VOORSTELLEN

I. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Gegeeven zynde een ſtuk houts AB, dat door een ander *verticaal* ſtuk houts gedragen wordt, vraagt men naar de ſtelling van een Schoor *m n*, van eene gegeevene lengte, die zodanig tuſſchen beiden geplaatst worde, dat het ſtuk houts AB de mogelyk grootſte ondersteuning hebbe?

II. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

In eenen Cirkel, wiens middellyn doet *a*, is een *Parabool* geſchreeven, zo groot als mogelyk is:

men vraagt naar deszelfs *Abſciſſe*, *Ordinaat*, *Parameter* en Inhoud?

III. VOORSTEL.

Door C. BREVILT.

Men begeert een Driehoek ABC te beſchryven, zodanig, dat indien een lyn BD den tophoek B in twee gelyke deelen, en den *Baſis* AC in D ſnydt, de zyde AB, gemelde lyn BD, en het deel van den *Baſis* CD gelyk zyn aan drie gegeevene lynen P, Q en R.

IV. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is de ſom der drie zyden 12, en de Inhoud 6. Vraage naar ieder zyde byzonder?

V. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

De Ouderdom van twee myner Vrienden is zodanig, dat wanneer men hunne Jaaren te ſaamen addeert, de ſom een *Quadraat* zy, wiens Wortel het verſchil van hunne Jaaren is; en zo men hunne Jaaren ieder byzonder *quadrateert*, en die *Quadraaten* dan te ſaamen addeert, zo komt 'er mede een *Quadraat*, welks Wortel 35 is. Vraage naar ieders Ouderdom?

VI.

VI. VOORSTEL.

Door M. JELLEMA.

Gegeeven zynde $a + b = 12$, en $a^4 + 9b^2 a - 6a^2 b = 1508$. Vraage naar de Waarden van a en b, niet alleen door Teerlings-, meer voornaamelyk door Vierkants-Vergelykinge? (*a*)

VII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^4 - 18x^3 + 18x^2 + 18x + 1 = 0$, Vraage naa alle derzelver Wortelen?

VIII. VOORSTEL.

Door H. L. BROMIUS.

A heeft van B gekocht eenige Goederen, bedragende te ſaamen 5000 Guldens, onder Conditie, dat hy dezelve zal betaalen één Jaar daar na: dan A nu voorzien van geld, en het alsdan benoodigd zynde, biedt hem aan om een gedeelte terſtond te betaalen (dus één Jaar vooruit), met beding, dat hy dan het overige 8 maanden laater zal mogen betaalen. B accordeert deeze Conditie en vraagt, hoe veel hy dan vóór, en hoe veel na den tyd ontfangen moet; op dat geen van beiden ſchade kome te lyden?

IX.

(*a*) HALCKEN's *Zinnen-Conſt*, N. 201.

IX. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

By gelegenheid van het bedryf eens Kinderſpels zou een Vlieger, aan een touw opgelaaten, eene geruime distantie van ons in de hoogte verheven ſtaan; zo viel dan het geſprek of 'er met eenige mogelykheid zou te meeten zyn, eerst de distantie van een Vlieger A tot den Perſoon, die in B ſtondt, ten tweeden de *perpendiculaire* hoogte, die deeze Vlieger A boven den grond was verheven; doch alzo het touw of de koord, daar deeze Vlieger mede werdt opgelaaten, gemeenlyk een ruime bogt hadt, door deszelfs eigene zwaarte, namen wy aanſtonds een proef daarvan, en maakten juist in C, op de halve lengte van de koord of het Vliegertouw, een kleine dunne koord vast, die met zekere tekens in Voeten was afgedeeld; en daar op werdt de Vlieger opgelaaten; wanneer het dunne koordje uit C recht neder kwam te hangen tot op den grond, als CF, en beyonden dit koordje op de tekening van 100 Voeten *perpendiculair* op den grond te komen, en welke distantie van F tot de plaats, daar het Vliegertouw op den grond was vastgemaakt, als in B, was 230 Voeten; voorts konde ik meeten de hoek FBA te zyn 33 graden. Nu is de Vraag hoe veel de bogt der koorde was, hoe lang dezelve was, en naar de distantie van de plaats B tot den Vlieger in A, alsmede hoe veel dezelve *perpendiculair* hoog ſtondt?

X. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

A en B hebben eenige Guldens te deelen; als men het deel van A cubeert, en de uitkomst door het

Qua-

Quadraat des deels van B deelt, komt 4000, en zo men de Guldens van B quadrateert, en de uitkomst door de Guldens van A deelt, komt 250. Vraage hoe veel geld zy te deelen hadden?

XI. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS *Jacobsz.*

In een Dorps-Logement met gezelſchap in een Kamer zynde, welke haar uitzigt over eene kleine *Rivier* op den Kerktoren hadt, vroeg my een onder ons, wiens zitplaats vlak tegen over het Glasraam was, hoe groot het Beeld van den Toren op het Glas zoude zyn, als geſteld wordt, dat zyn afſtand tot den Toren, als van A tot B, was 100 Voeten, als mede de hoogte des Torens BC = 100 Voeten; doch de afſtand van zyn oog D tot het Glas EF = 6 Voeten, en laatſtelyk de hoogte van zyn oog D boven des Torens Grondvlak BA = 6 Voeten beſtoegen?

XII. VOORSTEL.

Door C. VAN DIJK.

Daar is een Driehoek ABC uit wiens hoek A een *perpendiculair* op BC getrokken is, lang 24. Indien $AC - 4 = AB$, en $BD + 8 = DC$ is; zo is de Vraag hoe lang ieder zyde is?

XIII. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET.

Eenige Regenten der *Oeconomiſche* Schoolen, de Viſitatie doende in een Meisjes-School, verëerden,

een blyke van hun genoegen, aan elk Kind zo veel Stuivers min een halve, als zy Regenten daar waren; zynde het getal der Meisjes het *quadraat*-getal van de Regenten, en de uitdeeling bedroeg te ſaamen 5½ Guldens. Vraage hoe veel Regenten 'er waren?

XIV. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Van eenen rechthoekigen Driehoek zyn de *Quadraaten* der beide rechthoekszyden te ſaamen 164, en de beide rechthoekszyden te ſaamen vermeenigvuldigd, maaken ½ van het grootſte *Quadraat* dier rechthoekszyden uit. Vraage naar ieder zyde byzonder?

XV. VOORSTEL.

Door H. RAMERS.

Twee Perſoonen A en B hebben ieder eene zekere ſom Guldens. A die het meeste heeft, geeft aan B zo veel als B heeft; B nu het meeste hebbende geeft aan A weder zo veel, als A hadt overgehouden; A nu weder meer dan B hebbende, geeft weder aan B zo veel als B hadt overgehouden. Nu geeft B weder zo veel aan A, als A hadt overgehouden, dan weder A aan B, en eindelyk B weder aan A. Nu bevinden zy dat ieder evenveel Guldens heeft: men vraagt, hoe veel Guldens A en B ieder in den beginne gehad hebben, en wel in de kleinſte heele getallen, als mede naar het getal der Ingezoenden?

XVI.

XVI. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS *Jacobsz.*

Men vraagt naar den Meetkunddigen Regel, om aan eenen rechten hoek ABC de gegeevene *Hypothenusa* EG zodanig te voegen, dat dezelve met de twee rechthoekszyden AB, AC eenen rechthoekigen Drieboek maakt, wiens zyden om den rechten hoek aan elkander gelyk zyn?

XVII. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT.

Iemand heeft een ſtukje Lands, hebbende de gedaante van eenen ſtomphoekigen Drieboek ABC, waar van de zyde AB is 20, AC 10, en BC 12 Roeden. Dewyl nu aan de zyde AC een kleiner ſtukje ACD ligt, dat ſlegts door een Goot van het eerſte is afgeſcheiden, in de gedaante van eenen rechthoekigen Drieboek, waar door de ſtompe hoek van het eerſte tot eenen rechten hoek gemaakt wordt, zo koopt hy hetzelve de vierkante Roede voor één Gulden. Vraage wat hy daar voor geeven moet?

XVIII.

XVIII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Iemand huurt ettelyke achteréenvolgende dagen eenig Werkvolk: den eerſten dag 1 man voor 1 dag, den tweeden 2 mannen voor 2 dagen, den derden 3 mannen voor 3 dagen, enz. tot aan het einde in dezelfde orde voortgaande: belooft elken Werkman dagelyks éénen Gulden. By ſlot van rekening wordt bevonden, dat de man, door elkander gerekend, $8\frac{1}{2}$ Guldens ontfangen heeft. Men vraagt hoe veel dagen hy uitging, hoe veel Werkvolk hy aannam, en welke de ſom der uitgetelde Guldens is?

XIX. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

Gegeeven zynde $ax^6 - bx^5 + cx^4 - 160x^3 + 120x^2 - dx + e = 0$; waar van de Teerlings-Wortel is $2x^2 - 5x + 1 = 0$. Men vraagt naar alle de onbekende *Coëfficienten* van die Vergelykinge?

XX. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Van eenen Driehoek gegeeven zynde de drie zyden AB = 65, AC = 75, en BC = 70 Roeden; te vinden eene zyde van het grootſte *Quadraat*, dat in denzelven kan beſchreeven worden. (*b*)

XXI.

(*b*) Zie M. WILKENS, *Geom. Quest.* N. 91.

XXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Zeker Landmeeter heeft te meeten, eene onbegangkelyke, en byna ongenaakbaare, driehoekige Bosschaadje, waar van hy met zyn Roeden-maat niets meeten, noch van eenigen hoek een anderen hoek beschouwen kan; terwyl zelfs het derde hoekpunt geen plaats voor een baaken toelaat, alleenlyk kan hy zo in AC als AB een stok planten, vermits de hoekpunten *A* en *B* hem, des benoodigd zynde, standplaats vergunnen. Vraage, hoe deeze Landmeeter, met het minste Veldwerk, het begeerde kan uitvoeren? (*c*)

XXII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Daar zyn vyf getallen, welker som is 285; de drie eerſten ſtaan in eene *Arithmetiſche*, de drie middelſten in eene *Harmoniſche*, en de drie laatſten in eene *Geometriſche* reden. Zo men het laatſte met het *quadraat* des eerſten vermeenigvuldigt, en 't *product* door het middelſte deelt, komt 'er een *quadraat*getal, 't welk tot het 52 voudige van deszelven Wortel vergaard, gelyk is aan de ſom der vyf getallen, die men begeert te vinden?

XXIII.

(*c*) Dit is het XV. *Voorſtel* der I. Deels der *Kunſt-Oefeningen*, en word om redenen alhier wederom opgegeeven.

XXIII. VOORSTEL.

Door J. Bolten.

In het voorgaande IX. *Voorstel* de *perpendiculaire* hoogte van den Vlieger AG gevonden zynde, is gevolglyk ook bekend deszelfs afstand tot de plaats, daar het Vliegertouw op den grond was vastgemaakt. Wanneer men nu onderstelt, dat twee gelyke Lighaamen uit A worden losgelaaten, waar van het eene, door deszelfs zwaarte, *perpendiculair* den weg AG aflegt, en het andere langs een hellend vlak AB naar beneden snelt, zo vraagt men, hoe ver het eene Lighaam langs het hellend vlak zal gedaald zyn, wanneer het Lighaam dat *perpendiculair* valt in G komt: en hoe veel het eene eerder dan het andere deszelfs Loopbaane heeft afgeloopen?

XXIV. VOORSTEL.

Door M. Jellema.

Vraagt naar alle de *Octagonale*-Wortelen uit deeze Stelkundige grootheden, $x^7 + 12^6 - 91x^5 - 1940x^4 - 9741x^3 + 17892x^2 - 5531x + 3780$, veronderstellende, dat, als men z voor de waarde des *Octagonale*-Wortels stelt, dezelve alsdan met deeze gegeeven z van gelyke grootheid zy?

XXV. VOORSTEL.

Door J. te Veltrup.

Van een *Parallelogram* ABCD is de lengte AC=18, en de breedte AB=8; de zyde DC is verlengd tot in E, zodanig dat CE=10 is. Nu begeert men in de verlengde AB een punt F te vinden in dierwoegen, dat

dat als men de rechte EF trekt, die de zijde AC in G snydt; alsdan de Driehoek AFG gelyk het genoemde *Parallelogram* zy.

XXVI. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT.

Zo men stelt, dat de *Schoonde* 4 Duitsche Mylen ten Oosten van *Groningen* gelegen is; en die beide Plaatsen liggen op 53 Graaden 15 Minuten Noorder-Breedte of Pools-hoogte: dan is de Vraag, hoe veel de *Uurklokken*, naar beider Middaglyn welgaande, van elkander verschillen moeten?

XXVII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Zou het mogelyk zyn den waaren Vierkants-Wortel uit het getal 2 te vinden? (*)

XXVIII.

(*) De Heer J. WATTS zegt in zyne Verhandeling OVER DE OEFFENING EN BESCHAAVING VAN 'T VERSTAND, Hoofdstuk I. Reg. XI. 3e Onderdeel: „ ARITHMO *is van kindsbeen af op een Kantoor geweest, en geloeft daarom, dat hy één der eerste Rekenmeesteren is. Maar onlangs yverig werkende, om den Vierkants-Wortel uit het getal 2 te vinden, was al zyn arbeid te vergeefs: na langen tyd zich in de* Decimaal-Rekeningen *vermoeid te hebben, bekende hy geen einde aan zulk een onderzoek te zyn: en echter leerde deeze doornige en verwarrende Vraage hem zo veel nederigheid, dat hy de onmogelykheid der Ontdekkinge niet durfde vaststellen enz.*"

XXVII. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Gegeeven zynde den Vierkants-Wortel uit 1369 te zyn 37; hoe zal men hier door den Vierkants-Wortel uit 1681 vinden?

XXIX. VOORSTEL.

Door A. ALBLAS.

Welk is het kleinſte getal, dat door 28, 19 en 15 achtervolgens gedeeld zynde, de overblyvende getallen zyn 14, 17 en 2?

XXX. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand neemt voor een zekeren tyd op Interest 375 Rd., à ½ zb veel Pct. des Jaars Interest, als het getal der Maanden zyn; na den verloopen tyd kan hy niet betaalen, verzoekt derhalve ons verlenging des tyds: de Crediteur geeft hem nog ½ zo veel Maanden tyd als de eerſte maal; voor deezen tyd zoude hy echter ½ Pct. des Jaars Interest van de opgenomene ſom meer geeven, dan te vooren; na dit accoord bedraagt alzo de geheele betaaling in Capitaal en Interest 400 Rd., Vraage hoe veel Maanden 'er ieder maal bepaald zyn? (*d*)

XXXI. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

Een langwerpig rechthoekig Vierkant ſtuks Lands, groot *a* Grazen, ieder van 400 vierkante Roeden, de Roede van 12 voeten, wordt door twee rechte ſcheidlynen, evenwydig met de zyden des Lands, en malkanderen dus rechthoekig doorſnydende, in vier ongelyke ſtukken verdeeld, waarvan het kleinſte een rech. *Quadraat*, *b* Grazen, en het grootſte *c* Grazen houdt; men vraagt naar de grootte der twee andere ſtukken?

(*d*) M. JELLEN, *Rekenkundige Byzonderheden*. N. 131.

XXXII. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT.

Drie Smeden koopen eenen Slypſteen, houdende in zyne Middellyn 7 Voeten: met verdrag, dat de eerſte, $\frac{1}{3}$ daarvan afgeſleepen hebbende, den zelven aan den tweeden; en deeze, ingelyks $\frac{1}{3}$ afgeſleepen hebbende, het overige $\frac{1}{3}$ aan den laatſten zal overlaaten, De *Vraag* is, hoe veel Voeten de Middellyn moet houden, na de eerſte, en ook na de tweede afſlyping?

XXXIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van een Driehoek gegeeven zynde den *Perimeter* $2a$, de middellyn van den ingeſchreeven Cirkel $2b$, en de middellyn van den omgeſchreeven Cirkel c, De zyden te vinden?

XXXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN DER OORT.

Iemand heeft twee Stukken Laken, het een geteekend met A, het ander met B. Dezelve zyn van zodanige grootte, dat zo hy tot de vierkante Ellen van het ſtuk A addeert 25800 vierkante Ellen, en de ſom met de vierkante Ellen van het Stuk B. vermeenigvuldigt, het *product* zy 1331000. Deeze Stukken laat hy krimpen, en krimpt A op 5 Ellen lengte 1 El, en op 2 Ellen breedte $\frac{1}{2}$ El; en B op 3 Ellen lengte $\frac{1}{11}$ El, en op 1 El breedte $\frac{1}{2}$ El. Na het krimpen bevindt hy de Stukken even groot te zyn, en zo hy dan de Ellen lengte van het Stuk A ad-

deert tot de Ellen Breedte van het Stuk B, komt 1481 Ellen, en de Ellen lengte van B tot de Breedte van A geaddeerd, doet 175 Ellen. Vraage wat iedere lengte voor 't krimpen geweest, en ook na 't krimpen gebleeven is? (*e*)

XXXV. VOORSTEL.

Door J. Pauw.

In eenen rechthoekigen Driehoek ABC, welks Inhoud is 60, wordt getrokken een lyn van de opſtaande zyde uit D, tot op den *Baſis* in E, maakende eenen anderen Driehoek DBE, waar van de ſchuinſche zyde DE doet 13. Zo nu AD en EC ieder doen 3, vraagt men naar de onbekende zyden der beide Driehoeken (*buiten Algebra, en zonder hoeken te berekenen*)?

XXXVI. VOORSTEL.

Door C. Hokke.

A verkoopt aan B een Paerd voor eene zekere ſomme Ponden Vlaams, onder beding, dat B de *Karel-Lotery* (zynde in Zeeland eene belasting op den verkoop van Paerden à 8½ P.cto.) aan den Pagter moest betaalen. B verkoopt direct dat zelfde paerd aan C, en neemt op zich ook daar van de *Karel-Lotery* te zullen betaalen; B nu tweemaalen den Impost betaald hebbende, wint nog daarenboven 7 Ponden Vlaams. — Na eenigen tyd verkoopt C dat zelfde Paerd, zonder Winst of Verlies, aan D, onder conditie dat D de *Karel-Lotery* moet betaalen. De Pagter van ge-

(*e*) Dit is het 26ſte Voorſtel van G. E. Bakker, achter *Braſſers Algebra*.

XLII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP *te* HOORN, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Men begeert *n* getallen te vinden, waar van het eerste met de $\frac{1}{2}$ van alle de overigen, het tweede met de $\frac{1}{3}$ van alle de overigen, het derde met de $\frac{1}{4}$ van alle de overigen, het vierde met de $\frac{1}{5}$ van alle de overigen, enz. geduurig *a* opleevert?

XLIII. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET.

Iemand Erfgenaam geworden zynde in eene Nalaatenschap van $6\frac{1}{4}$ Tonnen Gouds, vraagde aan de Executeurs, hoe veel zyne Portie wel bedraagen zoude? Welke antwoordden, wanneer $4\frac{4}{5}$ van $5\frac{5}{8}$ deel aan de andere Erfgenaamen is uitgekeerd, dan is de rest uwe Portie. Vraage, hoe veel Guldens dezelve bedroeg?

XLIV. VOORSTEL.

Door D. AENMEY.

In de naastvoorgaande Week ging ik eens wandelen naar één myner Confraters, en zag by die gelegenheid een Haas in zyn Leger zitten; ik stelde daar op een paal, lang 5 Voeten: 12 Voeten nader gekomen zynde, stelde ik nog een paal van 3 Voeten, hebbende toen de koppen der paalen en den Haas recht tegen over malkanderen. Zo wanneer de Haas opliep, en in $\frac{1}{2}$ Minuut zo veel wegs aflegt, dat ik

om hem langs de koppen der paalen te zien, de eerſte of voorſte paal 21 Duimen (van 12 in een Voet) hooger moest ſtellen, wordt gevraagd, hoe veel Roeden de Haas in een Uur loopt?

XLV. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Zo twee rechte lynen elkander in een Cirkel rechthoekig doorſnyden, dan zyn de *Quadraaten* van de vier ſtukken ſaamen even zo groot, als het *Quadraat* op den *Diameter*. Vraage naar 't Bewys?

XLVI. VOORSTEL.

Door H. L. BRONIUS.

Iemand heeft gekocht zekere Koopmanſchappen, te betaalen met Casgeld, doch de Verkooper verzoekt zyne betaaling in Banco, preſenteerende 2½ Pcto voor de Agio van 't Bankgeld, en voor de Tarra te laaten korten 10 ten 100, dat is: van 110 zal hy maar 100 betaalen, zo doende, zoude hy dan nog 16 ten 100 's Jaars winnen: maar de andere zegt neen, geeft my voor de Agio 3 Pcto, en voor de Tarra 12 ten 100, 't welk de Verkooper toeſtaat. Vraage, hoe veel hy dan nog ten 100 's Jaars wint? (*h*)

XLVII.

(*h*) Zie den Aanhang van diverſe Questien door *Dirk de Hollander*, achter de *Cyfferkonſt van David Kok van Enkhuizen*, ſom 154.

XLVII. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand neemt op Rente ⊡ 50, Rd. tegen □ Pcto ½ Jaars; na 2 Jaaren wil hy het Capitaal met gemeene Interest afdoen. De Crediteur eischt echter Interest op Interest; derhalve na derzelver accordeeringe moest hy 'er nog 2 Rd. 24 Gr. 2½ Zw. bydoen. Vraage hoe groot het Capitaal geweest is, en hoe hoog het Pcto. gerekend zy? (*i*)

XLVIII. VOORSTEL.

Door P. J. B. C. VAN DER AA.

Een Heer heeft een Stuk Lands, gereed om beplant te worden, 't welk hy tot een Bosch wil laaten beplanten. De Boer by hem gekomen zynde, om het aan te neemen, zoekt de Heer naar den Opdragtbrief, om de grootte te weeten; doch dezelve was door onachtzaamheid zeer beklad: men kon 'er niet van leezen, *dan lang 450 Roeden*, (de breedte was geheel beklad) *groot* △ 2 *Morgen*, △ 5 □ *Vierkante Roeden Rhynlandsch* De Boer gaat naar de Stad, om by iemand, die daaromtrent Papieren hadt, naar den Inhoud te vraagen: de Boer bleef ⊙ Dagen uit, en conditioneert te zullen hebben 1 □ Stuivers 's daags.

De

(*i*) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, N. 127.

om hem langs de koppen der paalen te zien, de eerſte of voorſte paal 21 Duimen (van 12 in een Voet) hooger moest ſtellen, wordt gevraagd, hoe veel Roeden de Haas in een Uur loopt?

XLV. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Zo twee rechte lynen elkander in een Cirkel rechthoekig doorſnyden, dan zyn de *Quadraaten* van de vier ſtukken ſaamen even zo groot, als het *Quadraat* op den *Diameter*. Vraage naar 't Bewys?

XLVI. VOORSTEL.

Door H. L. BRONIUS.

Iemand heeft gekocht zekere Koopmanſchappen, te betaalen met Casgeld, doch de Verkooper verzoekt zyne betaaling in Banco, preſenteerende 2½ Pcto voor de Agio van 't Bankgeld, en voor de Tarra te laaten korten 10 ten 100, dat is: van 110 zal hy maar 100 betaalen, zo doende, zoude hy dan nog 16 ten 100 's Jaars winnen: maar de andere zegt neen, geeft my voor de Agio 3 Pcto, en voor de Tarra 12 ten 100, 't welk de Verkooper toeſtaat. Vraage hoe veel hy dan nog ten 100 's Jaars wint? (*h*)

XLVII.

(*h*) Zie den Aanhang van diverſe Questien door *Dirk de Hollander*, achter de *Cyfferkonſt van David Kok van Enkhuizen*, fom 154

XLVII. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand neemt op Rente ⊡ 50, Rd. tegen □ Pcto 3 Jaars; na 2 Jaaren wil hy het Capitaal met gemeene Interest afdoen. De Crediteur eischt echter Interest op Interest; derhalve na derzelver accordeeringe moest hy 'er nog 2 Rd. 24 Gr. 2⅞ Zw. bydoen. Vraage hoe groot het Capitaal geweest is, en hoe hoog het Pcto. gerekend zy? (*i*)

XLVIII. VOORSTEL.

Door P. J. B. C. VAN DER AA.

Een Heer heeft een Stuk Lands, gereed om beplant te worden, 't welk hy tot een Bosch wil laaten beplanten. De Boer by hem gekomen zynde, om het aan te neemen, zoekt de Heer naar den Opdragtbrief, om de grootte te weeten; doch dezelve was door onachtzaamheid zeer beklad: men kon 'er niet van leezen, *dan lang* 450 *Roeden*, (de breedte was geheel beklad) *groot* △ 2 *Morgen*, △ 5 □ *Vierkante Roeden Rhynlandsch*. De Boer gaat naar de Stad, om by iemand, die daaromtrent Papieren hadt, naar den Inhoud te vraagen: de Boer bleef ⊙ Dagen uit, en conditioneert te zullen hebben 1 □ Stuivers 's daags.

De

(*i*) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, N. 127.

De menschen die 'er aan werken gaan voort in eene *Arithmetische Progressie*, waar van de opgang 2, en de eerste *Term* 2 is, zo dat elken dag 2 man meer 'er aan werkt, en elk man 's daags 8 Vierkante Roeden beplant: zy krygen het af, op eenige Roeden na, in 5 ☾ Dagen, elken dag werken zy 10 uuren.

Als men de dagen, die de Boer uitbleef, *quadrateert*, en 'er 8 by vergaart, heeft men de breedte; de waarde van △ + 3 is = ☉; de waarde van ☾ is = ☉ − 1, en de dagen of *Termen* der *Arithmetische Progressie*, 5 ☾, met 2 vermeenigvuldigd, en 1 'er bygedaan, is gelyk 6 maal de waarde van □, meer 19 maal △, meer 5 maal ☾; maar ☉, en 4 maal het gulde getal van 't Jaar na Christi Geboorte 1790, vermeenigvuldigd met 90, en 2 maal den Zonnen-Cirkel van 't zelve Jaar meer één 'er afgetrokken, is gelyk aan 't Jaargetal, waar in 't gebeurde, en zy beginnen op den zo veelsten van die Maand, als de laatste Paasch-Volle Maan zal zyn Anno 1790 (NB. dit laatste *Chronologisch* berekend).

Hoe lang is dan het Land? Hoe breed? Hoe groot? Hoe lang blyft de Boer uit? Hoe veel geeft die Heer 's daags? Hoe veel Lieden werken 'er aan in 't geheel? Wanneer beginnen zy? Op welk een dag der Week? Wanneer scheiden zy uit? Welk een dag der Week? (NB. De Zondagen zyn niet in de 5 ☾ dagen begreepen). Hoe veel is 't overschot? Hoe lang werken degeenen, die in de laatste *Termen* der *Progressie* 'er aan gewerkt hebben, over 't overschot? Hoe veel kost het dien Heer?

XLIX. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Als een Horologie, dat op de Oppervlakte van de Aarde de uuren van den dag naauwkeurig aanwyst, op den top van zekeren Berg gebragt zynde, dagelyks 2 Minuten verschtert, begeert men te weeten, hoe hoog de Berg is?

L.

L. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Eene Vergelyking $z^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} - Cx^{n-3} + Dx^{n-4} - \&c. = 0$ in eene andere $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - C'y^{n-3} + D'y^{n-4} - \&c. = 0$ te veranderen, zolang, dat de Wortel y der gezochte *Æquatie* eene *Functie* van den Wortel x der gegeevene *Æquatie* van de volgende gedaante $zy = -\left(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s + \&c. + e\right)^{\frac{l}{k}}$, waar in m, p, q, r, s, en t heele stellige getallen moeten zyn, terwyl l, k, a, b, c, d, e geheele of gebroken, stellige of ontkennende grootheden mogen zyn.

LI. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Twee getallen te vinden, van welken de som, de som der *Cuben*; en de som der vyfde Magten tot elkander in reden staan, als p, q en r, of 1, 19, en 421? (NB. *Men begeert in de Ontbinding van dit Voorstel* x *en* y *te stellen, en hetzelve tot eene Vierkants-Vergelykinge te brengen.*)

LII. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

Daar is een Cirkel, wiens *Diameter* ZN is 30; dezelve is verlengd tot in C, doende CZ 6. Vervolgens is getrokken de lyn CD, welkers lengte is 20; dezelve ſnydt den Cirkel in E. Vraage naar CE, DE, en den *Perpendiculair* DH? (*k*)

LIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

In de zelfde Figuur is gegeeven de lyn CD = 15, CE = 8, en de *Perpendiculair* DH = 9. Vraage naar den *Diameter* des Cirkels, en het verlengde CZ? (*l*)

LIV. VOORSTEL.

Door I. CLAUSET.

Een Vrouw koopt 12 Steen Vlas, verkoopt den Steen wederom voor 7 Guldens, en wint met 36 Daalders, $\frac{1}{4}$ der aangelegde ſom. Hoe veel heeft de Steen gekost? (*m*) *Door Arithmetica.*

LV.

(*k*) HALCKEN's *Zinnen-Confect*, N. 479.

(*l*) *Ibid.* N. 480.

(*m*) *Ibid.* N. 192.

LV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van een Driehoek ABC gegeeven zynde, de hoek A = 60 Graaden, de ſom der zyden = 2*a*, en de Middellyn van den ingeſchreeven Cirkel = 2*b*, de drie zyden van denzelven te vinden?

LVI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

De middellynen van de in- en omgeſchreeven Cirkels eens Driehoeks, en de Inhoud van dien Driehoek, *a*, *4b* en P gegeeven zynde, de zyden te vinden?

LVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

In eenen gelykbeenigen Driehoek ABC werden beſchreeven drie Cirkelen boven elkanderen, die elkander, gelyk ook de zyden des Driehoeks raaken. Zo nu de *Diameter* des grootſten Cirkels doet 20, en die des kleinſten $7\frac{1}{2}$, vraagt men naar den *Diameter* des middelſten Cirkels, als mede naar de zyden des Driehoeks?

LVIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Indien het getal der Geboorenen tot dat der Ster-venden is, als 112 tot 100, en het getal dergeenen die jaarlyks ſterven tot dat van het geheele Menſchdom, als 1 tot 40, binnen hoe veel Jaaren zal dan het gantſche Menſchlyk Geſlacht verdubbeld zyn?

LIX. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Daar is eene *Arithmetiſche Progreſſie* van drie getallen; als men het eerſte en tweede met elkander vermeenigvuldigd, en tot dat *product* addeert des derden getals *Quadraat*, komt 'er 9088, en het tweede met het derde vermeenigvuldigd, komt 'er 4928. Vraage naar de getallen? (*n*)

LX. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Van eene opklimmende *Arithmetiſche Progreſſie* is het verſchil der uiterſte Leden 55; maar wanneer deeze *Progreſſie* nog 16 Leden wordt voortgezet, dan is het verſchil van de uiterſte Leden 195, en het getal des inhouds, of de ſom, van de eerſte *Progreſſie*, met het getal des inhouds, of de ſom, van de uitgezette Leden vermeenigvuldigd; komt 992772. Vraage, naar ieders inhoud byzonder? (*o*)

LXI.

(*n*) L. VAN KEULEN *Konſtige Vraagen*, N. 60.
(*o*) H. MEISZNER *Kunſtſtuk*, Aanhang N. 117.

LXI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Daar is eene *Arithmetiſche Progreſſie* van zes Leden; wanneer men multipliceert het eerſte Lid met het tweede, het tweede met het derde, het derde met het vierde, het vierde met het vyfde, het vyfde met het zesde; deeze vyf *Producten* het eene van het andere ſubſtraheert, *naamelyk* het eerſte van het tweede, het tweede van het derde, het derde van het vierde, en het vierde van het vyfde, en dan deeze vier verſchillen met elkanderen multipliceert, zo is het *Product* 27143424; maar wanneer men het zesde Lid multipliceert met het eerſte, het vyfde met het tweede, het vierde met het derde, en vervolgens het verſchil des eerſten en tweeden *Products* multipliceert met het verſchil des tweeden en derden *Products*, dan komt 'er 648. Vraage naar de gemelde *Progreſſie*? (*p*)

LXII. VOORSTEL.

Door P. Romond.

Men vindt by J. P. Graaman *in zyn Licht des Koopmans*, *II. Deel*, pag. 75, eenen algemeenen Regel, om de goude Cruſaden te berekenen.

De goude Cruſaden worden altoos aangenomen tot 21 Karaat 11½ Grein (1 Mark fyn doet in het Goud-Eſſay Gewigt 24 Karaat, 1 Karaat 12 Grein, 1 Grein 24 Klein-Grein), en tot een vaſten Prys van *f* 355 het

(*p*) H. Meiszner's *Kunſtboek*, Aanhang N. 119.

het Mark fyn. De Negotie geschiedt met Pet. Opgeld.

Dezelve wordt aldus opgegeeven:

„ Maakt de Marken Bruto Goud altyd met 8 tot „ Oncen, en deeze verders met 40 tot halve-Pen„ ningen; hier by 1 Pct., en verders uit deeze de „ helft; de som van deeze drie deelen zyn de be„ geerde Guldens."

Men vraagt naar het Bewys van deezen Regel?

LXIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP *te* HOORN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Men heeft n onderscheidene getallen, als a, b, c, d, enz., van welken de som der *Trigonaalen* $= p$, en de som der *Decagonaalen* $= q$ is. Men begeert de som hunner *Cosiogonaalen* te vinden?

LXIV. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Twee Persoonen, als M en N, hebben gekocht een winkelrecht driehoekig stuk Lands, groot 96 Roeden, hetwelk zy verdeelen door eene Scheidlinie, getrokken uit den hoek C tot het punt D, in de langste rechtshoekszyde AB, maakende

BD

BD = BC, en bevonden de lengte van D tot aan den tophoek A nog lang te zyn 4 Roeden; betaalen daar voor ieder na rato zyns Lands. Indien men ieders som Guldens *quadrateert*, en deeze *quadraaten* saamen addeert by tweemaal de som Guldens, welke M, die het meeste Land heeft, moet betaalen, komt 'er 52272, en het verschil der *quadraaten* hunner Guldens is 41472. Nu is de vraag naar de lengte der zyden van den Driehoek ABC ieder byzonder, als mede hoe veel Guldens ieder voor zyn aandeel moet betaalen? *Zonder Algebra.*

LXV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Van eenen rechthoekigen Driehoek ABC, recht in B, is de *Basis* BC een *Trigonaal*-getal; de schuinsche AC is den *Trigonaal*-Wortel uit BC langer dan BC, en AB is de helft van AC + BC. Vraage naar de drie zyden van den Driehoek ieder byzonder?

LXVI. VOORSTEL.

Door G. Diepenhorst.

Iemand my vraagende naar den Geboortedag van één myner goede Vrienden, antwoordde ik hem dus: zo men het getal der maanden van het begin des Jaars optelt by den datum eener loopende maand, zo komt 'er 31, en het *quadraat* der maanden verschilt van het *quadraat* des datums 589; en wanneer het Jaargetal ver-

vermeenigvuldigd wordt met de som der maanden, en den *Radix* van den hoeveelden dag der maand, dan komt 'er even zo veel, als of men het Jaargetal met den *Radix* van den dag der maand alleen vermeenigvuldigde, en dan 10350 daar by addeerde. Vraage op wat dag, in wat maand en Jaar myn Vriend gebooren is?

LXVII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTHUIS.

Eene *Arithmetische Progressie* van vier *Termen* te vinden, zodanig, dat het verschil tusschen het vermeenigvuldigde van den tweeden en derden, en dat van den eersten en vierden *Term* gelyk een gegeeven getal *a* zy. De eerste *Term* gelyk een *rationaal* heel getal gegeeven zynde, hoedanig moet het getal *a* genomen worden, op dat de *Termen rationaale* heele getallen zyn?

LXVIII. VOORSTEL.

Door SIMPLEX.

Als 10 maar 7 bedraagt, hoe veel zal dan het *Product* van 12 maal 12 zyn, door eene daadelyke vermeenigvuldiging?

LXIX.

LXIX. VOORSTEL.

Door JACOB BOLTEN JANSZ.

In een Rechthoek *ABDE* is gegeeven een punt H. Wanneer dan uit de vier hoeken tot het zelfde punt H lynen getrokken worden, zullen de Quadraaten op AH en HE ſaamen genomen, gelyk aan de ſom der Quadraaten *op HD* en *HB* zyn. Vraage naar 't *Bewys?*

LXX. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

In eenen gelykzydigen Driehoek ABC is een Cirkel P beſchreeven, en uit het Centrum *d* tot in den hoek ABC een lyn getrokken, welke den omtrek des Cirkels in *e*, en den hoek ABC in twee gelyke deelen ſnydt. Nu is gegeeven het ſtuk B*e* der lyn B*d* gelyk 21. Vraage naar den *Diameter*, Omtrek, en Inhoud des Cirkels P?

LXXI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Een gegeeven getal in tweeën te deelen, zodanig dat het Vermeenigvuldigde van de ſom der *Teerlingen* met de ſom der *Quadraaten* gelyk zy aan een ander gegeeven getal.

NB. P. VENEMA, uit wiens *Algebra* (*Vierk. Vergel.* No. 40) ik dit Voorſtel heb overgenomen, zegt dat men noodzaakelyk, om tot eene Vierkants-

Vergelykinge te komen, $x+y$ en $x-y$ voor de deelen moet ſtellen, alzo anders de Vergelykinge hooger zal loopen; dan daar ik by de overziening en verbetering des vyfden Druks van dat Werk, op pag. 141, juist het tegendeel beweerd heb, vraag ik in deezen naar de Oplosſing van dit Voorſtel, in de onderſtelling dat x en y de deelen zyn, zonder tot eene hoogere Vergelyking dan het Vierkant te komen? (*)

LXXII. VOORSTEL.

Door J. DE JONGH.

Daar is een getal, als men hetzelve verheft tot een *Trigonaal*, dan komt 'er zo veel, als of men 't getal met deszelfs *Pronik* vermeenigvuldigde, en het komende door 20 deelde. Vraage naar hetzelve getal?

LXXIII. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

Van den Driehoek ABC is bekend, den hoek $A = 59^{\circ}\ 29'$, de *Baſis* $BC = 14$, en het verſchil der opſtaande zyden AB, AC, zynde $BK = 2$. Vraage naar AB en AC?

LXXIV.

(*) Daar het feilen menschlyk is, zal niemand door deezen misgreep VENEMA wegens onkunde kunnen berispen; maar ik zeg rond uit, en zal het des noods te zyner tyd bewyzen, dat zy, die waanen, dat hy niet geweeten heeft wat *irrationaale* getallen zyn, hunne eigene onkunde verraaden, en tot het Ezels-geſlacht behooren.

LXXIV. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

De Meet- en Rekenkunst bepaalen wel de maat
Van 't Lichaam, dat gesloten in zyne wanden staat;
Maar wordt niet op deeze aard 't recht door het krom verslonden,
Hoe wordt de rechte maat dan van het krom gevonden?
Van stok of steen of plant, van levend dier of mensch,
Of eenig lid van 't Lyf? 'tis CURIOSUS wensch:
Wen gy zyn zucht voldoet, hy zal de Wiskunst eeren;
Ja! uit nieuwsgierigheid die zelf wel willen leeren.

LXXV. VOORSTEL.

Door J. J. BERGHAUS.

Uit twee gegeevene punten A en B, in den grootsten Cirkel EE op de Oppervlakte eens Kegels, eenen Driehoek ABC te tekenen, waar van de top C in eenen anderen gegeeven Cirkel valt, en zodanig, dat de Inhoud van dien Driehoek de mogelyk grootste zy?

LXXVI. VOORSTEL.

Door J. VERTON.

Zo men 72 Potten koopt, op conditie, dat men voor de twee eerste één Penning zal betaalen, en verder elke 2 Potten met 2 Penningen vermeerderen;

ren; terwyl men bovendien op het gehuel nog 15 Stuiv. zal opleggen. Hoe veel is de Winst, wanneer men elke Pot voor 2 Stuiv. verkoopt?

LXXVII. VOORSTEL.

Door G. Schut.

Van eenen rechthoekigen Driehoek ABC gegeeven zynde de ſom der zyden = 12, en haar vermeenigvuldigde = 60, vraagt men naar elk der zyden *in* 't byzonder?

LXXVIII. VOORSTEL.

Door Jan Ruyter.

Op een Graf te *Jouwer* in Friesland ſtaat dit Graffchrift:

Klaas Lieuwis Fopma ligt hier begraaven. Zyne Ouderdom, toen hy ſtierf, by de helft der Jaaren Christi geaddeerd, komt $878\frac{549}{730}$, en het éénvierde van zyne Jaaren met de Jaaren Christi gemultipliceerd, komt $17159\frac{19391}{26645}$. De Vraag is wanneer hy geſtorven is, en hoe oud hy was?

LXXIX. VOORSTEL.

Door H. Dresselhuis.

Men begeert te weeten, welk eene betrekking de *Parameter*, *Abſciſſe*, en grootſte *Applicaat* (of *Baſis*) van

van een *Parabool* tot de middellyn des ingeschreevenen Cirkels hebben?

LXXX. VOORSTEL.

Door JAN PAUW.

Van drie *Steeden A, B en C* vertrekken gestadig *drie Posten* naar de Stad D; van A heeft men 'er toe noodig 28 uuren, van B 19 uuren, en van C 15 uuren: verders weet men, dat van A om de 28 uuren, van B om de 19 uuren, en van C om de 15 uuren een Post afgaat. Zo nu in de Stad D vier Herbergen zyn, daar deeze aankomende Posten logeeren, naamelyk, dat de eerste aankomende Post zyn intrek neemt in E, de tweede in F, de derde in G, de vierde in H, en de vyfde dan wederom in E, en zo vervolgens by de beurt om; en dat uit ieder Stad de eerste Post was afgegaan den 14 Maart 1777, 's avonds ten 6 uuren, zo gebeurt het, dat 'er naauwlyks een vierendeel Jaars verloopen is, of 'er arriveert een Post uit een der Steeden; één uur na deezen wederom een, en 5 uuren na den laatstgenoemden wederom een. Men vraagt in welke maand, *wat datum*, en hoe laat *het was by ieder arrivement*, en *in welke* Herberg ieder *deezer Posten*, volgens den ordinairen tour, zynen intrek moest neemen?

NB. Wanneer 'er twee Posten te gelyk, en in het zelfde oogenblik, in de Stad D arriveeren, neemen zy beide hunnen intrek in die Herberg, welke als dan aan de beurt legt. (*q*)

LXXXI.

(*q*) Dit Voorstel is opgegeeven in de *Examen van de Heer*, gehouden den 26 September 1778. Examinator

LXXXI. VOORSTEL.

Door J. J. BERGHAUS.

Een man van 60 Jaaren, die 10000 Guldens bezit, gelooft nog 20 Jaaren te leeven. Hy doet dit Capitaal op Interest tegen 5 ten honderd 's Jaars; nu begeert hy te weeten, hoe veel hy ieder Jaar verteeren kan, op dat 'er na 20 Jaaren niets meer van het geheele Capitaal overig zy, en dus zyn vermogen met het leven eindige?

Dit Voorstel is reeds opgegeeven in de *Kunst-Oeffeningen* van dit Genootschap I. *Deel*, *pag.* 19. *Voorstel* 78, en in de Ontbindingen van dat Deel *pag.* 114 & *seq.* door *Algebra* opgelost; doch de Opgeever eischt in deezen de Oplossing door *Arithmetica*.

LXXXII. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Van een Driehoek ABC is gegeeven AB = 43, BC = 27 + √ 24 − √ 195, en AC = 27 − √ 24 + √ 195 Roeden. Vraage naar denzelfs Inhoud?

LXXXIII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

De drie *Termen* van eene met 3 opgaande *Arithmetische Progressie*, saamen vermeenigvuldigd, geeven een allerkleinst getal. Vraage naar de *Progressie*?

LXXXIV.

Jakob de Nieuwe, Schoolmeester en Voorzanger te Calandsog.

LXXXIV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^3 - 4x^2y + 5xy^2 - 2y^3 = 0$, en $x^4 + 16xy = 1584$. Vraage hoe veel x en y doet?

LXXXV. VOORSTEL.

Door J. DE JONGH.

Daar zyn twee getallen in *proportione ſubtripla ſubſesqui altera*, waar van de ſom der Pronikken, vermeenigvuldigd met het kleinſte getal, $252\frac{1}{2}$ maal het grootſte getal uitleevert. Vraage naar de getallen?

LXXXVI. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

Vier koopen te ſaamen een Schip, en de ſom, die de eerſte daar toe betaalt, met de $\frac{1}{2}$ der andere drie, is de waarde van het Schip; ook is de ſom des tweeden met de $\frac{1}{3}$ der andere drie, als mede de ſom des derden met de $\frac{1}{4}$ der andere drie, en eindelyk de ſom des vierden met de $\frac{1}{5}$ der andere drie, telkens de waarde van het Schip. Zo nu het Schip koſt f 3600, hoe veel *geld heeft dan ieder daar toe betaald?* (r)

LXXXVII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS JACOBSZ.

Welke is de Meetkundige Regel, om uit een plat ſtuk Lood een hollen Kegel te maaken?

LXXXVIII.

(r) J. VAN DER SCHOUREN, *Gezelſchaps-Rekening*, Ex. 19.

LXXXVIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Welke is de Meetkundige Regel, om uit een plat ſtuk Lood eene holle vierzydige Piramide te maaken, zodanig dat 'er maar eene ſaamenvoeging aan gevonden wordt?

LXXXIX. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Onze Timmerman *C. Uil* heeft gekocht een party Deelen, wier getal beſtaat uit drie Cyfferletteren, het ſtuk voor 16 ſtuivers, hy liet het beloop derzelve door my berekenen, 'doch liet, uit wantrouwen, of myne rekening wel goed was, het nog eens door zynen knegt *Maarten* doen: dan deeze ſtelde de achterſte letter van 't getal Deelen daar de voorſte, en de voorſte daar de achterſte moest ſtaan, behoudende de middelſte zyne eigene plaats, en bekwam door dien weg 79 Guld. 4 Stuiv. meer dan ik, die 't wel gerekend had. De Baas, dit verſchil ziende, laat het wederom doen door zynen knegt *Cornelis*, deeze plaatst de middelſte letter daar de achterſte, en de achterſte daar de middelſte moest ſtaan, waar door hy 7 Guld. 4 Stuiv. minder kreeg dan ik. 'Ten laatſten moest door order van den Baas de knegt *Johannes* het nog eens uitrekenen; dan deeze zette net getal der Deelen wel goed, maar ſtelde ieder Deel op 61, in plaats van 16 Stuivers, waar door hy 297 Guld. hooger kwam, dan ik. Nu vraag ik den Rekenaaren hoe veel Deelen 'er geweest zyn?

XC.

XC. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand doet op Rente 550 Rd. tegens zekere P. C. Intrest, ontfangt na 8 jaaren aan Capitaal en Intrest te saamen 921 Rd. 50 Groot 4 $\frac{475346}{8278125}$ Schwaaren, Intrest op Intrest gerekend zynde. Vraage hoe veel P. C.'s jaars hy gewonnen heeft? (s)

NB. Een Rd. is 72 Groot, een Groot is 5 Schwaaren.

XCI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Twee Torens, welkers spitsen getekend zyn met B en D, staan 600 Voeten van elkander: tusschen dezelve staat iemand in eene rechte lyn in A, en hoewel de Toren D 20 Voeten hooger is dan de Toren B, schynen zy echter in zyn oog even hoog te zyn. Wanneer nu de beide gezichtlynen AB en AD eenen hoek van 108 Graaden in A besluiten, zo is de vraag: hoe hoog iedere Toren is, en hoe ver hy van elke Toren heeft gestaan? N. B. *Het antwoord wordt naar Wiskundige volkomenheid begeerd.* (t)

XCII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS Jz.

Hoe zal men *Geometricè* een voorgesteld Vierkant ABCDA in Perspectief overbrengen?

XCIII.

(s) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, *No.* 126.
(t) P. HALKEN, *Solvirter Meisznerianische Kunst-Spiegel*, *Appendix No.* 27.

XCIII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF.

Iemand begeerig zynde myn ouderdom te weeten, antwoorde ik: myn ouderdom beſtaat in een tweeletterig getal, waar van de laatſte letter de grootſte is: zo men de eerſte multiplicéert met 2, en de laatſte met 3, verſchillen de Producten 25; en de laatſte letter tot een Pronik verheven zynde, is deeze Pronik 10 meer, dan 10 maal het verſchil der letteren. De vraag is naar mynen ouderdom?

XCIV. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Daar wordt voorgeſteld een Cirkelboog, in twee ſtukken gedeeld, de *Sinus* van het eene ſtuk is gegeeven $= a$, en van het andere ſtuk $= b$, de *Radius* is $= 1$. Men vraagt naar de *Sinus* van den geheelen Boog?

XCV. VOORSTEL.

Door J DE JONG.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen eenige ponden meer dan B: de ſom der ponden van A is een Pronik-getal, en die van B $15\frac{1}{2}$ maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?

XCVI.

XCVI. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Zo men de zes eerſte getallen eener *Arithmetiſche Progreſſie*, met de eenheid beginnende en opklimmende; op alle mogelyke wyzen door zes andere getallen *u*, *v*, *w*, *x*, *y*, *z* vermeenigvuldigt; de zes *producten* van elke vermeenigvuldiging afzonderlyk vergaart; *hun ſom* trekt van *n*; dan resteert 'er een getal, 't welk men door *p*, het overſchot der eerſte deeling door *q*, der tweede door *r*, en derde door *s* deelt; de *Quotienten* wyzen naar orde aan, door welke getallen der *Progreſſie* men *u*, *v*, *w* en *z* vermeenigvuldigde; het overſchot der laatſte of vierde deeling is het *Multiplicandum* van *y*, waar door dat van *z* met een openbaar wordt. Men begeert te vinden de kleinſte geheele getallen voor de *Multiplicanten*, het getal waarvan men trok, en de *Diviſoren*?

TOEGIFT.

Kunstvrienden! in *de proef* van *'s Embdenaars geduld*
Vindt men een drietal der vermaakelyke Vraagen,
Wier fondament gy hier en meer ontdekken zult:
Wen u 't ontbinden van dit Voorſtel mogt behaagen.

XCVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Het getal *a* (= 12) in drie deelen te deelen, zo danig: dat de ſom van de *Quadraaten* deezer deelen

b ($=50$) is, en de ſom der *Producten* van het eerſte en derde, en van het tweede en derde c ($=35$) zy?

XCVIII. VOORSTEL.

Door J. VAN DER OORT.

Een Stuurman zeilt van 50 Graaden Noorder Breedte en 3 Graaden Lengte tuſſchen 't Zuid en 't Ooſten, tot op 44 Graaden Noorder Breedte. Van daar zeilt hy wederom tuſſchen het Oost en 't Noorden, op de zelfde Breedte daar hy eerst afgevaaren was, en 20 Graaden Lengte, zynde omtrent de *Sorles*. Zo nu zyne gezeilde verheid op de eerſte koers ſtaat tot de gezeilde verheid op de tweede koers, als 8 tegen 11; vraage wat koers en verheid hy t'elkens gezeild heeft? (*u*)

XCIX. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Gegeeven zynde $ax^6 - bx^5 + cx^4 - 160x^3 + 120x^2 - dx + e = 0$; waar van de Teerlingswortel is $2x^4 - sx + t = 0$. Vraage naar alle de onbekende *Coëfficienten* deezer Vergelykinge?

C.

(*u*) J. A. VAN DAM *Navigatie*, 50 Beſluit. Exemp. No. 48.

C. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van vier grootheden in eene *Geometriſche Progreſſie* is de ſom der *Cuben* b ($=585$), en het geduurig vermeenigvuldigde a^4 ($=64$). Welke zyn die grootheden.

CI. VOORSTEL.

Door J. SWITSER, JANSZ.

Bekend zynde van een Driehoek ABC de zyden AB 13, BC 15, en de *Baſis* AC 14; nu is de *Baſis* AC verlengd tot in Q, doende CQ 21; de hoek CQE is recht, en QE doet 10: de lyn ED getrokken zynde, valt D in den *Baſis* AC, en ED ſnydt BC in O, ook doet DC 3. Men vraagt naar den Inhoud van den Driehoek DOC?

CII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS J. Z.

Welke is de Meetkundige Regel, om, door ſaamenvoeging van agt ſtukken, eenen cirkelronden Bol voort te brengen?

CIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Eenige rationaale rechthoekige Driehoeken van gelyken Inhoud te vinden.

CIV. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Van een Katrolbalk, ſteekende uit den Gevel van een Pakhuis, is gegeeven de dikte horizontaal 6 en verticaal 8 duimen, de afſtand der katrol van den muur 3 voeten, en 't gewigt, welk aan den balk kan worden opgehaald, zonder dien te breeken, 600 ℔: de vraag is hoe veel men met een ſoortgelyk katrol, aan eenen anderen balk van even ſterk hout, kan ophaalen; als dezelve is horizontaal 9, verticaal 12 duimen of 1 voet, en de afſtand der katrol van den muur 4 voeten?

CV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Men begeert te weeten, hoedanig men een Katrolbalk, als in 't voorgaande Voorſtel, verticaal moet verdunnen, als de horizontaale dikte gelyk is; op dat de kracht

kracht des houts in alle deelen evenredig zy aan den last, dien het heeft te draagen?

CVI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Van eenen vierkanten Balk, in de gedaante eener *afgekorte Piramide*, lang 40 voeten, is eene zyde op het dikſte einde 18, en op het dunſte einde 12 duimen, of 1 voet: deezen begeert men in twee ſtukken te zaagen, dusdanig; dat de geheele Balk zy tot het afgeſneeden ſtuk aan het dunſte einde, als B tot S, of 2 tot 1. De vraag is naar de dikte des houts op de plaats der doorſnyding, en hoe lang het afgeſneeden ſtuk zal zyn?

CVII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Men vraagt, hoedanig a, b, c, d moeten genomen worden, op dat $\frac{25a + 28b + 63c + 105d}{20}$ het allerkleinſte getal voorbrengt; alles in heele getallen.

CVIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x + 1 = 0$, vraagt

vraagt men naar alle de Wortelen van deeze Vergelykinge?

CIX. VOORSTEL.

Door H. VEEN.

Iemand doet op Intrest aan A zeker Kapitaal 9 maanden lang à zeker P. C. 's jaars. aan B 500 Rd. minder à $\frac{1}{2}$ P C. 's jaars meer dan A, eenige maanden lang. Nu betaalt B 7 Rd. 13 Gr. $2\frac{1}{2}$ Schwaaren meer Intrest dan A, en 't *product* der beide procenten doet $24\frac{15}{16}$; ook is de Intrest van beide te ſaamen 185 Rd. 22 Gr. $2\frac{1}{2}$ Schwaaren. Vraage naar ieders Capitaal en P. C. van ieder; ook hoe lang B het geld heeft gehad? (*y*)

CX. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is gegeeven de ſom van de *Quadraaten* der zyden = 338, en het verſchil der *Cuben* van de *Hypothenuſa* en den *Baſis* = 2072. Hoe veel doet elke zyde van deezen Driehoek? (*)

CXI.

(*y*) M. JELLEN *Rekenkundige byzonderheden* No. 125, pag. 97.

(*) Het oogmerk dat de Opgeever door dit en de volgende Voorſtellen bedoelt, is om de meenigvuldige klagten over de moeijelykheid der opgegeevene Voorſtellen, door ſommige Leden gedaan, voor te komen, en den min kundigen ook iets tot hunne verlustiging, onder hun bereik vallende, ter oeffening voor te ſtellen. Alle Leden genoegen te geeven is het doelwit der *Beſtierderen*.

CXI. VOORSTEL.

Dit en de twaalf volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

De nagelaatene Goederen van N. N. beloopen te ſaamen eene zekere ſomme Guldens, en worden geërfd *als volgt: te weeten* ½ by Vreemden (die *ab inteſtato* niet gerechtigd waren) en dus den X*en* Penn. ſubject; ½ by den Overleedene Huisvrouw, en dus den XV*en* Penn. ſubject (volgens Placaat van den 29 July en den 27 September 1743 op de Collaterale Succeſſien). Zo nu de X*e* Penn. beloopt een zekere ſom; de XV*e* Penn. *f* 233 : 6 : 12 minder, en de XX*e* Penn. half zo veel als de X*e* Penn.; en in alles daar voor betaald wordt *f* 1516 : 13 : 4; vraage hoe veel de nagelaaten ſom was?

CXII. VOORSTEL.

De nagelaatene Goederen van N. N. beloopen te ſaamen eene zekere ſomme Guldens, en worden geërfd by *een Broeder*, (die daar toe *ab inteſtato* gerechtigd was) voor ¼; zynde dus den XX*en* Penn. ſubject; en de reſteerende ¾ parten by Vreemden, en dus den X*en* Penn. ſubject: zo de X*e* Penn. 6 maal zo veel is als de XX*e* Penn., zo vraagt men, niet alleen naar de nagelaatene ſomme; maar ook hoe veel elk geërfd heeft?

CXIII. VOORSTEL.

N. N. transporteert een Huis by verruiling aan A, tegens 3 Morgen Lands, door A getransporteerd

aan N.N.; zo A, volgens Taxatie, nog 80 Guldens moet toegeeven; en te zamen voor 't Transport voor den XLen Penn. betaald wordt ƒ 149 : 10 : — (volgens Plaçaat van den 9 May 1744), vraage hoe veel 't Huis en 't Land elk byzonder geaaseerd is?

CXIV. VOORSTEL.

N. N. transporteert aan de publieke Armen van de Stad A drie losse Rentebrieven, ten Comptoire van A, ten naame van B, na cours voor 80 ten honderd; waar van de LXXXe Penn. betaald moet worden (volgens Plaçaat van den 9 May 1744), en bedraagt ƒ 48. Vraage hoe groot zyn die Obligatien in Capitaal geweest?

CXV. VOORSTEL.

Iemand heeft betaald voor de ordinaire en half-extraördinaire Verponding de somma van ƒ 139 : 17 : 8. Vraage hoe hoog is de ordinaire Verponding?

CXVI. VOORSTEL.

In de Generaliteits Lotery is op een quart, een agtste, en een zestiende Lot, ieder een Prys getrokken. Zo de korting van 't quart Lot is 12 PCto, en de zuivere ontfangst ƒ 440; als mede de korting op 't ⅛ Lot 10 pCto, en de zuivere ontfangst ƒ 11 : 5 : — en eindelyk de korting op 't 1/16 Lot mede 10 PCto., en de zuivere ontfangst ƒ 56 : 10 : —, vraage, hoe veel was het heel Lot van elken getrokkenen Prys?

CXVII. VOOR-

CXVII. VOORSTEL.

Eene Actie in de O. Ind. Compagnie is groot 500 gl. Vlaams oud Capitaal: zo dezelve waardig was f 15000 in Banco nieuw Capitaal, en de Uitdeeling was tegens 25 PCto oud Capitaal (waar van de 1 oofte Penn. gekort wordt), vraagt men hoe veel de zuivere ontfangst ten 100 nieuw Capitaal beloopt?

CXVIII. VOORSTEL.

In zeker Contract van Overleeving zyn 208 Portien, welke te saamen hebben gefourneerd een Capitaal van 32000 Guldens; en de Uitdeeling is gesteld voor de langstleevenden tegen 5 ten 100 ieder 's jaars. Zo men nu jaarlyks voor de onkosten van directie, enz. rekent 600 Guldens, en dat 'er 't een jaar door 't ander, 6 Portien afsterven, vraagt men, hoe veel Jaaren 'er moeten verloopen, dat elk der langstleevenden 150 Guldens voor Uitdeeling hun genieten?

CXIX. VOORSTEL.

De Quote van Overyssel gesteld zynde op f 3: 11: 5. in elke 100 Guldens te moeten opbrengen, en begroot wordende op 108000 Contribuanten, dan is de Vraag: hoe veel moet die Provincie dan opbrengen in den Millioenen; en wat moet ieder, hoofd voor hoofd, daar toe contribueren?

CXX. VOORSTEL.

A heeft even zo veel Dertiend'halven, als B Zeſthalven, maakende te ſaamen in ſomma 9 Guldens. Vraage hoe veel heeft ieder?

CXXI. VOORSTEL.

A heeft zo veel quart-Ryksdaalders, en B zo veel Zeſt'halven, dat ze beide even ryk zyn. Vraage, hoe veel heeft ieder op 't minst?

CXXII. VOORSTEL.

A heeft zo veel gouden Ryders
Als B halve Ryders hadt:
'K vraag hoe veel hieldt dan wel yders
Goudbeurs in? als beider ſchat
21 ℔. Vlaams was waardig;
Rekent dit eens kort en vaardig?

CXXIII. VOORSTEL.

Twee Arbeiders A en B hebben ieder het volle Jaar door gewerkt. A wint zo veel in 4 als B in 5 Weeken; maar verteert aan kostgeld zo veel in 8 als B in 9 Weeken. Zo nu A ten einde van 't Jaar 13 Guld. meer heeft verteerd, dan B, en echter nog *f* 49 : 8 : — meer dan B overhoudt, vraagt men hoe veel elk in 't jaar gewonnen en verteerd heeft?

CXXIV. VOOR-

CXXIV. VOORSTEL.

Door J. DEN DEKKER *Willemz.*

Een Mr. Timmerman moet een zolder leggen met $\frac{1}{4}$ Duims plapken, lang 18 Voet, en door malkander breed 10 Duim (de Voet tot 12 Duim gerekend). *Zo nu de Zolder* 20 Voet breed en $8\frac{1}{2}$ Voet *lang is*, vraagt men hoe veel planken hy daar toe van nooden heeft? (*w*).

CXXV. VOORSTEL.

Door J. B. NOORDINK.

Men begeert een gouden Ryder zodanig in Guldens, Stuivers en Penningen te verdeelen, dat men eens zo veel Stuivers als Penningen, en eens zo veel Guldens als Stuivers heeft?

CXXVI. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

Een Ambagtsman heeft 4 *Knechts*: hy voor zyn Persoon kan met zyn eigene handen 12 Guld., doch ieder Knecht 8 Guldens 5 Stuiv. 's Weeks verdienen, waar van hem het derde deel toekomt. Na verloop van een Jaar bevindt hy, dat zyne Huishouding hem in alles 956 Gulders heeft gekost. Vraage, hoe veel heeft hy in dat Jaar overgewonnen?

CXXVII.

(*w*) J. VAN DER BOOM *Bouwkonstige Rekeninge* pag. 206. N. 9.

CXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. BOLTEN.

Divideert □1.□1600 door □409, dat 'er 95 □ in 't *Quotient* komt, en □99 overblyve of resteere. Vraage, hoe men de uitgelaatene of verzweegene letteren, die alle gelyk zyn, zal vinden (*x*)?

CXXVIII. VOORSTEL.

Vindende genoteerd deeze vier volgende: *f* △59□
□83△
45△□
9△□2

28△□2

Zo nu de Cyfferletter gedekt door △ de eenheid verschilt met □, en dit alleen bekend is; hoe zal men kunnen ontdekken welke de gedekte Cyfferletteren zyn?

CXXIX. VOORSTEL.

Dit en de vyf volgende Voorstellen door J. ACQUOY.

Een Gierigaard heeft een Capitaal van *f* 63000, alles in Lyfrente-Brieven, waar van hy Interest trekt tegen 8 PCto 's Jaars; doch vreezende, dat hy in zynen ouderdom tot armoede zoude kunnen komen, zet hy den ontfangenen Interest direct wederom uit op Lyfrente, tegens denzelven Interest. Vraage, als dit 24 Jaaren duurt, hoe groot dan zyn *imaginair* Capitaal zal zyn (*y*).

CXXX. VOOR-

(*x*) N. 91. Aanhang van H. MEIJNERS *Kunstketen*.

(*y*) A. VAN DIJPENBEEK *Wisk. Rekenk.* p. 135. *Voorst.* 11.

CXXX. VOORSTEL.

Een Edelman ter Jagt zynde, heeft een Haas op 't ſpoor, die vooruit is 246 Hondeſprongen; maar de Hond doet 4 ſprongen tegen dat de Haas 5 ſprongen doet; doch 5 Hondeſprongen zyn zo groot als 7 ſprongen van den Haas. Vraage, hoe veel ſprongen de Hond doen moet, om by den Haas te zyn (z).

CXXXI. VOORSTEL.

Geſteld zynde dat de Hond in 5000 ſprongen een Myl wegs, waar van 'er 15 in een Graad begreepen zyn, aflegt, hoe veel ſprongen zal hy dan moeten doen, om den gantſchen Aardbol rond te ſpringen? — en met hoe veel ſprongen zou de Haas den omtrek des Aardbols afmeeten?

CXXXII. VOORSTEL.

A heeft op Intrest genomen van B een zeker Capitaal tot 4½ pCto in 't jaar: na eenigen tyd wil A niet meer dan 3 pCto in 't jaar geeven; zo nu B dit toeſtaat, 't welk op het Capitaal *f* 60 interest jaarlyks minder bedraagt, vraagt men hoe groot het eerſte Capitaal in 't begin geweest is, en na zyn moet, om alle Jaaren even zo veel Inkomſten als te vooren te hebben?

CXXXIII. VOORSTEL.

A heeft van *f* 6000, tot 3½ pCto in 't jaar, in een

(z) *Ibid.* pag. 230, *Voorſt.* 7.

(o)

CXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. BOLTEN.

Divideert □ 1 □ 1600 door □ 493, dat 'er 95 □ in 't *Quotient* kome, en □ 99 overblyve of resteere. Vraage, hoe men de uitgelaatene of verzweegene letteren, die alle gelyk zyn, zal vinden (*x*)?

CXXVIII. VOORSTEL.

Vindende genoteerd deeze vier volgende: *f*

△ 59 □
□ 83 △
45 △ □
9 △ □ 2

28 △ □ 2

Zo nu de Cyfferletter gedekt door △ de eenheid verschilt met □, en dit alleen bekend is; hoe zal men kunnen ontdekken welke de gedekte Cyfferletteren zyn?

CXXIX. VOORSTEL.

Dit en de vyf volgende Voorstellen door J. ACQUOY.

Een Gierigaard heeft een Capitaal van *f* 63000, alles in Lyfrente-Brieven, waar van hy Interest trekt tegen 8 PCto 's Jaars; doch vreezende, dat hy in zynen ouderdom tot armoede zoude kunnen komen, zet hy den ontfangenen Interest direct wederom uit op Lyfrente, tegens denzelven Interest. Vraage, als dit 24 Jaaren duurt, hoe groot dan zyn *imaginair* Capitaal zal zyn (*y*).

CXXX. VOOR-

(*x*) N. 91. Aanhang van H. MEISZNERS *Kunstketen*.
(*y*) A. VAN DIEPENBEEK *Wisk. Rekenk.* p. 135. *Voorst.* 11.

CXXX. VOORSTEL.

Een Edelman ter Jagt zynde, heeft een Haas op 't ſpoor, die vooruit is 246 Hondesſprongen; maar de Hond doet 4 ſprongen tegen dat de Haas 5 ſprongen doet; doch 5 Hondesſprongen zyn zo groot als 7 ſprongen van den Haas. Vraage, hoe veel ſprongen de Hond doen moet, om by den Haas te zyn (x).

CXXXI. VOORSTEL.

Geſteld zynde dat de Hond in 5000 ſprongen een Myl wegs, waar van 'er 15 in een Graad begreepen zyn, aflegt, hoe veel ſprongen zal hy dan moeten doen, om den gantſchen Aardbol rond te ſpringen? — en met hoe veel ſprongen zou de Haas den omtrek des Aardbols afmeeten?

CXXXII. VOORSTEL.

A heeft op Intrest genomen van B een zeker Capitaal tot 4½ pCto in 't jaar: na eenigen tyd wil A niet meer dan 3 pCto in 't jaar geeven; zo nu B *dit toeſtaat, 't welk op het Capitaal f* 60 Interest *jaarlyks minder* bedraagt, vraagt men hoe groot het eerſte Capitaal in 't begin geweest is, en na zyn moet, om alle Jaaren even zo veel Inkomſten als te vooren te hebben?

CXXXIII. VOORSTEL.

A heeft van *f* 6000, tot 3½ pCto in 't Jaar, in een

(x) *Ibid.* pag. 230. *Vraagſt.* 7.

een zekeren tyd f 168: 15: — Rente ontfangen: B heeft van eene ſom, die 3 maanden langer uitſtaat tot 3½ pCto in 't Jaar, f 28: 15: — minder Interest bekomen dan A. Men vraagt naar het Capitaal van B, en den tyd van A?

CXXXIV. VOORSTEL.

Als eens vier Dorpen aan Contributie moesten opbrengen f 2150: —; het Dorp A ¼ meer dan B, en B ¼ meer dan C, en C ⅓ meer dan D. Vraagt men hoe veel ieder Dorp daar toe zoude moeten betaalen?

CXXXV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door M. JELLEN ZUIDHOF.

In een voornaame Schans liggen 109 Mannen ter Bezetting, waarvan dagelyks 9 Mannen op Commando uitgaan, en de overige 100 tot bewaaring der Plaats blyven. Nu houden zy daar in deeze order: dat 'er telkens, zo wel by de terugblyvenden als uitgaanden, één Perſoon veränderd worde; de vraag is, hoe menigmaal zy, volgens deeze ſchikking, anders op commando kunnen gaan?

CXXXVI. VOORSTEL.

Gegeeven zynde twee *rationaale Quadraaten*, uitgedrukt door deeze grootheden: $x^3 + 27x^2 + x = \square$, en $3a^2 + 2\frac{1}{4} = \square$; men vraagt naar de Waarde van x en a.

CXXXVII.

(a) MEISZNER's *Kunſtſpiegel*, Appendix N: 9.

CXXXVII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de ſpreuk*: De Wiskunst ons doel.

Een Boog te vinden, wiens *Sinus*, *Tangens* en *Secans* in eene *Arithmetiſche Progreſſie* ſtaan?

CXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door H. DRESSELHUIS.

Een Bombardier, ſtellende zyn ſtuk op 15 Graaden, bevindt dat de bombe vliegt 180 Roeden: de vraag is hoe hoog hy hetzelve moet ſtellen, om met gelyke lading 280 Roeden ver te ſchieten?

CXXXIX. VOORSTEL.

Volgens de Tafelen van den Heer STRENSTRA ligt *Amſterdam* op 52 Graaden 23 Minuten Noorder Breedte, en 21 Graaden 31 Minuten Lengte; *Canton* in China op 23 Graaden 8 Minuten Noorder Breedte, en 129 Graaden 35 Minuten Lengte: men vraagt naar den afſtand *dier beide Steeden*?

CXL. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. DE GELDER.

Van drie getallen in eene *Harmoniſche Progreſſie* is de ſom 6 (26), en de ſom der *Quadraaten* 14 (244). Welke zyn die getallen?

CXLI. VOORSTEL.

Van zeven getallen in eene *Arithmetiſche Progreſſie* zyn de ſommen der eerſte, tweede en derde magten tot elkander als p, q, r, (in getallen als 1, 5, 28). Welke zyn die getallen?

CXLII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

Iemand is ſchuldig aan zynen Vriend eene zekere ſom, te betaalen over 4 maanden; nog *f* 400 over 5 maanden; nog het dubbeld van de eerſte ſom over 7 maanden, en 4 maal zo veel als de eerſte ſom over 8 maanden; doch rekent, als hy dit Capitaal door elkander betaalt in $6\frac{2}{3}$ maanden, dat zyn Vriend daar mede voldaan is. Vraage naar de drie onbekende Capitaalen? (*door Arithmetica.*)

CXLIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. ACQUOY.

Een Heer wil een ſtuk Lands, dat lang is 85 en breed 40 Roeden, met Boomen beplanten, die van elkander zullen ſtaan 5 voeten, als hy voor elken Boom moet geeven een Zestehalf, vraage hoe veel Ducaaten van *f* 5: 5:— zal hy hier voor moeten tellen? NB. De Voet is 12 Duim.

CXLIV. VOORSTEL.

Een Rentenier geeft aan een Koopman zeker getal Guldens tegen één Stuiver Interest per Maand van de Gulden; na 6 Maanden bedraagt de Interest $\frac{1}{4}$ van het Capitaal. Vraage hoe veel de hoofdſom bedraagt? (*b*)

CXLV.

(*b*) H. MEISZNER's *Rekenkrans*, het 54 Roosje.

CXLV. VOORSTEL.

Iemand is ſchuldig 1200 ſtuks Sileſiër Sluijers; gereed te betaalen; maar doordien zyn Cas niet breed voorzien is, zo wordt hem toegeſtaan om in vyf keeren 3 maanden na elkander te betaalen, naamelyk de eerſte Pay over 3 maanden, en telkens het $\frac{1}{5}$ der hoofdſom met 6$\frac{1}{2}$ percent Interest 's Jaars; overzulks is daar voor in alles betaald *f* 6360. Vraage hoe veel Guldens heeft het ſtuk contant gekost? (*c*)

CXLVI. VOORSTEL.

Iemand is ſchuldig een zeker getal Guldens, contant te betaalen; komt met zyn Crediteur overeen, om hetzelve in 2 Jaaren, naamelyk alle half jaaren $\frac{1}{4}$ des Capitaals met de verloopen Interest daarvan, te voldoen, (welke Interest zo veel percent in 't Jaar is, als of men de Guldens der Hoofdſom door 360 divideert) en de Interest bedraagt te ſaamen *f* 180. Vraage hoe veel is de Interest de eene reis meer als de andere? (*d*)

CXLVII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS JACOBSZ.

Van *een gelykzydig vierkant ſtuk Lands A B C D A* wordt *één* vierdedeel A behouden: het overige wordt geſelſonken aan vier Perſoonen, zodanig dat hunne deelen niet alleen gelyken Inhoud hebben, maar ook dat hunne gedaante of figuur onderling gelyk is. Men vraagt, hoedanig (*Geometricè*) de deellynen kunnen ingericht worden, om aan het oogmerk te voldoen?

CXLVIII.

(*c*) *Idem* het 56 Roosje.
(*d*) *Idem* het 57 Roosje.

CXLVIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Een Kegel te bepaalen, die onder eene gegeevene Oppervlakte (de *Baſis* daar onder begreepen) den mogelyk grootſten Kloot influit?

CXLIX. VOORSTEL.

De lengte van den Boog eener *Elipſe* te bepaalen?

CL. VOORSTEL.

Het getal der Deelers van de Grootheid $a^m b^n c^p$ enz. is gelyk aan $(m+1)\times(n+1)\times(p+1)$ enz. Men vraagt naar het bewys hier van?

CLI. VOORSTEL.

Het getal 2 heeft deeze merkwaardige eigenſchap: dat $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}}$ enz. *ad. inf.*$)))) = 2$. Men vraagt hier van het bewys? (*e*)

CLII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de ſpreuk*: De Wiskunst ons doel.

Twee Boogen te vinden, welkers *Sinuſſen* tot elkander in reden zyn, als p tot q, en hunne *Tangenten* als r tot s.

CLIII.

(*e*) Vide *Opera Omnia* BERNOUILLI, Tom. I.

CLIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. RUITER.

Een Arbeider, 40 weeken gewerkt hebbende, hadt overgewonnen 28 Rykdaalders, min het loon van 3 weeken arbeids, en bevondt dat hy verteerd hadt 8 Rykdaalders meer dan het geen hy hadt overgewonnen, *plus* het loon van 11 weeken arbeids. Vraage hoe veel Guldens hy 's weeks verdiende?

CLIV. VOORSTEL.

Een Koopman koopt 4 Kaazen, weegende te ſaamen 102 ℔, en bevindt dat het ½ van de eerſte, het ⅓ van de tweede, het ¼ van de derde, en het ⅕ van de vierde alle aan elkander gelyk zyn. Nu is de vraag hoe veel iedere Kaas gewogen heeft?

CLV. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

Iemand heeft twee zakjes geld; in 't eene zyn 12 ſtukken goudgeld, en in 't ander 12 ſtukken zilvergeld: zo in 't eene 3 *goude ſtukken minder*, en in 't andere 3 *zilvere ſtukken meerder waren*, dan was elk zakje even veel *waardig*; maar nu is 't eene *f* 25: 4:— meer waardig dan 't andere. Nu wordt gevraagd niet alleen wat elk ſtuk, maar ook wat elk zakje waardig was?

CLVI. VOORSTEL.

Een Caſſier heeft drie zakjes geld, inhoudende N°. 1, 100 Daalders, N°. 2 houdt in 100 Goudguldens, en N°. 3 houdt in 100 Guldens. Nu begeert

CLXI. VOORSTEL.

Twee Voerstraalen eens *Parabools* met de Pees, die en zelfs einden saamenvoegt, gegeeven synde, de waarde des *Parameters* te bepaalen?

CLXII. VOORSTEL.

In een ronde Kuip, hoog 16 en wyd over 't kruis 40 duimen, is op het midden van den bodem een stuk gelds gelegd, iemand een einde wegs van de Kuip afstaande, ziet, over de zyde naar hem toegekeerd, juist aan de tegenoverzyde in deszelfs kimmen. Vraage, tot welke hoogte de Kuip met water gevuld moet worden, op dat hy in den zelfden stand het voorn. stuk gelds zal kunnen zien?

CLXIII. VOORSTEL.

Door SIMPLEX.

Gegeeven $17x^2 + 1$ een *rationaal Quadraat*, vraage naar de waarde van x in heele getallen?

CLXIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door J. BOLTEN.

De vriendschap wordt ten sterksten op de proef gesteld wanneer iemand in nood is, en gebrek aan penningen heeft. Het gebeurde A dat zyne penningen niet toereikende waren, om zyne geaccepteerde Wisselbrieven op den behoorlyken tyd te voldoen. Daar op begeeft hy zich by zyne vrienden B, C, D en E, zeggende hem benoodigd te zyn *f* 1274. Deeze nemen te saamen raad, de een kan meer geeven dan de ander, en schikken het zodanig dat B en C zodanige sommen fourneeren, waar van het vermenigvuldigde

24231 bedraagt; ook is het vermeenigvuldigde der door C en D gefourneerde penningen 106641, en dat der penningen door D en E gefourneerd 75429. Wat heeft elk bygebragt? *Door Arithmetica.*

CLXV. VOORSTEL.

Deel 11 in twee zodanige *rationaale* deelen, dat wanneer dezelve de *Cathetus* en *Basis* van eenen rechthoekigen Driehoek zyn, de daar uit ontstaane *Hypothenusa* ook *rationaal* zy? (*f*)

CLXVI. VOORTEL.

Deel 11 in twee zodanige *rationaale* deelen, dat wanneer dezelve de *Basis* en de *Hypothenusa* van eenen rechthoekigen Driehoek zyn, de daar uit ontstaane *Cathetus* ook *rationaal* zy?

CLXVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. Vlaseb.

Daar is een Cirkel; wiens *Diameter* doet 18; nog is 'er een gelykzydige Driehoek *A B C*, waar van iedere zyde mede doet 18, en de Cirkel begrypt drie zyden van den Driehoek, naamelyk van de eene zyde zo veel lengte als van de andere. Vraage naar ieder zyde des Driehoeks, afgesneeden in den Cirkel, te weeten GH, IK, LM? (*g*)

CLXVIII.

(*f*) Meijsners *Kunstketen*, *Aanhang* N. 282.
(*g*) A. B. Strabbe *Appendix* N. 928.

CLXVIII. VOORSTEL.

Een Emmer, in de gedaante van eene afgekorte *Conus*, is van boven over zyn *Diameter* wyd 14 duim, onder 9 duim, en diep 12 duimen. Vraage naar derzelver inhoud?

CLXIX. VOORSTEL.

Zo men nu den voorgemelden Emmer met Koemelk wilde vullen ter hoogte van 10 duimen, vraagt men hoe veel zwaarte melk men daar toe noodig zoude hebben; weetende dat een *Cubic*-Duim melk bedraagt 5 Drachmen en 20 Grein?

CLXX. VOORSTEL.

Voorgegeeven drie Scheepen A, B en C in Zee by malkander zynde in 't punt D, van waar A zeilt West 36 Mylen, C Oost 64 Mylen, en B Zuiden; tot dat de hoek ABC is 90 Graaden. Vraago hoe veel Mylen het Schip B gezeild heeft? (*h*)

CLXXI. VOORSTEL.

Door J. DEN DEKKER *Willemsz.*

Hoe veel Kogels van één Duim *Diameter* heeft men noodig om een langwerpig vierkanten Bak, die 2½ Voet lang, 1½ Voet breed, en 1 Voet hoog is, daar

(*h*) J. A. VAN DAM, *Besluitkunde*, N. 27.

daar mede te vullen? — en hoe veel is de lighaamlyke Inhoud des Baks grooter, dan de Inhoud der Massa van alle de Kogels te saamen? of, dat het zelfde is, hoe veel bedraagt de leedige ruimte, die 'er in 't algemeen tusschen alle de Kogels, door hunne rondheid, overblyft? NB. *De Voet tot 12 Duimen gerekend.*

CLXXII. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Welke zyn de Waarden van x en y in de Vergelykingen $x^{x+y} = y^n$, en $y^{x+y} = x^m$? (*i*)

CLXXIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. DE JONGH.

Daar is eene *Harmonische Progressie* van 3 *Termen*; welkers Som doet 69, en het vermeenigvuldigde van den eersten met den tweeden *Term* doet 580. Vrage naar de *Progressie*?

CLXXIV. VOORSTEL.

Van den rechthoekigen Driehoek ABC staat AC in reden tot AB, als 8 tot 15, en zo men AB met AC multipliceert, en het *Produkt* door 't verschil, zo veel AB meerder dan AC is, divideert; komt in 't *Quotient* $34\frac{2}{7}$. Vraage naar iedere zyde des Driehoeks? (*k*)

CLXXV.

(*i*) VENEMA *Algebra*, Editie van 1785. Besluit N. 17.
(*k*) K. H. GIETERMAKER *Schatkamer*, IV Boek N. 16.

CLXXV. VOORSTEL.

Onlangs gevraagd zynde naar mynen ouderdom, antwoordde ik: myn Jaarental beſtaat uit twee Letteren, waar van de achterſte 2 grooter is dan de voorſte. Zo men de eerſte verheft tot een *Pronik*, en de tweede tot een *Trigonaal*, zo is 't verſchil tuſſchen *Pronik* en *Trigonaal* zo veel, als of men de ſom van 't vierkant der getallen deelde door 5. Vraage naar mynen ouderdom?

CLXXVI. VOORSTEL.

In eenen rechthoekigen Driehoek ABC is AB 2 maal zo veel, en noch 3 meer, dan AC. Indien men AB multipliceert met AC, komt 43 + √ 1800. Vraage naar ieders zyde byzonder? (1)

CLXXVII. VOORSTEL.

Door J. Switser *Junsr.*

In zekere Troktafel zyn twee ballen A en H, die men begeert tegens malkander aan te ſtooten; maar alzo zulks in geen rechte lyn geſchieden kan, door hindernis van het een of ander, zo vraagt men waar het ſtuitpunt C zal moeten zyn op den kant van de Tafel, om den bal met een ſtuit te raaken? hier toe heeft men gemeeten AB 24, en HD 16 Duimen; de *Perpendiculair* tuſſchen beiden op den kant van den Tafel BD is 30 Duimen.

CLXXVIII.

(1) *Idem* N. 7.

CLXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Gegeeven zynde $a^x = b^y$, en $x + y = c$; de Waarden van x en y te bepaalen?

CLXXIX. VOORSTEL.

Men begeert een kenmerk te vinden, waar door men de gewoone Breuken, die al, van die, welke niet volkomen in eenen *Decimaal*-Breuk kunnen uitgedrukt worden, onderſcheiden zal?

CLXXX. VOORSTEL.

Een Werkmeeſter moet in den hoek ACB van een Kamer een Porcelein-Kast maaken, waarvan de achterſte breedte DE hem bepaald wordt opgegeeven; de Zyſtukken DF en EG moeten elk met het achterſte ſtuk of beſchot DE eenen halven rechten hoek maaken; in elk der zyden DF en EG moeten twee, en aan de Deur of het voorſte Stuk FG zes Ruiten in de breedte zyn; —— de breedte van de *Styltjes Dn, Fm, Gr, Es*, enz., en de breedte der *Latjes*, waar in de Ruiten ſtaan, zyn bekend. Men vraagt, hóe men Meetkundig de afmeeting der zyden bepaalen zal, op dat de Ruiten, zo op de zyden als in het voorſte Stuk even groot zyn? (*)

CLXXXI.

(*) Dit Voorſtel (zegt de Opgeever) is my, door een myner Vrienden, over eenigen tyd ter oplosſing toegezonden.

CLXXXI. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door A. CORRESPONDENT.

Iemand koopt ¾ Vât Boter, weegende 80 ℔, voor zo veel Guldens als hy voor 5 Guldens ponden heeft. Vraage hoe veel hy daar voor betaald heeft?

CLXXXII. VOORSTEL.

Iemand vraagde B naar zynen Ouderdom: B antwoordde, het *Quadraat* van 't getal myner Jaaren is gelyk het *Trigonaal*-getal der Jaaren van myn Broeder C, en dit *Trigonaal*-getal vermeenigvuldigd met myne Jaaren, komt 42875. Vraage hoe oud B en C waren? (*l*)

CLXXXIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

Men legt over een Water AB, wyd 52 Voeten, een Brug, hoog boven gronds 12 Voeten; zodanig, dat de Opgang AC, de Brug CD, en de Afgang DB even groot zyn. Vraage naar dezelven? (*Buiten Algebra*)

CLXXXIV. VOORSTEL.

Door J. SWITSER JANSZ.

Vind vier getallen waar van de ſom 6 minder is dan het *Product*?

CLXXXV.

(*l*) Dit is de laatſte van 't Examen te *Geelmuiden* A°. 1784.

CLXXXV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door C. HOEKE BARENDSZ.

De nagelaatene Goederen van *N. N.* beloopen te saamen eene zekere somme Guldens, en worden geërfd by een Broeder (die daar toe *ab intestato* gerechtigd was) voor $\frac{1}{3}$; zynde dus den 20sten Penn. subject; en de resteerende $\frac{2}{3}$ Parten by Vreemden, en dus *den 10den Penn.* subject. Indien de Broeder $\frac{1}{2}$, en de Vreemden de $\frac{1}{2}$ Part geërfd hadden, zoude de som van den 20sten en 10den Penning juist 100 Guld. minder bedragen hebben. Nu is de Vraag, hoe veel de nagelaaten som en ieders Erfportie geweest zyn? *Door Arithmetica.*

CLXXXVI. VOORSTEL.

A en B, twee Leerlingen in de Stelkunst, geeven elkander dit Voorstel op te losen:

A zegt tegen B, als ik het aantal myner Duiten, die ik in myn Beurs heb, met 4 maal 7 multiplicéere, en van dat *Product* 192 aftrek, dan rest 'er juist het *quadraat* van 't getal myner Duiten.

Ei! zegt B tegen A, dat zelfde Voorstel is ook op het getal myner Duiten applicabel, en nogthans weet ik, dat ik minder Duiten heb als gy. Vraage hoe veel *Duiten ieder hadt?*

CLXXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door M. J. ZUIDHOF.

Men heeft twee *Enneagonaal*-getallen 46 en 24, die 22 verschillen; daar toe begeert men twee andere te vinden, welkers verschil ook 22 is.

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Men begeert het *Decagonaal*-getal 52 in twee andere *rationaale Decagonaal*-getallen te verdeelen? (*m*)

CLXXXIX. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

Eenige heldhaftige Officieren, ſtaande onder Commando van den roemruchtigen Veldheer *Bachus*, gezamentlyk eene Veldmaaltyd houdende, ontdekten door de Spions een Troup Franſchen, die in eene hinderlaag verſchanst lagen, en viermaal ſterker waren dan zy Officieren; echter beſloten zy hen kloekmoedig aan te vallen. By de eerſte onderneeming gelukte 't hen (naardien de Franſchen, dus onverwachts overvallen zynde, geen tegenſtand boden) zo veel Franſchen te doen ſneuvelen, als zy Officieren waren (zonder van hen één man te verliezen), waar door de magt der Franſchen, nu verminderd, nog maar drie maal ſterker was dan zy. Hier door aangemoedigd, waagden zy eenen tweeden aanval te doen, in welken de Franſchen één Officier bemagtigden; doch waar tegen zy wel 11 Franſchen hadden doen ſneuvelen, en waar door de magt der Franſchen nog maar tweemaal ſterker was, dan zy Officiers zich toen bevonden: waar op zy beſloten eene derde attaque te doen; doch waar in de Franſchen zich zo dapper weerden, dat zy 2 braave Officiers krygsgevangen maakten, maar daarentegen wel 10 Franſchen verloren; waar door de magten nu wederzyds even ſterk waren. En naardien hen de nacht overviel, werdt de Krygsraad geſpannen, en geraadpleegd, of men de overige Franſchen zoude attaqueeren, of in bezetting houden:

(*m*) P. HALKENS *Zinnen-Confect* N. 276.

den: maar de Franſchen, dus verzwakt zynde, gaven zich over om naar welgevallen over hen te disponeeren; waarop eenpaarig beſloten werdt (naardien zy zeer vermoeid waren) om de overige Franſchen in bewaaring te houden, en de gevangene Officieren wederom in vryheid te herſtellen. — Dus werdt deeze roemruchtige affaire met een aangenaam Veldmuzyk beſloten, en elk begaf zich naar zyne Tent ter rust. Nu wordt gevraagd, hoe veel Officiers daar geweest zyn? —— *hoe ſterk de Franſchen in den beginne waren? en hoe veel 'er in bewaaring zyn gebleeven? als mede hoe veel Franſchen elk Officier heeft doen ſneuvelen?* vooronderſtellende, dat elk Officier evenveel daar toe gedaan heeft. —— (Doch weet, dat in deezen Veldſlag geen andere Krygswapenen gebruikt zyn, dan geladen Handpiſtolen, gevuld met Kardoeskruid van *Tabago*, en gevulde Handgranaaten van *Bourdeaux* en *Bourgogne*).

CXC. VOORSTEL.

Een Botertonnetje, van eene Cylinderſche gedaante, is wyd in zyn Bodem 8, en hoog 13 Duim, inhoudende 20 ℔.; hoe veel houdt dan een ander Tonnetje in van dezelve form, dat hoog is 18, en wyd in zyn bodem $\sqrt{184\frac{1}{2}}$ Duim.

CXCI. VOORSTEL.

Een Kloot houdt in naar *Archimedes* Proportie $1527\frac{7}{11}$ maal de lengte van deszelfs Diameter. Vraage naar den Inhoud des Kloots?

CXCII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door A. B. Strabbe.

Als men het getal 2 met zich zelven vermeenigvul-

vuldigt, dit eerſte *product* wederom met zich zelven, het tweede desgelyks, en zo vervolgens, geduurig het laatst gevonden *product* met zich zelven: zo is de vraag, uit hoe veel cyffers het 8ſte, 10de en 32ſte *product* beſtaan zal? (*n*)

CXCIII. VOORSTEL.

Drie *rationaale Cuben* te vinden, wier ſom een *rationaale Cubic* zy? (*o*)

CXCIV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door het GRZELSCHAFT HOOAN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Zo iemand met een Luchtbal uit A, volgens de ſchuinſe richting AC, opgaat, opgaat, en op de hoogte C, *perpendiculair* boven B, gekomen zynde, een ſteen (of ander zwaar Lighaam) laat vallen, dewelke in D, zynde 24 Voeten verder dan B, op de Aarde valt, en bevonden wordt, dat de Luchtbal in zyn ſchuinſe richting AC 5 Voet in een Secunde voortgaat, en dat de hoek A, 36° 52′ is, zo vraagt men van welke hoogte de ſteen gevallen is?

CXCV. VOORSTEL.

Men begeert drie *Arithmetiſche Progreſſien*, ieder van even veel Termen, te vinden, welker ſommen zyn *a*, *b* en *c*, *of* 21, 48 en 57, van welken door het vermeenigvuldigen der overëenkomſtige Termen van twee dier *Progreſſien*, als: der eerſte en tweede, eerſte en derde, en tweede en derde, drie andere Reekſen voortkomen, welker ſommen *d*, *e*, en *f*, of 203, 252 en 561 zyn, en door het vermeenigvuldigen der overëenkomſtige Termen van alle drie der *Pro-*

(*n*) VENEMA *Algebra*, Editie van 1783, Beſluit N. 2.
(*o*) *Idem* N. 7.

Progreſſien een Zevende Reeks ontſtaat, welker ſom $= q$, of 2716, is?

CXCVI. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. BOLTEN.

Gegeeven zynde eene vierkante Tafel, lang en breed 3 Ellen; dezelve moet met Laken bekleed worden, waar toe geſchikt zyn vyf Lappen, ieder zo lang als breed, *en dus als vyf Quadraaten*, die gelyke Inhoud hebben, en te ſaamen 9 vierkante Ellen inhouden. Hoedanig moeten dezelve doorgeſneeden en ſaamengevoegd worden, om de gemelde Tafel te beleggen.

CXCVII. VOORSTEL.

Drie Buurtſchappen A, B, C, D reſolveeren om een Gebouw te laaten maaken, waar in dezelve op zekere tyden hunne buurtſpraak of byëenkomst willen houden. Zo nu B van C is 600, A van B 380, en C van D 520 Roeden, vraagt men naar het punt A, daar dit moet geſteld worden?

CXCVIII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS JACOBSZ.

Van een gelykzydig en gelykhoekig vierkant ſtuk Lands A B C D A word één vierde deel Q behouden: het overige wordt geſchonken aan vier Perſoonen, zodanig dat die ſtukken niet alleen eenen gelyken Inhoud hebben, maar ook dat hunne gedaante of figuur onderling gelyk is. Men vraagt hoedanig de deellynen kunnen ingericht worden, om aan het oogmerk te voldoen?

CXCIX.

CXCIX. VOORSTEL.

Door J. VISSER.

Twee Schepen A en B liggen beide op 2 Gr. Lengte, A op 40 Gr. N. Breedte, en B op 25 Gr. N. Breedte; zeilen van daar, te weeten A bewesten het Zuiden, tot dat het komt op 32 Gr. N. Breedte. B zeilt even zo veel benoorden 't West, als A bewesten 't Zuiden, tot dat het mede komt op 32 Gr. N. Breedte in A. Vraage op wat Lengte zy gekomen zyn? (*p*)

CC. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. DE GELDER.

Er zyn gegeeven deeze twee Vergelykingen $x^{y} = a$, en $x^{b+y} = c$; men begeert hier uit de Waarde van x en y te bepaalen?

CCI. VOORSTEL.

De buitenste omtrek en de dikte van een yzeren Ring gemeeten zynde, de Waarden van den Inhoud en de Oppervlakte in Stelkundige Formulen uit te drukken?

CCII. VOORSTEL.

Door J. DE JONGH.

In een rechthoekigen Driehoek ABC doet de *Hypothenusa* BC 20; en zo men $\frac{2}{5}$ van den *Basis* AC addeert tot de opstaande zyde AB, zo komt 'er even zo veel als BC. Vraage naar den Inhoud des Driehoeks? (*q*)

CCIII.

(*p*) J. A. VAN DAM, *Besluitquestien*, N. 43.
(*q*) K. H. GIETERMAKER *Schatkamer*, IV. Boek N. 17.

CCIII. VOORSTEL.

Door J. APPEL.

De Jaaren van zekere drie Broeders te saamen geteld, zyn 105 Jaaren. A is 11 Jaar ouder dan C; trekt men de Jaaren van B van die van A en C, en telt men dan 4 by de rest, zo heeft men de Jaaren van *A*. *Hoe out is ieder dier Broeders?*

CCIV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. PAUW.

Iemand wil eene Plantery aanleggen, welkers vlakke Inhoud is 616 vierkante Roeden; dan daar hy dezelve moet omtuinen, en de ruimte heeft om die in zulk eene gedaante te schikken als hem best voorkomt, zo is de vraag, in welk eene gedaante hy de minste omtuininge te maaken heeft, of in eene ronde, of in eene gelykzydig-agthoekige, of in eene vierkante, of in eene gelykzydig-Driehoekige, en hoe veel *Roeden elke omtuininge bedraagt?*

CCV. VOORSTEL.

In een Cirkel, wiens *Diameter* doet 30, is beschreeven een Raam of Rechthoek, welks lengte het drievoud is van deszelfs Breedte; in deezen Rechthoek is beschreeven eenen gelykzydigen Driehoek, zoo groot als mogelyk is. Vraage naar deszelfs Inhoud?

CCVI. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL, *en* H. VEEN.

Iemand neemt op Interest zekere ſom Rykſd. $\frac{1}{4}$ Jaar minder als het Pc. 's Jaars gerekend wierdt; na verloop van deezen tyd geeft hy 8 Grooten Interest meer dan Ryksdaalders. Wanneer men de getallen der Rykſd. en Grooten addeert, en daarvan 4 ſubſtraheert, de rest dubbeld neemt, zo komt 'er zo veel als het Capitaal was; en het *Product* ontſtaande uit het vermeenigvuldigde van de getallen van het Capitaal, Pc. 's Jaars, en der Jaaren, is 2850. Nu vraagt men naar het Capitaal en Interest? (*e*)

CCVII. VOORSTEL.

Door J. RUITER.

In eene belegerde Plaats, waar van de bezetting beſtondt in Duitſche, Engelſche, Hollandſche en Spaanſche Troupen, bevindt men, na dat de Stad ingenomen was, zoo veel Duitſche, Engelſche en Hollandſche gedood *minus* 620 Mannen, als Spaanſche; zoo veel Duitſche, Engelſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 460 Mannen, als Hollandſche; zoo veel Duitſche, Hollandſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 380 Mannen, als Engelſche; eindelyk zoo veel Engelſche, Hollandſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 500 Mannen, als Duitſche. Men vraagt hoe veel Duitſche, Engelſche, Hollandſche en Spaanſche Manſchappen in die belegering geſneuveld zyn? NB. Men eischt ook te toonen, dat het Antwoord goed is, en Proef houdt.

CCVIII.

(*e*) M. JELLEN, *Rekenk. Byzonderheden*, N. 130.

CCVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. J. Bouwens.

De Klok twaalf uuren zynde, ſtaan de beide Wyzers van een Horlogie vlak boven elkander in eene rechte lyn; men vraagt hoe laat het zyn zal, wanneer de Wyzers na twaalf uuren weder in eene rechte lyn vlak boven elkander zullen ſtaan?

CCIX. VOORSTEL.

Iemand ziek zynde, zendt 's morgens ten 8 uuren een Bode, (uur op uur gaande) 12 uuren ver, om den Doctor te haalen; maar na een paar uuren de ziekte heviger wordende, zendt hy een ander te paerd naar dien Doctor, welke 's avonds ten 8 uuren by den Zieken was. Men is begeerig te weeten, in welk een korten tyd hy de 24 uuren heeft afgelegd, hoe laat hy by den Doctor was, en wanneer hy de Bode te voet voorby reedt, en in zyne terugkomst weder ontmoette?

CCX. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. Creket.

Daar is een Regel van Drieën, welke aldus ſtaat: A Ellen kosten 8 Guld.; wat kosten B Ellen? komt C Guldens. Indien men C verdubbelt, zo komt 'er een *Quadraat* ten voorſchyn, welkers Wortel het tweevoud is van A; en als men B door het tweede Lid des Regels deelt, komt 'er voor de uitkomst de Vraage naar den Regel?

CCXI. VOORSTEL.

Een Koopman paſſeert door een Stad, vraagt onderweg hoe laat het is; hem wordt geantwoord, dat van der Zonnen opgang 17 uuren zyn; en zo hy wil weeten hoe laat het is, dat hy het een-derde van de voorledene uuren addeert tot de $\frac{2}{3}$ der toekomende, dat hy dan zal bevinden wat uur het geſlagen was. Men begeert hier uit te vinden, hoe laat het was toen de Koopman door die Stad paſſeerde?

CCXII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

Zo A aan B eens ſchuldig ſtond
Voor 6 Maanden agthonderd Pond;
En B aan A, voor negen Maanden
Net duizend Ponden ſchuldig ſtaande;
Zo A zyn ſchuld contant voldoet,
'k Vraag wanneer B betaalen moet?

CCXIII. VOORSTEL.

Als A aan B (*) een zek're ſom
Op Intreſt geeft, mits B weêrom
$\frac{2}{3}$ Som zal wedergeeven;
Met d'Intreſt op den eerſten Mey;

De

(*) Den 1 January 1788.

De reſt als 't Jaar ten einde zy;
Zo *B* dan gaf de ſom hier neven, (†)
En nog ten einde van het Jaar
Vierhonderd vyf en twintig Guldens; maar
Hoe veel gaf A op winst aan B,
En ook hoe veel Percent het deê?

CCXIV. VOORSTEL.

A is aan B ſchuldig een ſomme gelds, te betaalen $\frac{1}{3}$ in 17, $\frac{1}{7}$ in 36, en $\frac{1}{7}$ in 55 Maanden; B begeert dat A hem de geheele ſomme zal betaalen ten einde van 't derde Jaar (ſchoon hy dan $3\frac{17}{35}$ ℒ Vlaams daar by zoude verliezen). A zegt, zo gy my de voorsz. ſomme, en nog eens zo veel daar by wild leenen, en dat laaten gebruiken ten einde van 't zesde Jaar, zal ik in alles $965\frac{17}{35}$ ℒ Vlaams betaalen: B dit accordeerende, vraagt men, hoe veel de tweede Interest ten honderd in 't Jaar gerekend wordt, als de eerſte Interest is 10 ten honderd in 't Jaar? (*f*)

CCXV. VOORSTEL.

Tien Compagnons hebben te ſaamen ingelegd eene zekere ſom ℒ Vlaams, te weeten: als men addeert de $\frac{1}{3}$ des Inlegs van BCDEFGHIK tot den Inleg van A; ook zo men addeert de $\frac{11}{33}$ des Inlegs van ACDEFGHIK tot den Inleg van B; en de $\frac{42}{330}$ des

(†) $816\frac{2}{3}$ Guld.

(*f*) Zie diergelyke by M. VAN DYK, de laatſte in *Winſt en Verlies*.

des Inlegs van ABDEFGHIK tot den Inleg van C; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCEFGHIK tot den Inleg van D; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDFGHIK tot den Inleg van E; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEGHIK tot den Inleg van F; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEFHIK tot den Inleg van G; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEFGIK tot den Inleg van H; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEFGHK tot den Inleg van I; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEFGHI tot den Inleg van K, zo komt telkens hunlieder Winst. Vraage wat heeft elk ingeleid, en wat komt elk van de Winst? (g)

CCXVI. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Daar zyn twee getallen; wanneer men by elk één bydoet, en de ſommen met elkander vermeenigvuldigt, is het *Product* 20; en zo men by de *Cubus* van elk de eenheid voegt, is het beloop deezer *Colletten* 1820. Welke zyn die getallen?

CCXVII. VOORSTEL.

Van vier getallen in eene *Arithmetiſche Progreſſie* is de ſom der Vierkanten a (= 164), en het geduurig vermeenigvuldigde b (= 945). Welke zyn die getallen?

CCXVIII.

(g) *Zie* M. WILKENS, *Quantitatis* N°. 15.

CCXVIII. VOORSTEL.

Van vyf getallen in eene *Arithmetiſche Progreſſie* zyn de ſommen der eerſte, derde en vyfde magten als p, q, en r. Welke zyn die getallen?

CCXIX. VOORSTEL.

Het mogelyk kleinſte heel getal te vinden, dat in vier deelen x, y, z, en v gedeeld zynde, $x^m y^n z^r v^s$ een grootſte zy.

CCXX. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Van een gegeeven getal begeert men de Cyffers te verſchikken, zo menigmaal als 't mogelyk is, en alsdan het eerſte met alle de veränderde getallen te addeeren. Vraage hoe de *Formule* van die ſom te vinden is? (*h*)

CCXXI. VOORSTEL.

Door J. APPEL.

Drie Broeders hebben te ſaamen 11 Kinderen; A heeft 'er tweemaal zo veel als C; het getal der Kinderen van A met dat van B vermeenigvuldigd, bedraagt 10 maal 't getal der Kinderen van C. *Hoe* veel Kinderen heeft elk van hen?

CCXXII.

(*h*) VENEMA *Algebra*, Editie van 1783. Beſluit N. 15.

CCXXII. VOORSTEL.

Door J. SWITSER JANSZ.

Daar is een Breuk, wiens Noemer 108 meer doet dan de Teller; als men deeze Breuk verkleint, zo doet de Noemer 6 meer dan de Teller, en zo men de Noemers en Tellers van de verkleinde en onverkleinde Breuken met malkander multipliceert, komt 'er 2683044. Wat is het voor een Breuk? (*i*)

CCXXIII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF.

Iemand koopt een Huis voor een getal Guldens, dat uit twee *Quadraaten* beſtaat, welkers Wortels te ſaamen vermeenigvuldigd een Pronik-getal voortbrengen, waar van de Wortel $4\frac{1}{2}$ maal in het kleinſte *Quadraat* begreepen is; en als men het *Quadraat* op het verſchil der *Quadraat*-Wortelen van het getal Guldens, die het Huis kost, aftrekt, reſt 'er $\frac{1}{7}$ van 't grootſte *Quadraat*. Vraage naar den Koop?

CCXXIV. VOORSTEL.

Door J. VISSER.

A en B zyn van een verſchillende ouderdom, doch A ouder dan B; als men hun beider Jaaren met malkander multipliceert, en het komende verdubbeld, dan is het komende het eerſte *Product*; en zo menieders ouderdom quadrateert, zyn die twee *Quadraaten* het tweede en derde *Product*: deeze drie *Producten* geaddeerd zyn gelyk 1764, en hunne Jaaren ſtaan tot elkander in reden als 2 tot 1. Vraage naar hun ouderdom?

CCXXV.

(*i*) HALKENS *Zinnen-Confect*, N. 115.

CCXXV. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is de ſom der drie zyden 30, en haar vermeenigvuldigde 780. Vraage naar de drie zyden ieder byzonder?

NB. *Diergelyk Voorſtel is reeds opgegeeven, zynde* N°. 77 *van dit* I. DEEL; *doch men verzoekt hier op eene andere bewerking.*

CCXXVI. VOORSTEL.

Door J. DE JONG.

Van een rechthoekigen Driehoek ABC is AB tweemaal zo veel als AC; indien men AB multipliceerd met AC, en van 't *Product* ſubſtraheert 3968, dan zal zulken reſt even zo veel zyn, als of men AC met 480 multipliceerde. Vraage naar dén Inhoud des Driehoeks? (*k*)

CCXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. TE VELTRUP.

Vind drie getallen wier ſom een *rationaal Quadraat*, en de ſom van hunne *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quadraat* zy? (*l*)

CCXXVIII.

(*k*) GIETERMAAKER *Schatkamer*, IV. Boek, N. 32.

(*l*) A. B. STRABBE *Inleid. tot de Mathem. Weetenſch.*, p. 251. N. 23. Zie ook VENEMA *Algebra*, Editie van 1783, Beſluit N. 11.

CCXXVIII. VOORSTEL.

Vier getallen te vinden, wier ſom een *rationaal Quadraat*, en de ſom van hunne *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quadraat* zy? (m)

CCXXIX. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. DE GELDER.

Vind drie getallen, zodanig; als men de ſom van de twee eerſten met het vierkant van het derde vermeenigvuldigt; de ſom van het eerſte en laatſte met het vierkant van het middelſte; en de ſom van de twee laatſten met het vierkant van het eerſte, de *reſpective Producten* zyn 80, 54, en 28? (n)

CCXXX. VOORSTEL.

Het getal *a* (31) in twee *Progreſſien* te verdeelen; elk van drie *Termen*, waar van de eerſte eene *Arithmetiſche*, en de laatſte eene *Geometriſche* is; het verſchil der *Arithmetiſche* is gelyk aan de *ratio* of reden der *Geometriſche*; de grootſte *Term* in de *Arithmetiſche* is gelyk aan de grootſte in de *Geometriſche*: indien men nu alle de *Termen* van de *Arithmetiſche* door de overeenkomſtige van de *Geometriſche* deelt (dat is, de kleinſte door de kleinſte, de middelſte door de middelſte, de grootſte door de grootſte), zyn de *Quotienten* in eene *Arithmetiſche Progreſſie*. Men vraagt welke die *Progreſſien* zyn?

CCXXXI.

(m) A. B. STRABBE *Inleid. tot de Mathem. Weetenſch.*, pag. 251 N. 24.
(n) *Ibid.* pag. 257. N. 25.

CCXXXI. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL *en* H. VEEN.

Iemand neemt eenige Ryksd. à zekere pCt. des Jaars op Interest. Na eenige Jaaren betaalt hy Capitaal en Interest in Ducaaten à $\frac{1}{2}$ zo veel Ryksd. het ſtuk, als pCt. des Jaars Interest gerekend is; dus betaalt hy 127 Stuks en 1 Ryksd. 24 Gr. klein Geld. Indien men het zesvoud der Jaaren multipliceert met het Capitaal, komt 4500; maar het drievoud der pCt. des Jaars met het Capitaal gemultipliceerd, komt 4800. Vraage, hoe veel de Ducaat is waardig geweest, en hoe hoog het pCt. des Jaars Interest gerekend zy? (*o*)

CCXXXII. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door A. COR. RESPONDENT.

Een Boer vrieg aan een Rekenaar,
Zo hy tot tien Percent in 't Jaar
Intrest op Intrest had geſteld.
Zeshonderd Ponden Vlaams in geld;
Hoe lang dit wel op Intrest ſtond,
Dat hy ontfing agthonderd Pond?

CCXXXIII. VOORSTEL.

Iemand is ſchuldig te betaalen over een Jaar voor Capitaal en Interest 355 Guld. 17 Stuiv. 8 Penn.; zo hy 't Capitaal gehad heeft 3 Maanden tegen 8, en 9 Maanden tegen 10 ten honderd in 't Jaar, hoe veel is 't Capitaal geweest? (*p*)

CCXXXIV.

(*o*) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, N. 129.
(*p*) Zie de laatſte by MOTS *Arithmetica*.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Iemand heeft een vierkante Boomgaard, waar van elke zyde doet 7 Roeden 1 Voet, en is beplant met Aalbesſen- en Kruisbesſen-Boomen, te weeten 2 maal meer witte, en 3 maal meer roode Aalbesſen-Boomen, dan Kruisbesſen-Boomen, ſtaande 5 Voeten van malkanderen. Vraage hoe veel van elke ſoort daar op ſtaan? NB. *De Roede tot 12 Voeten gerekend.*

CCXXXV. VOORSTEL.

Iemand heeft een gelykzydige Driehoekige Boomgaard, waar van iedere zyde lang is 6 Roeden 4 Voeten, en is beplant met Aalbesſen- en Kruisbesſen-Boomen, te weeten, 4 maal meer roode, 3 maal meer witte, en 2 maal meer zwarte Aalbesſen-Boomen, dan Kruisbesſen-Boomen, ſtaande 4 Voeten van malkanderen. Vraage hoe veel van elke ſoort daar op ſtaan?

CCXXXVI. VOORSTEL.

Een roode *Piramide*, Kloot en *Cylinder* hebben elk eenen gelyken *Diameter*, en zyn van eene hoogte. Vraage naar de Proportie van hunne lighaamlyke grootte? (*g*)

CCXXXVII. VOORSTEL.

Door J. J. BOUWENS.

De Bombe (in VOORSTEL CXXXVIII.) van den Heer *Dreſſelhuis* zal op 15 of 75 Graaden 180 Roe-

(*g*) EVERSDYK *Geom. Quæstien*, N. 22.

Roeden, en op 25° 31′, of 64° 29′, 280 Roeden ver van 's Mortier geworpen worden. Men vraagt hoe lang die Bombe in die vier Gevallen onder weg zal zyn?

CCXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door J. PAUW.

Inscriptie tot Leeuwaarden.

De Figuur (hier onder nader beschreeven) is winkelrecht in A, B en C; AB en AD zyn even lang, zoo ook BC en CE; de *Area* of vlakke Inhoud is 3822 $\frac{1249}{12058}$: AB en BC doen te saamen 112 $\frac{9}{73}$; BC gemultipliceerd met 54 $\frac{54}{73}$, zal komen in wat Jaar en op welken Dag het fundament van dit huis gelegd is: en AB gemultipliceerd met 20, zal komen de tyd van 't Jaar en Dag, toen dit huis gemaakt was. Men begeert nu uit deeze Inscriptie te vinden, wanneer het fundament van dit huis is gelegd, en wanneer hetzelve is volbouwd geweest? (*)

Beschryving der Figuur.

Trek eene rechte lyn AB, en stel op het einde A derzelve een *Perpendiculair* AB = AD; voeg de punten B en D te saamen, en trek uit B, *parallel* aan AD, de rechte BC, doch niet zo lang als AD. Trek eindelyk uit C, *parallel* BA, de rechte CE, ontmoetende BD in E; dan is de Figuur gemaakt.

CCXXXIX. VOORSTEL.

Op een waterpas Veld staan twee Torens AB en CD; op de eene AB staat iemand in B met zyn oog

100

(*) Dit Voorstel, zegt de Opgeever, is my eens door zeker Vriend toegezonden, en door my opgelost.

100 Voeten boven den grond, en ziet van daar den anderen, (op welken een Beeld DE ſtaat,) van den grond tot aan het Beeld onder eenen hoek van 22 Gr. 30 Min., en het Beeld zelf onder eenen hoek van 4 Gr. 16 Min.: indien nu die Toren tot aan het Beeld hoog is 120 Voeten, als CD, vraagt men naar den afſtand AC der beide Torens, als mede naar de lengte van het Beeld DE?

CCXL. VOORSTEL.

Twee Scheepen A en B zyn by malkanderen op 2 Graaden lengte, en 42 Graaden Zuider-Breedte; zeilen van daar, B tuſſchen 't Zuiden en Zuid-West, en A tuſſchen 't Zuid-West en West, tot dat ze beiden komen op 46 Graaden Noorder-Breedte; doch 8 Graaden 16 Minuten in Lengte verſchillen: zo nu de Koershoek tuſſchen beiden is 4 ſtreeken, vraagt men wat Koers en Verheid ieder gezeild heeft, en op wat Lengte zy gekomen zyn?

CCXLI. VOORSTEL.

Door S. Graaf.

Twee getallen te vinden in reden als 1 tot 5: zo men het *Quadraat* van 't kleinſte trekt van den *Cubic* des kleinſten, reſt 'er een *rationaal Quadraat*, wiens Wortel met 2 vermeenigvuldigd gelyk het grootſte getal + 10 is?

CCXLII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. Visser.

Drie Scheepen A, B en C liggen A en C recht Oost en West van malkander 28 Mylen, en B ligt benoorden dezelven van A 30 Mylen, en van C 26 My-

Mylen. Vraage hoe veel Mylen ieder Schip zal moeten zeilen, om by malkander in één punt te komen, als ieder evenveel Mylen zeilt?

CCXLIII. VOORSTEL.

Als de Koers en Vaart van een Schip Zuid-West 36 Mylen is, en de loop van den Stroom in denzelfden tyd N. N. West 26 Mylen. Vraage naar de behouden *Koers en Verheid*, veranderde Breedte, en afwyking van den *Meridiaan*?

CCXLIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door J. BOLTEN.

In een Driehoek ABC doet AB 13, BC 14, AC 15. Men begeert het punt E zodanig te zetten, dat de drie *Perpendiculairs* EF, EG, EH tegen elkander in dubbele Proportie ſtaan. Hoe veel Antwoorden kan men hier op vinden, en hoe lang zyn deeze *Perpendiculairs* in ieder geval byzonder? (r)

CCXLV. VOORSTEL.

Iemand heeft in een regthoekigen Driehoek den *Baſis* op 7 genomen: vraage hoe hy daar toe eene *rationaale Cathetus* zal vinden, waar door de *Hypothenuſa* van deezen Driehoek ook *rationaal* wordt? (s)

CCXLVI.

(r) HALCKEN's *Zinnen-Conſeil*, N. 129.
(s) MEISSNER's *Konſtheten*, Aanhang N. 283.

CCXLVI. VOORSTEL.

Vind twee Lynen in eenen Cirkel, waarvan ieder met de beide einden den omtrek raakt, en die ook elkanderen zo doorsnyden, dat dezelve deelen niet alleen *rationaal* zyn, maar ook te gelyk door *rationale Quadraat*-getallen uitgedrukt worden. Vraage naar de beide Lynen en haare deelen? (s)

CCXLVII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Terwyl door zekere meeting, te *Groningen* gedaan, St. Martini-Toren 363 Voeten, de Aa-Toren 265 Voeten hoog, en hunnen Affstand 760 Voeten bevonden is; zo vraagt men, hoe ver het gezicht van dien Persoon, die eens op Martini-Torens Paerdt zat, van dien top des Aa-Torens was, als men zyn gezicht 3 Voeten boven het Paerd verheven stelt te zyn?

CCXLVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door G. SCHUT.

Een Koopman A belooft aan B te zullen geeven f 6000, mits dat B 'er by legt f 1500, dan zal hy hebben $\frac{1}{4}$ van de Winst. Indien nu B maar bylegt f 1000, en $\frac{1}{8}$ van de Winst heeft, hoe veel heeft A dan ingelegd?

CCXLVIII.

(s) MEISNER's *Konstboek* N. 277.

CCXLVIII. VOORSTEL.

Laat van den Drieëhoek ABC bekend zyn de hoek A 59° 29', de *Basis* BC 14, en het verschil van de opstaande zyden AB en AC, zynde BK, doet 5. Vraage naar de gemelde opstaande zyden AB en AC?

CCXLIX. VOORSTEL.

Een Boer neemt een Knecht aan voor den tyd van 7 Jaaren, mits zulkende winnen 60 *Gl.*, en als hy op het einde van het derde Jaar vertrekt zal dan toegeeven 40 *Gl.* aan zyn Baas, vermits zyn dienst verbeterd in eene *Arithmetische Progressie*. Zo het nu gebeurt dat ze scheiden met geslotten beurse, vraagt men op wat tyd zulks geschiedt, en naar hunne conditie?

CCL. VOORSTEL.

Twee Persoonen zyn van eenen verschillenden ouderdom. Wanneer men hunne Jaaren te saamen addeert, komt een *Quadraat*, welks Wortel is het verschil van hunne Jaaren; en zo men hunne Jaaren ieder byzonder quadrateert, en die *Quadraaten* saamen addeert, komt 'er mede een *Quadraat*, welks Wortel is 35. Vraage naar ieders ouderdom?

SLOT-QUESTIE.

Door H. Rakers Pietersz.

Eenige Persoonen hebben eene som gelds te deelen. De eerste neemt *a* Guldens, en van de rest nog

het $\frac{1}{p}$ deel; de tweede neemt van de rest $a + b$ Guldens, en van dat 'er overblyft ook het $\frac{1}{p}$ deel; de derde neemt van het overblyvende $a + 2b$ Guldens, en van de reſt het $\frac{1}{p}$ deel, en zo vervolgens, ieder telkens b Guldens meer dan de voorgaande. Zo nu na zodanige deeling bevonden wordt, dat ieder even veel ontfangen heeft, vraagt men 1°. hoe veel Perſoonen 'er zyn geweest, en hoe veel ieder voor zyn deel heeft ontfangen? 2°. Zo na eene Wiskundige berekening van dit Voorſtel blykt, dat de ſommen, welke de Perſoonen de eerſte maal na zich neemen, alvoorens ieder een gelyk deel van 't overblyvende te ontfangen, van de eerſte tot de laatſte in eene *Arithmetiſche Progreſſie* ſtaan, vraagt men naar 't Bewys?

EINDE VAN HET EERSTE DEEL.

NAAMLYST

DER

LEDEN VAN HET GENOOTSCHAP,

Welke dit I. DEEL *der* WISKUNSTIGE VERLUSTIGING *met nuttige* VOORSTELLEN *begunstigd hebben; met aanwyzing wat door ieder van hun is voorgesteld.*

B. J. B. C. VAN DER AA, N. 48.

J. ACQUOY, N. 129-134, 143-146.

D. ARNMEY, N. 44.

A. ALBLAS, N. 29.

J. APPEL, N. 203, 221.

J. J. BERGHAUS, N. 75, 81.

J. BOLTEN, N. 9, 23, 37, 38, 52, 53, 110, 127, 128, 164-166, 196, 197, 244-246.

Js. BOLTEN JANSZ., N. 69, 70.

J. J. BOUWENS, N. 208, 209, 237.

P. VAN BRECHT, N. 4, 28, 41, 59, 64, 65, 82, 89, 228.

C. BREEVILT, N. 3.

H. L. BRONIUS, N. 8, 46.

J. CLAUSET, N. 13, 43, 54.

A. CORRESPONDENT, N. 111-123, 155-158, 181, 182, 189-191, 212-215, 232-236.

J. CREKET, N. 210, 211.

J. DEN DEKKER, W.Z., N. 124, 171.

G. DIEPENHORST, N. 14, 45, 66.

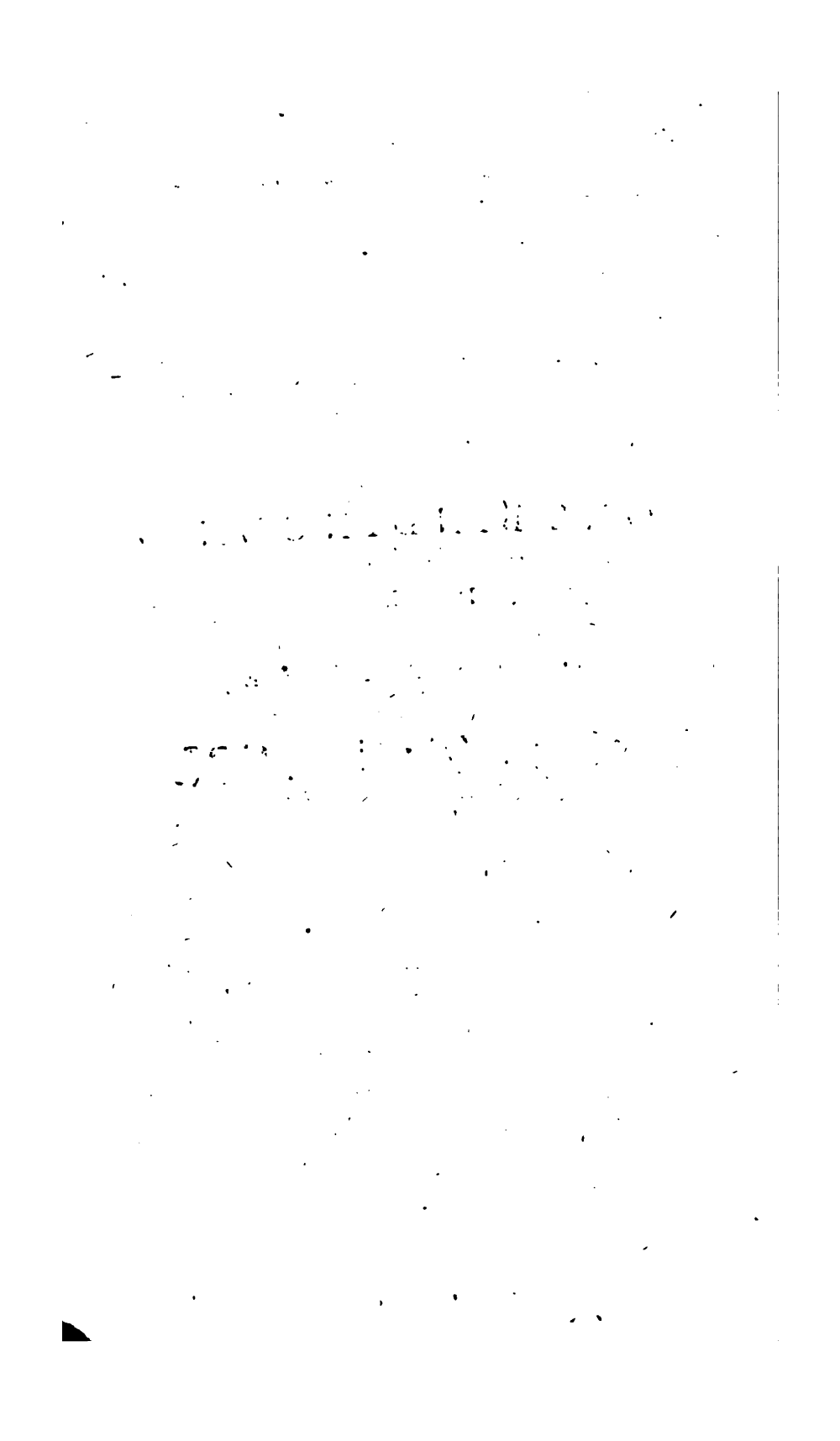
C. VAN DIEST, N. 12.

H. DRESSELHUIS. N. 2, 18, 20, 22, 27, 74, 79, 96, 104-106, 138, 139.

GE-

GEZELSCHAP TE HOORN, (*Het*) N. 42, 51, 58, 63, 103, 137, 152, 160-162, 194, 195.
J. DE GELDER, N. 33, 50, 55, 56, 97, 100, 140, 141, 148-151, 159, 178-182, 208, 211, 218-219, 229, 230.
S. GRAAF, N. 93, 223, 241.
C. HOEKE BARENDSZ. N. 36, 185, 186.
J. DE JONGH, N. 72, 85, 95, 173-176, 202, 226.
J. KNEPPEL, N. 39, 47, 90, 206, 231.
J. B. NOORDINK, N. 125.
J. VAN DER OORT, N. 34, 98.
J. PAUW, N. 35, 57, 80, 142, 183, 204, 205, 238-246.
C. PHILIPS J. Z. N. 14, 16, 87, 88, 92, 102, 147, 198.
H. RAKERS PIETERSZ. N. 15. en *Beslaite Questie.*
P. ROMOND, N. 62.
J. RUITER, N. 78, 153, 154, 207.
G. SCHUT, N. 5, 73, 77, 86, 126, 248-250.
Simplex, N. 68, 163.
A. B. STRABBE, N. 1, 49, 71, 91, 172, 192, 193, 220.
R. SWARTWOLD, N. 17, 26, 32.
J. SWITSER JANSZ. N. 101, 177, 184, 222.
H. VIEN, N. 109, 206, 231.
J. TE VELTRUP, N. 10, 25, 40, 60, 61, 67, 227, 228.
J. VERTON, N. 76.
J. VISSER, N. 167-170, 199, 224, 242, 243.
A. VRYER, N. 21, 94.
M. JELLEN ZUIDHOF, N. 6, 7, 19, 24, 31, 39, 83, 84, 90, 107, 108, 135, 136, 187, 188, 247.

ONTBINDINGEN
DER
VOORGAANDE
VOORSTELLEN.



ONTBINDINGEN

DER

VOORSTELLEN;

Welke in dit Iſte Deel *der* WISKUNSTIGE VERLUSTIGING *van het Genootſchap der Mathematiſche Weetenſchappen, onder de Spreuk:* Een onvermoeide arbeid komt alles te boven, *te vinden zyn.*

I. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Om dit Voorſtel vollédig op te losſen, zal ik de volgende *Lemmata* vooráf laaten gaan.

I. LEMMA. *Fig.* 1.

De Vierkants-Wortels uit dé helft der Sinus Verſus, *en uit de helft der* Sinus Verſus *van het Supplement eens Boogs zyn reſpectivelyk gelyk aan de* Sinus *van de helft, en de* Sinus *der helft van het Supplement deezes Boogs, mits men voor de Radius de eenheid ſtelle.*

BEWYS.

Laat BE een Boog naar welgevallen verbeelden, waar van CE het *Complement*, en DE het *Supplement* zy; BF de helft der Boogs BE, GE de *Sinus*,

en AG de *Cosinus* van BE, EH en AH de *Sinus en Cosinus* van EF = FB = ½ BE. Trek dan de lyn DE; dan is deeze de dubbelde *Sinus* van de helfte des *Supplements* ECD. Nu is:

$$R^2 - Cos.^2 = \overline{EB}^2 - \overline{GB}^2 = \overline{EB}^2 - R^2 + 2R \times Cos. + Cos.^2$$

$$\overline{EB}^2 = 2R^2 - 2Cos. \times R.$$

$$\overline{\tfrac{1}{4}EB}^2 = \tfrac{1}{2}R^2 - \tfrac{1}{2}R \times Cos.$$

$$\tfrac{1}{2}EB = \sqrt{\tfrac{1}{2}R^2 - \tfrac{1}{2}R \times Cos.} = \sqrt{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}Cos.}, \text{ R = 1 ſtellende.}$$

Het eerſte dat te bewyzen was.

$$R^2 - Cos.^2 = \overline{DB}^2 - \overline{DG}^2 = \overline{DE}^2 - R^2 - 2R \times Cos.^2$$

$$\overline{DE}^2 = 2R^2 + 2R \times Cos.$$

$$\tfrac{1}{2}\overline{DE}^2 = \tfrac{1}{2}R^2 + \tfrac{1}{2}R \times Cos.$$

$$\tfrac{1}{2}DE = \sqrt{\tfrac{1}{2}R^2 + \tfrac{1}{2}R \times Cos.} = \sqrt{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}Cos.},$$
als R = 1 is.

Het tweede dat te bewyzen was.

II. LEMMA. *Fig.* 2.

De ſom en het verſchil der Coſeſtus *en* Coangens *van een Boog zyn reſpectivelyk gelyk aan de Tangens van de helft deezes Boogs, en van de helft van het Supplement deezes Boogs.*

BEWYS.

Laat BD een Boog, BW = WD de helft deezes Boogs verbeelden, CD het Complement van dien-

zel-

zelven, BE en AE de *Tangens* en *Secans* van DB, en CF en AF de *Cotangens* en *Cofecans* van den Boog DB, CH en AH de *Tangens* en *Secans* van CW = de helft van het *Supplement* des Boogs DB. Dan is:

$\angle CHA = \angle HAB$
Maar $\angle FAH = \angle HAB$ Ond.

$\angle CHA = \angle FAH$
Dus $AF = FH$,
en derhalve *Tang.* $CW = Cofec.\ DB + Cot.\ DB$.

Het eerſte dat te bewyzen was.

Neem nu $MH = a\ CF$; dan is $CM = AM - CF$.
Voorts is $\angle CMA = \angle MAB = \angle CAH$
$\angle MAH = \angle MAH$

$\angle CAM = \angle GAB$
Dus $GB = CM$,
en derhalve *Tang.* $BG = Cofec.\ CD - Cot.\ CD$.

Het tweede dat te bewyzen was.

OPLOSSING.

Laat (*Fig. 3*) *AB* de gegeeven balk zyn, BC de verticaale balk, op welken de eerſte AB rusten moet.

Men ziet terſtond, dat 'er twee byzondere gevallen kunnen plaats hebben. 1°. De balk AB kan *horizontaal* op CD rusten, of liever met denzelven eene *horizontaale* ſtelling hebben. 2°. Of hy kan met den *Horizon* eenen zekeren hoek hebben. Het tweede geval zullen wy eerst oplosſen; om dat het algemeen is, en het eerſte daar uit afgeleid kan worden.

Om alle mogelyke eenvoudigheid van denkbeelden der oplosſinge toe te brengen, zullen wy den balk AB als een hefboom, beſtaande uit eene onbuigbaare lyn zonder gewigt, beſchouwen, en ſtellen, dat aan de uiteinden deszelven gewigten opgehangen zyn, die op elkander dezelfde werking hebben, welke de deelen BC en AB des balks door hunne natuurlyke zwaarte op elkanderen oeffenen. Dat men nu in de beſchouwing, zoo wél als in het werkdaadige, Vraagſtukken van die natuur tot het geval van de werking der lasten op eenen onbuigbaaren Hefboom kan overbrengen, weet elk één. Dan dewyl de hoegrootheid der werking des balks om te daalen op den ſtaat van ons vraagſtuk geen invloed heeft, gelyk by de oplosſing zelve blyken zal, zullen wy hier niets meer van zeggen.

Laat dan, om ter zaake te komen, (*Fig.* 4.) CD den verticalen balk verbeelden, AB den Hefboom, op welken de gewigten A en B, om het punt C, als een vaste ſteunpunt, werken. Stel de werking van het gewigt B op den arm BC des Hefbooms grooter te zyn, dan de werking van het gewigt A op den anderen arm AC deszelven. Het is dan de arm CB, die, door zyne overwinning op AC geneigd zynde te daalen, door een ſchoor *mn* zal moeten ondersteund worden.

Het is klaar, dat hoe digter het punt *n* van de ſchoor *mn*, waar op de arm CB van den Hefboom rust, by het einde B van dien arm CB zich bevindt, het lighaam of gewigt B minder geneigdheid zal hebben, om zich om het punt *n* als een ruſtpunt te beweegen, en dus ook minder geneigd zál zyn, om den arm A*n* van den Hefboom AB, nu om *n*, als een ſteunpunt, beweegbaar beſchouwd zynde, van het punt C te doen verwyderen.

De ondersteuning van den Hefboom AB zal derhalven grooter worden, naarmaate de werking der kracht van het lichaam B om te daalen (die volgens de

de *Werktuigkunde* = CB × B − AC × A is) op het punt *n* kleiner of minder wordt: om dat, hoe digter *n* by B geplaatst wordt, de drukking van B op *n* minder wordt.

Van deeze natuurlyke oorzaak is het alleen niet, daar in ons geval de hoegrootheid der drukking van afhangt: maar hier komt een tweede omſtandigheid in aanmerking: de ſchuinsheid der werking van den arm CB des Hefbooms op de ſchoor *mn*. Het gewigt B werkt op het punt *n* in eene richting, die *rechthoekig op CB* is, en met *mn* de hoek *mn*E der ſchuinsheid van de werking op *n* maakt. De volkomen werking van het gewigt B op *n* is dus gelyk aan de rechte werking, gedeeld door de *Coſinus* van den hoek der ſchuinsheid van deeze werking. Deeze volſtrekte werking is het, die een kleinſte moet zyn, *op* dat de onderſteuning een grootſte zy.

De aart en natuur der zaake beſchouwd hebbende, zullen wy tot de berekening zelve overgaan.

Stel (*Fig.* 4 *en* 5) *Sin.* ∠BCD = *a*, de gegeevene ſchoor *mn* = *b*, AC = *c*, CB = *d* het gewigt A = *p*, het gewigt B = *q*; alle ſtandvastige grootheden. Stel *Sin.* ∠*Cnm* = *x*, eene veranderlyke grootheid.

Dit geſteld zynde, is volgens de Gronden der Driehoeksmeeting *Coſ.* ∠ *BCD* = $\sqrt{1-aa}$, *Coſ.* ∠*Cnm* = $\sqrt{1-xx}$ en *Sin.* (∠BCD + ∠*Cnm*) = *Sin.* ∠*Cmn* = $a\sqrt{1-xx}+x\sqrt{1-aa}$. (Zie STEENSTRA *Grondbeginſels der Meetkunde* 1 *gev.* 5 *Prop.* 7 *boek*).

Daarenboven is volgens de gronden der Driehoeksmeeting,

Sin. ∠BCD : *Sin.* ∠*Cmn* :: *mn* : *Cn* of *Anal. Termen.*

$$a:a\sqrt{1-xx}+x\sqrt{1-aa}:b:Cn=b\sqrt{1-xx}+\frac{bx}{a}\sqrt{1-aa}.$$

Door de gronden der *Werktuigkunde* is de kracht van het lighaam B om te daalen $= dq - cp$, eene ſtandvastige grootheid. Door deeze zelfde gronden is het bekend, dat de werking van deeze bepaalde kracht op het punt n gelyk aan het *product* van die kracht met den arm CB des Hefbooms, en gedeeld door Cn, den afſtand die dat punt n van het ruſtpunt C heeft.

en dus $= \dfrac{ddq - cdp}{b\sqrt{1-xx} + \frac{bx}{a}\sqrt{1-aa}} =$

$\dfrac{a(ddq-cdp)}{b} \times \dfrac{1}{a\sqrt{1-xx} + x\sqrt{1-aa}}$ de rechthoekige werking van den Hefboom op n.

Deeze door de *Caſ.* van den hoek der ſchuinsheid deelende, welke $Caſ. = Sin. \angle Cnm = x$ is, heeft men de volkomene werking van den Hefboom op n; naamelyk

$$\frac{a}{b} \times \overline{ddq - cdp} \times \frac{1}{ax\sqrt{1-xx} + xx\sqrt{1-aa}},$$

Deeze uitdrukking moet derhalven een kleinſte zyn, of, om dat $\frac{a}{b} \times (ddq - cdp)$ eene functie van ſtandvaſtige grootheden is, $ax\sqrt{1-xx} + xx\sqrt{1-aa}$ een grootſte.

Hier van de *differentiaal* neemende, heeft men

$$\frac{a.(xdx - 2x^3dx)}{\sqrt{(x^2-x^4)}} + \frac{2x^3dx - 2aaxdx}{\sqrt{(x^4-aax^4)}} = 0.$$

Of

$$\text{Of } \frac{b\,(1-2x^2)}{\sqrt{(1-x^2)}} + 2x\sqrt{1-aa} = 0.$$

$$b\times(1-2x^2) = -2x\sqrt{1-aa}.\sqrt{1-xx}.$$

Of, verder herleid zynde,

$$x^4 - x^2 = -\tfrac{1}{4}aa$$
$$\tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{4}$$
$$x^4 - x^2 + \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{4}\times\overline{1-aa}$$
$$x^2 = \tfrac{1}{2} = \pm\tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2}-aa}$$
$$x = \sqrt{(\tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{1-aa})}$$

Maar de vierkants-wortel uit de helft der *Sinus Verſus*, en der *Sinus Verſus* van het *Supplement* deezes boogs, zyn reſpectivelyk aan de *Sinus* en *Coſinus* van de helft deezes boogs gelyk, mits men de *Radius* $= 1$ ſtelle. (Zie *Bewys*, LEMNA I.)

Indien men nu in de verkreegene *Formule* het teken *plus* gebruikt, zal men bevinden, dat *Sin.* $\angle Cnm$ gelyk is aan den vierkants-wortel uit de *Sinus Verſus* van het *Supplement* van den $\angle C$, en dus $\angle Cnm = \frac{1}{2}$ *Suppl.* $\angle C$; waar uit volgt, dat $\angle Cnm = \angle Cmn$, of, dat op het zelfde uitkomt, $Cn = Cm$ zyn moet.

Maar indien men in de verkreegene *Formule* het teken *min* gebruikt, dan zal bevonden worden $\angle Cnm = \frac{1}{2}C$, om dat de Vierkants-wortel uit de helft der pyl eens boogs aan de *Sinus* van de helft des boogs gelyk is. Waar door men ziet, dat de Vraag twee oplosſingen toelaat.

TWEEDE OPLOSSING.

Om de nuttigheid, die de overklimmende Wiskunde op Natuurkundige Vraagſtukken heeft, by deeze gelegenheid aan te toonen, zal ik hier nog de navolgende berekening byvoegen.

Stel (*Fig.* 4 *en* 5) $\angle C = a$, de ſchoor $mn = b$, enz. en $\angle Cnm = x$, voor het overige dezelfde grootheden als in de voorgaande berekening behoudende; dan is *Sin.* $(\angle C + \angle Cnm) = Sin. \angle Cmn = Sin.\ a \times Cof.\ x + Sin.\ x \times Cof\ a$. (1 gev. 5 prop. van STERNSTRA) Voorts als in de voorgaande oplosſing te werk gaande, vindt men, dat *Sin. a. Sin.* $x \times Cof\ x + Cof.\ a \times Sin.\ m\ ^{2}x$ een grootſte moet zyn. Hier van de *differentiaal* neemende, h eeft men

$Sin.\ a \times (Cof.^{2}x dx - Sin.^{2}x dx) + 2\ Cof.\ a \times Sin.\ x \times Cof.\ x dx = 0$ (*).

Dus $Sin.^{2}x - Cof.^{2}x = \frac{2\ Cof.\ a}{Sin.\ a} \times Sin.\ x \times Cof.\ x.$

Dat is $Sin.^{2}x - Cof.^{2}x = 2\ Cot.\ a \times Sin.\ x \times Cof.\ x.$ (†)

$$\frac{Sin.^{2}x}{Cof.^{2}x} - 1 = 2\ Cot.\ a \times \frac{Sin.\ x}{Cof.\ x}.$$

Of

(*) Hoe zulke *Tranſcendent*-grootheden gedifferentieerd worden, kan men onder anderen zien in J. FAS *Differentiaal-Rekening*. Iſte Afd. IIde Hoofdſt.

(†) Zie hier over STERNSTRA *Grondbeginſels der Meetk.* in de gevolgen op de 3 prop. des VIIden Boeks, of DE LA LANDE *Sterrekunde*.

Of $Tang.^2x + 1 = 2\,Cot.a \times Tang.x$.

$$Tang.^2x - 2\,Cot.a \times Tang.x = 1$$
$$Cot.^2a \qquad\qquad = Cot.^2a$$

$$Tang.^2x - 2\,Cot.a \times Tang.x + Cot.^2a = 1 + Cot.^2a$$
$$= Cosec.^2a$$
$$Tang.x - Cot.a = \pm Cosec.a$$
$$Tang.x = Cot.a \pm Cosec.a.$$

Maar in het tweede *Lemma* is beweezen, dat de ſom van *Coſecans* en de *Cotangens* eens boogs gelyk is aan de *Tangens* van de helft des *Supplements* deezes boogs of hoeks, en dat het verſchil van de *Coſecans* en *Cotang.* van een boog gelyk is aan de *Tangens* van de helft deezes boogs.

Indien men dan in de verkreegene *Formulae* het ſtellig teeken gebruikt, ziet men, dat $\angle Cnm = Cmn$ zyn moet: maar indien men het ontkennend teken beezigt, ziet men, dat $\frac{1}{2}\angle C = \angle Cnm$, even als door de voorgaande tekening bepaald is. De ſtelling van de ſchoor mn is derhalven hier door bepaald.

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien $\angle C = 90°$ is, zal de ſchoor mn maar eene ſtelling met de gegeevene balken hebben; want $Cotang.\ a = 0$, $Tang.\ x = Cot.\ a = 1$ zyn $= Tang.\ 45°$. Insgelyks ook in de eerſte oplosſing zal alsdan $\sqrt{1 - aa} = 0$ zyn, dus $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Waar uit dan de waarheid van het geſtelde op nieuw blykt.

II. VOORSTEL. Fig. 6.

Door C. BREEVILT, *waar mede de Opgeever overëenkomt.*

Laat de *Diameter* des Cirkels AB $= 2a$ zyn.

Stel de *Abscisse* AP $= x$, en de *Ordinaat* PM $= y$; dan is van den *Parabool* MAm de *Parameter* P $= \frac{yy}{x}$

Zie *Toepassing der Algebra op de hooge Meetkunde* §. 59. en de Inhoud des *Parabools* MAm $= \frac{2}{3}xy$. *Ib.* §. 64.

Ook is door de Vergelyking des Cirkels $y^2 = 2ax - x^2$,

Derhalve is door het Voorstel

$y^2 = 2ax - x^2$, en $\frac{2}{3}xy$ een *Maximum*.

Gediff. is $2y\dot{y} = 2a\dot{x} - 2x\dot{x}$ en $\frac{2}{3}x\dot{y} + \frac{2}{3}x\dot{y} = 0$.

$$\dot{y} = \frac{a\dot{x} - x\dot{x}}{y} \qquad \frac{2}{3}x\dot{y} = -\frac{2}{3}\dot{x}y$$

$$\dot{y} = -\frac{\dot{x}y}{x}$$

Derhalven $\frac{a\dot{x} - x\dot{x}}{y} = -\frac{\dot{x}y}{x}$

$$x^2 - ax = yy$$

Maar $2ax - x^2 = yy$

Derhalven $x^2 - ax = 2ax - x^2$

$$2x^2 = 3ax.$$

De

De *Abſciſſe* AP $= x = \frac{1}{2}a$

Hier door de *Ordinaat* PM $= y = \sqrt{2ax - x^2} = \sqrt{\frac{1}{2}aa - aa}\sqrt{\frac{1}{4}}$

de *Parameter* $p = \frac{yy}{x} = \frac{1}{2}a$,

en de Inhoud des *Paraboels* $\frac{2}{3}xy = \sqrt{3a^4} = aa\sqrt{3}$.

ANDERS. *Fig.* 7.

Door J. DE GELDER.

Laat ABC den halven Cirkel verbeelden, welkers *middenpunt is* M, en Middellyn AB $= a$, ADC de ingeſchreeven *Parabool* is denzelven, welkers Inhoud een *Maximum* zyn moet.

Sel AD $= x$, dan is DB $= a - x$.

Volgens de eigenſchap van den Cirkel heeft men

$AD \times DB = \overline{CD}^2$, of in *Analytiſche* Termen

$ax - xx = \overline{CD}^2$

$xx = \overline{AD}^2$

——————————— verm.

$ax^3 - x^4 = \overline{CD}^2 \times \overline{AD}^2$

Dewyl nu $\overline{AD}^2 \times \overline{AD}^2$ het *quadraat* is van AD×CD, dat is het *quadraat* van den rechthoek om den *Paraboel* beſchreeven, en de Inhoud van een *Parabool* tot deszelfs omgeſchreeven rechthoek altyd eene ſtandvastige reden heeft, als 3 tot 4; zoo zal, de inhoud van den *Parabool* een *Maximum* zynde, ook de rechthoek

hoek, om dezelve beſchreeven, als mede het *quadraat* van dien rechthoek, een *Maximum* zyn.

Derhalve $3ax^2\dot{x} - 4x^3\dot{x} = 0$

$$3a = 4x$$

$$a = \tfrac{1}{3}a$$

Dat is, men zal x gelyk drie vierde van de middellyn neemen, ſtel in D, en uit D den *Ordinaat* CD trekken, en op AD als As, met BD als *Parameter*, den *Parabool* ADC beſchryven, die den omtrek van den Cirkel in C ſnyden, en in A raaken zal; waar van ADC binnen den Cirkel zal vallen.

1o Hy zal, zeg ik, den Cirkel in C ſnyden: want, ſtel dat hy den Cirkel in C niet ſneedt, dan zou de *Ordinaat* CD ergens in *c* ſnyden; door de eigenſchap van den Cirkel heeft men $AD \times BD = \overline{CD}^2$, en door die van den *Parabool* $AD \times P = AD \times BD = \overline{Dc}^2$; dus $CD = Dc$; dat is *c* zal in C vallen; en dus zal de *Parabool* den Cirkel in C ſnyden.

2o. Hy zal den omtrek van binnen in A raaken, en ADC zal binnen den omtrek liggen: dat dit waar zy, blykt: want trek uit eenig punt E, in den as of middellyn den *Ordinaat* EG des Cirkels, die de *Parabool* in F ſnydt: dan is door de eigenſchap des Cirkels $\overline{EG}^2 = AE \times EB$, en door de eigenſchap des *Parabools* $\overline{EF}^2 = AE \times P$. Nu is $AE \times EB > AE \times P$, om dat EB > BD of P is, uit de figuur: derhalve $\overline{EG}^2 > \overline{EF}^2$ of $EG^2 > EF$; dat is F zal binnen den omtrek vallen.

Dewyl nu zulks plaats heeft in alle de punten van AD, behalven in A en D zelve, zal de *Parabool* den Cirkel in A raaken, en ACD binnen den omtrek liggen.

Dit

Dit bepaald zynde, zal het 'er nu alleen maar op aankomen, om, volgens den eisch der vraag, den *Parameter*, *Ordinaat* (de *Abſciſſe* is reeds bepaald gelyk $\frac{1}{4}a$) en den *Inhoud* te vinden.

1°. Nademaal DB = P is, en DB = AB − AD = $a - \frac{1}{4}a$ is ook $\frac{3}{4}a$. Dat is de *Parameter* is gelyk aan $\frac{3}{4}$ van de Middellyn.

2°. AD × DB = CD^2, of $\frac{1}{4}a \times \frac{3}{4}a = \frac{3}{16}a^2$.

Dus CD = $\frac{1}{4}a\sqrt{3}$.

Dat is, de *Ordinaat* is gelyk aan den *Parameter* vermeenigvuldigd met $\sqrt{3}$.

3°. ADC = $\frac{1}{2}$AD × DC = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}a \times \frac{1}{4}a\sqrt{3} = \frac{3}{32}aa\sqrt{3}$ den Inhoud van den *Paraboel*.

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien men het toppunt A van den *Paraboel* of Cirkel, en het punt C, alwaar deeze kromme lynen elkander ſnyden, door AC verëenigt, zal ACD de mogelyk grootſte Driehoek zyn, die in een Cirkel op die wyze kan worden beſchreeven.

III. VOORSTEL. *Fig.* 8.

Door den Opgeever, en J. DE GELDER.

Stel AB = P = *a*
BD = Q = *b*
CD = R = *c*, bekende grootheden
en AD = *x* de onbekende.

Dus

Dan is, volgens de gronden der Meetkunde,

$$AD(a) : DC(c) :: AB(a) : BC = \frac{ac}{x}$$

Voorts $BD^2 + CD \times AD = CB \times AB$

Of $bb + cx = \frac{aac}{x}$

Of $xx + \frac{bb}{c} x - aa = o$, eene Vergelyking van de tweede magt, welke met behulp van den Cirkel kan worden opgelost.

CONSTRUCTIE. *Fig.* 9.

1° Trek eene rechte lyn naar welgevallen, en neem op dezelve $AB = R = c$.

2° Trek uit B een *perpendiculair* BC naar welgevallen, en neem op dezelve $BC = Q = b$, en voeg de punten A en C door de lyn AC te saamen.

3° Trek uit C een *Perpendiculair* op AC, die de eerst genoomene lyn of derzelver verlengde ontmoet in D; deel BD in E midden door, en beschryf uit E als middelpunt, met BE als *Radius*, een Cirkel.

4° Neem, op het verlengde van BC, $BF = P = a$, en trek uit F door E, het middelpunt van den Cirkel, een lyn die den omtrek des Cirkels in G en H snydt: dan zyn FG en FH de wortelen der Vergelykinge.

5° Neem in BD, $BI = FG$, en beschryf uit B, als middelpunt, met BC als *Radius*, als mede uit I, met $BF = P$ als *Radius*, twee cirkelboogen, die elkander in K snyden.

6° Eindelyk trek uit de punten A, B en I, tot het punt K, de lynen AK, BK en KI; dan zal ABI de begeerde Driehoek zyn.

Die te vinden was.

BE-

BEWYS.

Volgens de *Conſtructie* is ACD een rechthoekige Driehoek, waarin BC rechthoekig op AD ſtaat. Derhalve AB (c) : BC (b) :: BC (b) : BD $= \frac{bb}{c}$; en derhalve BE $=$ ED $=$ EH $=$ EG $= \frac{bb}{2c}$. Voorts is, door de eigenſchap des Cirkels, $\overline{BF}^2 = aa = FH \times FG = x + \frac{bb}{c} \times x$; of, herleid zynde, $xx + \frac{bb}{c}x = aa$. $= t$.

Dat te bewyzen was.

IV. VOORSTEL.

Door C. BREVILT, *en verſcheide anderen.*

LEMMA.

Van een rechthoekigen Driehoek is het Quadraat van de halve ſom der zyden min den Inhoud, gelyk aan den Rechthoek van de halve ſom der zyden en ſchuinſe.

Want, laat de rechthoekzyden $= a$ en b, en de ſchuinſe $= c$ zyn.

Dan is de ſom der zyden $s = a + b + c$,

en de Inhoud $P = \frac{ab}{2}$.

Derhalve $\frac{1}{2}s = \frac{a+b+c}{2}$

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}s\right)^2} = \frac{aa+2ab+bb+2ac+2bc+cc}{4}$

Maar $aa + bb = cc$

Derhalve $\sqrt{\left(\frac{1}{2}s\right)^2} = \frac{ab+ac+bc+cc}{2}$

$P = \frac{a}{2}$ afget.

$\frac{1}{2}s - P = \frac{ac+bc+cc}{2} = \frac{a+b+c}{2} \times c$

Hier uit vloeit deeze

OPLOSSING:

$a+b+c = 12$

$\frac{a+b+c}{2} = 6$

$\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2} = 36$

Inh. $P = 6$ afget.

$\frac{a+b+c}{2} \times c = 30$

$\frac{a+b+c}{2} = 6$

$c =$

$$\left.\begin{array}{l} c = 5 \\ a+b+c = 12 \end{array}\right\} \text{afget.}$$

$$a+b = 7$$

$$b^2 = a^2+b^2 = 25$$

$$4P = 4ab = 24$$

afget.

$$a^2-2ab+b^2 = 1$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\left.\begin{array}{l} a-b = 1 \\ a+b = 7 \end{array}\right\} \text{verg. en afget.}$$

$$2a = 8,\quad 2b = 6$$

$$2$$

$$a = 4,\quad b = 3$$

V. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER *en* J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEVER, J. TE VELTHUP, P. BRECHT, J. CLAUSET, J. PAUW, G. DIEPENHORST, J. SCHELLINKHOUT, K. AKER, HENDRIK VERM, N. CATENIUS, *en* J. DE GELDER *overëenkomen.*

Stel de Jaaren $= x$ en y;

Dan is $\sqrt{x+y} = x-y$ en $\sqrt{xx+yy} = 85$.

$$x+y = xx-2xy+yy \qquad xx+yy = 1225$$

of $x+y+2xy = xx+yy$

Derhalven $xx+yy+2xy=1225$
$xx+yy=1225$
verg.

Komt $2xy=2450$
$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$x+y+\frac{1}{2}=\frac{9801}{4}$

$x+y+\frac{1}{2}=\frac{99}{2}$

$x+y=\frac{98}{2}=49$

$x-y=\sqrt{x+y}=7$
verg. en afget.

$2x=56$, $2y=42$

$x=28$, $y=21$.

VI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER.

Stel de waarde van $a=6-x$
en die van $b=6+x$.

dan is $a^2=36-12x+x^2$,
$a^4=216-108x+18x^2-x^3$,
$b^2=36+12x+x^2$,
en $b^4=216+108x+18x^2+x^3$.

Hier

Hier mede de 2de gegeevene Vergelyking ontleed:

$a^3 = 216 - 108x + 18x^2 - x^3$
$9ab^2 = 1944 + 324x - 54x^2 - 9x^3$
$-6a^2b = -1296 + 216x + 36x^2 - 6x^3$

Saamen $864 + 432x - 16x^3 = 1568$
16

$54 + 27x - x^3 = 98$

$x^3 - 27x + 44 = 0$

Hier uit de waarde van x gezocht, zo is de Teerl. oplossing volbragt.

En om tot eene vierkante-Vergelykinge te komen,

Zo stel $x = y + 4$; en breng deeze nieuwe waarde in de voorgaande Vergelyking over,

Komt $y^3 + 12y^2 + 21y = 0$
y

$y^2 + 12y + 21 = 0$
verg. $15 = 15$

$y^2 + 12y + 36 = 15$
$\sqrt{\ }$

$y + 6 = \sqrt{15}$

$y = -6 \pm \sqrt{15}$
Derh. $y + 4 = x = -2 \pm \sqrt{15}$

Deeze 2 Wortelen $x + 2 - \sqrt{15} = 0$, en
$x + 2 + \sqrt{5} = 0$ verm. kome
$x^2 + 4x - 11 = 0$; deeze uitkomst in de Hoofdvergel. $x^3 - 27x + 44 = 0$ gedeeld,

Komt $x-4=0$, of $x=4$.

Derhalven $6-x=2=a$

en $6+x=10=b$.

VII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, *en* J. SCHEFFER.

$$x^4-18x^3-18x^2-18x+1=0$$

verg. $101x^2 \ldots = 101x^2$

$$x^4-18x^3+83x^2-18x+1=101x^2$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x^2-9x+1=\sqrt{101x^2}$$

$$x^2-9x-\sqrt{101x^2}=-1$$

$$x^2-9+\sqrt{101.x}=-1$$

verg. $4\frac{1}{2}+\sqrt{25\frac{1}{4}}$ = enz.

$$x^2-9+\sqrt{101.x}+4\frac{1}{2}+\sqrt{25\frac{1}{4}} = 44\frac{1}{2}+\sqrt{2045\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x-4\frac{1}{2}+\sqrt{25\frac{1}{4}}=\sqrt{44\frac{1}{2}+\sqrt{2045\frac{1}{4}}}$$

$$x=4\frac{1}{2}+\sqrt{25\frac{1}{4}}+\sqrt{44\frac{1}{2}+\sqrt{2045\frac{1}{4}}}$$

Of $x=4\frac{1}{2}+\sqrt{25\frac{1}{4}}-\sqrt{44\frac{1}{2}+\sqrt{2045\frac{1}{4}}}$

De twee waare wortelen.

Om nu de twee valſche wortelen, uit den grond, aan te toonen: zoo is kennelyk, dat de uitkomst by de eerſte Worteltrekking, ook op volgende wyze, konde geſteld worden:

$$x^2 - 9x + 1 = -\sqrt{101x^2}$$

$$x^2 + \sqrt{101} - 9 \cdot x = -1$$

verg. $\sqrt{25\tfrac{1}{4} - 4\tfrac{1}{2}}^2 = 45\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}$

$$x^2 + \sqrt{101} - 9 \cdot x + \text{enz.} = 44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x + \sqrt{25\tfrac{1}{4} - 4\tfrac{1}{2}} = \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

$$x = 4\tfrac{1}{2} - \sqrt{25\tfrac{1}{4}} + \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

Of $4\tfrac{1}{2} - \sqrt{25\tfrac{1}{4}} - \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$

De twee valſche wortelen.

VIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Met het geld, dat B aan A (dus noem ik de twee Perſoonen) terſtond betaalt, kan *B* volſtrekt geen winst doen; derhalven moet het geld, dat hy 8 maanden laater dan den beſtemden tyd, één jaar, houdt, in die 20 maanden te ſaamen zoo veel winst tegen een zekeren Interest kunnen doen, als de geheele ſom 5000 Guldens in 12 maanden, tegen dien zelfden Interest winnen kan.

Stel, na dit vooraf aangemerkt te hebben, x de ſom Guldens, die hy terſtond betaalt; dan zyn de Guldens, die hy agt maanden laater na den tyd

betaalt, $5000-x$; en volgens de gronden der *tyd-rekening van Betaaling*

$$12 \times 5000 = 5000 - x \cdot 20$$

$$\text{Of } 60000 = 100000 - 20x$$

$$20x = 40000$$

$$\frac{20}{}$$

$x = 2000$ Guldens, die hy terſtond betaalt;

$5000 - x = 3000$ Guldens, die hy agt maanden na den tyd betaalt.

Dat te vinden was.

Men hadt ook nog uit dit volgend Grondbeginſel de oplosſing kunnen afleiden. Met het geld, dat A terſtond ontfangt; kan hy in de loopende 12 maanden zekere winst doen; maar die winst moet, uit kracht van de voorwaarde, gelyk zyn aan het verlies, dat hy agt maanden na den tyd met het geld doet, dat hy alsdan ontfangt. Derhalven

$$12x - (5000 - x)\ 8 = 0$$

$$\text{Of } 12x = (5000 - x)\ 8$$

$$20x = 40000$$

$$\frac{20}{}$$

Derh. $x = 2000$ Guldens, die hy terſtond betaalt,
$5000 - x = 3000$ Guldens, die hy agt maanden na den tyd betaalt, even gelyk boven is aangetoond.

BY-

BYVOEGSEL.

Is 'er iets, dat meer de vlyt en den aandacht van Wiskundigen verdient, het is buiten allen twyffel het doelwit, om zyne verkreegene kundigheden op zaaken, die voor de ſaamenleeving zeer nuttig zyn, toe te paſſen.

Onder die meenigvuldige zaaken, verdienen de Interest-Rekeningen en alle de Leerſtukken, die uit dezelve kunnen afgeleid worden, buiten allen twyffel eene aanzienlyke plaats. Een groot gedeelte van den Koophandel, dien bronader van ons Gemeenebest, beſtaat in dezelve. De Interest-Rekeningen zyn derhalven zeer noodzaakelyk voor elk, die zich op den Koophandel poogt toe te leggen.

Is 'er onderuſſchen eene zaak, die met meer verwardheid in de gewoone Schryvers der Rekenkunde, welke men in de meeste onzer Nederlandſche Schoolen der Jeugd in handen geeft, verhandeld wordt, het zyn deeze Rekeningen. Men ſchryft regelen voor, waar door men, ja, tot het begeerde kan geraaken, regelen, die onderſcheiden zyn, naar de verſchillende gevallen en omſtandigheden, die zich in die Rekeningen opdoen: maar hoe kan zich een Rekenaar in zulk een geval van zyn verkreegen antwoord volkomen zeker houden, daar zyne Leerwyze veeltyds, zonder oordeel en zonder kennis van het verband en de natuur der zaaken, alleen van het geheugen afhangt, waar op men met minder zekerheid kan vertrouwen, waar de Regelen om te onthouden vermeerderd worden. Deeze wyze van verhandeling, is ook de oorzaak, dat veele van dit ſoort van Rekenaars, die in het oplosſen van de voorbeelden, in die Rekenboekjes tot oeffening voorgeſteld, in vaardigheid zomtyds boven anderen uitmunten, dikwyls zeer verleegen zyn, wanneer men hun een vraag van dezelfde ſoort, maar onder eene andere gedaante, voorgeſteld, ter op-

oplosſing geeft. Waar aan is dat anders, dan hier aan toe te ſchryven, dat men met regelen werkt, waar van men den grond niet verſtaat.

Onder de Interest-Rekeningen is de zoogenaamde *Tydrekening van betaaling*, die, welke doorgaans het minſte bevat wordt. Het is om dat de zaak wat dieper is, als wel de andere takken der *Simpele Interest Rekeningen*. De zaak ondertuſſchen, uit de rechte gronden naergeſpeurd, is duidelyk genoeg. De geheele duisterheid beſtaat daar in, dat men naar zekere *formulae* werkt, die niet algemeen voorgeſteld, ſomtyds door de enkele bewerking van een byzonder voorbeeld maar opgeheldert zyn, en welke *formulae* of regels men zelve niet vinden kan.

De gelegenheid, die my de oplosſing van het 8ſte Voorſtel dezer *Wiskundige Verluſtigingen* tot deeze beſchouwing gaf, ſpoorde my aan, om myne gedachten hier over aan ons Genootſchap mede te deelen, en om tevens zoo kort als mogelyk was de Regelen der Tydrekening van Betaaling uit den grond op na te ſpeuren, en in haare voornaamſte gevallen te behandelen.

Dan eene al te naauwe uitpluizing van deeze zaak te veel plaats in ons Werk vereiſchende, zal ik de drie volgende Stellingen, als bewezen aanmerken.

1°. *Indien ongelyke Hoofdſommen, in gelyke tyden, op gelyke Intereſſen geſtaan hebben; zyn de winſten met deeze Hoofdſommen gewonnen, in reden van de Hoofdſommen zelve.*

2°. *Indien gelyke Hoofdſommen, in ongelyke tyden op gelyken Interest geſtaan hebben, zyn de winſten, met deeze Hoofdſommen gewonnen, in reden van de tyden, in welke deeze Hoofdſommen op Intereſt geſtaan hebben.*

3°. In-

3° *Indien ongelyke Hoofdſommen in ongelyke tyden op denzelfden Interest geſtaan hebben, zyn de winſten met deeze Hoofdſommen gewonnen in de ſaamengeſtelde reden van deeze Hoofdſommen, en de tyden die dezelve op Interest geſtaan hebben.*

Deeze laatſte waarheid kan aldus Wiskunſtig worden uitgedrukt. Laaten H en *h* de Hoofdſommen, T en *t* de Tyden, in welken ze op Interest geſtaan hebben, verbeelden: daarenboven *W* en *w* de winſten, die met elk der Hoofdſommen, in de Tyden die ze op Interest geſtaan hebben, gewonnen zyn, verbeelden: dan is $W : w :: H \times T : h \times t$.

Uit deeze proportie worden de waarheden der twee eerſte Stellingen afgeleid: want laat 1° $T = t$ zyn, dan is $W : w :: H : h$. 2° Stel $H = h$: dan is $W : w :: T : t$.

Onderſtel nu dat $W = w$ zy, dan zal $H \times T = h \times t$ zyn; waar uit volgt, dat, indien met ongelyke Hoofdſommen in ongelyke tyden, tegen gelyke Interesſen, gelyke Winſten gewonnen zyn, het *product* van elke Hoofdſom met den tyd, die zy op Interest geſtaan heeft, altyd aan elkander gelyk zyn: of dat de Hoofdſommen in de omgekeerde reden van de tyden, die ze op Interest geſtaan hebben, zyn.

I. BEPAALING.

Indien verſcheide Hoofdſommen, in onderſcheidene tyden, zekere winſten doen, zodanig, dat elk deezer Hoofdſommen, in een zekeren bepaalden tyd, één Jaar, by voorbeeld, eene gelyke Interest ten 100 *winnen; worden deeze Hoofdſommen gezegd op gelyken Interest te ſtaan, of tegen gelyken Interest te winnen.*

II. BEPAALING.

Indien twee Perſoonen elkander onderling eenige ſommen gelds, voor zekere tyden, leenen; zodanig dat zy elkander winſt noch ſchade toebrengen: om dan de overeenkomst van die ſommen met de tyden, die dezelve uitgeleend worden, te bepaalen, daar in beſtaat de Leerwyze, welke genoemd wordt Tydrekening van betaaling.

De geheele Beſchouwing der Tydrekening van Betaaling veronderſtelt, of is gegrond op die onderſtelling, dat de uitgeleende ſommen gelds tegen gelyke Interest winnen.

Om deeze ſtof niet al te ver uit te breiden, zal ik terſtond tot de Oplosſing van het volgend algemeen Vraagſtuk overgaan.

I. VRAAGSTUK.

De overeenkomst van de Hoofdſommen, welke twee Perſoonen zonder ſchade of verlies aan elkander leenen, met de tyden, in welke ze uitgeleend worden, te bepaalen?

OPLOSSING.

Stel dat A aan B leent de volgende Hoofdſommen H, H′, H″, H‴, H⁗ voor de tyden T, T′, T″, T‴, T⁗. Stel de winſten, die hy met deeze Hoofdſommen in de genoemde tyden doen kan, te zyn *W*, *W′*, *W″*, *W‴*, *W⁗*.

Stel dat B daar en tegen aan A leent de Hoofdſommen *h*, *h′*, *h″*, *h‴*, *h⁗*, voor de tyden *t*, *t′*, *t″*, *t‴*, *t⁗*, en de winſten, die B met deeze Hoofdſommen in die tyden doen kan, *W*, *W′*, *W″*, *W‴*, *W⁗* enz. dan zal de overëenkomst van die Hoofdſommen met de tyden moeten bepaald worden.

Naar-

Naardien deeze Hoofdſommen tegen gelyken Intereſt verondersteld worden te winnen, is volgens onze 3de Stelling

$W : H \times T = W' : H' \times T' :: W'' : H'' \times T'' :: W''' : H''' \times T''' :: W'''' : H'''' \times T''''$;

Derh. $W + W' + W'' + W''' + W'''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' :: W : H \times T$ (a).

Om dezelfde reden zal men vinden, dat

$w + w' + w'' + w''' + w'''' : h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t'''' :: w : h \times t$.

Nu is, volgens de onderſtelling, $W : H \times T :: w : h \times t$, en derhalven

$W + W' + W'' + W''' + W'''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' :: w + w' + w'' + w''' + w'''' : h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t''''$. (b)

Maar volgens de onderſtelling moet $W + W' + W'' + W''' + W'''' = w + w' + w'' + w''' + w''''$ zyn, en dus is ook, $H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' = h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t''''$; eene *Vergelyking*, of liever *Formule*, welke aantoont de overeenkomst, die de Hoofdſommen met de tyden, in welke ze uitgeleend zyn, moeten hebben.

En

(a) Zie Sterrestra, *Grondb. der Meetk.* 16. *prop.* 5 *boek.*

(b) *II. Prop.* 5 *B. Ibid.*

En dus ziet men in 't algemeen, dat

De ſom der producten van de Hoofdſommen, welke A *aan* B *leent, met de tyden, die ze uitgeleend worden, gelyk is aan de ſom der producten van de Hoofdſommen, welke* B *aan* A *leent, met de tyden, die dezelve uitgeleend worden.*

Dat te vinden was.

AANMERKINGEN.

1° In de oplosſing van deeze algemeene vraag onderſtelde ik, dat het getal der Hoofdſommen, welke A aan B leent, gelyk is aan het getal der Hoofdſommen, welke B aan A leent: zulks is niet volſtrekt noodzaakelyk, en heeft ook altyd geen plaats: alleen dit moet men onder 't oog houden, dat de Hoofdſommen met de tyden de bepaalde overkomst hebben.

2° Een deezer grootheden onbekend zynde, kan dezelve uit de gevondene overeenkomst bepaald worden: want

$$H = \frac{h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + \text{enz.} - H' \times T' - H'' \times T'' - \text{enz.}}{T}$$

$$T = \frac{h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + \text{enz.} - H' \times T' - H'' \times T'' - \text{enz.}}{H.}$$

en op de zelve wyze met de overigen.

Deeze *Formulae* met voorbeelden in getallen op te helderen, zou te lang zyn; die maar eenige gemeenzaamheid met Wiskundige uitdrukkingen gemaakt heeft, zal wél in ſtaat zyn, zich hier over voorbeelden in getallen voor te ſtellen.

3° Men

3° Men zou in gevallen kunnen zyn, alwaar men voor H of T eene negative geootheid verkreeg; en zulks zou ontſtaan, om dat de Hoofdſommen met de tyden de vereischte overeenkomst niet hadden, welke wy ſtraks bepaald hebben.

II. VRAAGSTUK.

Iemand, uit kracht van eenige voorwaarde, verplicht zynde eenige ſommen gelds in zekere tyden aan een ander te betaalen, begeert men den tyd te bepaalen, in welken hy de geheele ſchuld betaalen kan, zonder iemands winst of ſchade?

OPLOSSING.

Laaten de Hoofdſommen, die hy verplicht is te betaalen, verbeeld worden door H, H', H'', H''' enz., de tyden in welke dezelve moeten betaald worden, door T, T', T'', T''' enz. Stel de winsten, die hy met elk derzelver in die tyden doen kan, W, W', W'', W''', W'''' enz. Stel den tyd, in welken hy alle deeze Hoofdſommen, te ſaamen genoomen, betaalen kan, zonder winst of ſchade, x eene onbekende grootheid; dan zal uit kracht van het geen men onderſtelt

1° $W : H \times T :: W' : H' \times T' :: W'' : H'' \times T'' :: W''' : H''' \times T'''$ enz.

$W + W' + W'' + W''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times H'' + H''' \times T''' :: W : H \times T$. 16 *Prop.* 5 *boek*, *Meetkunde van* STERNSTRA.

2° $W + W' + W'' + W''' : \overline{H + H' + H'' + H'''} \times x :: W : H \times T$.

en

en derhalven

$$W + W' + W'' + W''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' :: W + W' + W'' + W''' : \overline{H + H' + H'' + H'''} \times x$$

Maar $W + W' + W'' + W''' = \ldots\ldots W + W' + W'' + W'''$

Derhalven $H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' = (H + H' + H'' + H''') \times x$

en $$\frac{H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T'''}{H + H' + H'' + H'' + \text{enz.}} = x.$$

Het welk deezen regel geeft: *Deel de ſom der producten van de Hoofdſommen met de tyden door de ſom der Hoofdſommen zelve, het quotient zal de begeerde tyd zyn, in welken men alle die Hoofdſommen te ſaamen zal kunnen betaalen.*

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Indien het gebeurde, dat één of meer deezer Hoofdſommen contant, dat is tegenwoordig, moesten betaald worden: ſtel by voorbeeld H, dan zal $T = 0$ zyn, en dus

$$x = \frac{H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T'''}{H + H' + H'' + H'''}$$

III. VRAAGSTUK.

Indien iemand verplicht is te betaalen eenige Hoofdſommen in zekere tyden, vraagt men, indien hy eenige derzelven in zekere andere tyden betaalt, hoe lang hy het

het overſchot nog zal mogen behouden, zonder iemands winst of ſchade?

OPLOSSING.

Stel de Hoofdſommen, die hy moet betaalen, te zyn H, H', H'', H''', de tyden in dewelke dezelve betaald moeten worden, T, T', T'', T'''. Stel h, h', h''' de Hoofdſommen, die hy in de tyden t, t', t'' betaalt, den tyd, in welken hy de reſt, dat is $H+H'+H''+H'''-h-h'-h''$, betaalen moet, x. Stel de *winſten*, die hy met H, H', H'', H''' in de tyden T, T', T'', T''' doen kan, te zyn W, W', W'' W''', de winſten, die hy met h, h', h'', $H+H'+H''+H'''-h-h'-h''$ in de tyden t, t', t'', en x doen kan, w, w', w'', w'''; dan is uit de onderſtelling, dat alle deeze verſcheidene Hoofdſommen tegen gelyken Interest kunnen winnen

$W:H\times T::W':H'\times T'::W'':H''\times T''::W:H'''\times T'''$
$W+W'+W''+W'''+:H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T'''::W:H\times T$. STEENSTRA 16 *Prop.* 5 *b. Meetkunde.*

$\therefore w:h\times t::w':h'\times t'::w'':h''\times t''::w'''::(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x$

$w+w'+w''+w'''+:h\times t+h'\times t'+h'\times t''+(H+H'+H''H'''-h-h'-h'')\times x::w:h\times t::W:H\times T$.

Derhalven

$W+W'+W''+W''':H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T''':w+w'+w''+w'''$:

$h\times t+h'\times t'+h''\times t''+(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')x$.

Maar $W+W'+W''+W'''=w+w'+w''+w'''$, onderſtelling.

Daar-

Daarom zal $Hx\overline{T+H'xT'+H''xT''+H'''xT'''} =$
$\overline{hxt+h'xt'+h''xt''+H+H'+H''+H'''-h-h'-h''}xx$

Of $(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')xx = HxT$
$+H'xT'+H''xT''+H'''xT''' - hxt-h'xt-h''xt''$

$$x = \frac{HxT+H'xT'+H''xT''-hxt-h'xt'-h''xt''}{H+H'+H''+H'''-h-h'-h''}$$

AANMERKINGEN.

1° Indien men in het geval was, dat een of meer Hoofdſommen door hem terſtond betaald werden; ſtel by voorbeeld h, zou men $t=0$ hebben; en

$$x = \frac{HxT+H'xT+H''xT''+H'''xT'''-hxt-h'''xt''}{H+H'+H''+H''' - h-h'-h''}$$

2° Indien het gebeurde, dat men voor x eene negative grootheid verkreeg, zou het een bewys zyn, dat het vraagſtuk ongegrond was.

3° In dit laatſte Vraagſtuk, gelyk als in het voorgaande, kan men door x bekend te ſtellen, en een der overige grootheden onbekend, dezelven uit de gevondene *Formulae* bepaalen.

By voorbeeld: in de tweede vraag x bekend ſtellende, zal men hebben

$$H = \frac{x\overline{H+H'+H''+H'''}-H'xT'-H''xT''-H'''xT'''}{T}$$

$$T = \frac{xxHxH'+H''+H'''-H'xT'-H''xT''-H'''+T'''}{H}$$

en op dezelve wyze met de overigen.

In

In de *Formule* voor het derde Vraagſtuk *x* bekend ſtellende, zal men hebben.

$$H = \frac{(H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x + h\times t + h'\times t' + h''\times t'' - H'\times T' - H''\times T'' - H'''\times T'''}{-x+T}$$

$$T = \frac{(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x + h\times t + h'\times t' + h''\times t'' - H'\times T' - H''\times T'' - H'''\times T'''}{T}$$

en op dezelfde wyze, kan men, door *x* bekend te ſtellen, ook de waarden van *h* en *t* vinden.

Deeze zyn de voornaamſte gevallen der *Tydrekening van betaaling*. Veele andere gevallen zouden wy hier kunnen byvoegen; dan wie zal eene Leerwyze tot den grond toe uitputten? eene Leerwyze, die gelyk alle andere Wiskundige Leerwyzen, onuitputbaar is. Myn oogmerk is hier alleen maar geweest de Wiskundige gronden, waar op deeze Leerwyze ſteunt, zoo veel my mogelyk geweest is, duidelyk en klaar open te leggen; en tevens, by deeze gelegenheid, het voordeel tot de Wiskundige Leerwyze, boven die, welke alleen in het geheugen, zonder kennis van het verband en den grond der zaaken beſtaat, aan te toonen.

Dit Voorſtel is ook zeer wel opgelost door den OPGEVER, J. CLAUSET, G. DIEPENHORST, J. VAN TWISK, J. TE VELTRUP, J. SCHEPPER, J. SCHELLINKHOUT, J. PAUW, K. AKER, en C. VAN DIEST.

IX. VOORSTEL. Pag. 16.

Door J. DE GELDER, *waar mede de Opgeever*, JAN PAUW, *en* C. VAN DIEST *overëenkomen.*

Laat A de Vlieger verbeelden, die in B op den grond, door de koorde ACB, welke ik onderſtel een cirkelboog te zyn (*), die in H zyn middelpunt heeft, vaſtgemaakt is; C de helft der koorde, waar van de dunne draad CF tot op den grond in F hangt. Onderſtel AE rechthoekig op den grond getrokken te zyn. Laat men zich wyders verbeelden van het punt C, de helft der koorde ACB, door het middelpunt H des Cirkels ACBL, van welks omtrek ACB een gedeelte is, de middellyn CHL getrokken te zyn. Trek eindelyk de peez AB, die de middellyn CL in D, volgens de Beginſelen der Meetkunde, rechthoekig ſnydt, en daarenboven nog de peezen AC en BC. De Figuur dus toegeſteld zynde, zal men in de rechthoekige Driehoeken CBF, BGD en ABE alles kunnen vinden, wat noodig is om tot het begeerde te komen.

I. In den rechthoekigen Driehoek BCF heeft men bekend, CF=100, FB=250. Men zal dus in dezelve kunnen vinden.

1° Den ∠CBF door deezen Regel

FB

(*) Deeze Onderſtelling, ſchoon mede door den Opgeever bedoeld, is geheel ongegrond; want de bogt, die de koord of het touw eens Vliegers, door de natuurlyke zwaarte van alle zyne deelen maakt, is geen Cirkelboog, maar eene Kromme, die men Kettinglyn (*Catenaria*) noemt. Zie het *Wiskundig Woordenboek.*

FB : CF :: *Rad.* : *Tang.* ∠CBF
10,0000000
2,0000000
12,0000000
2,3617278
9,6382722 *Log. Tang.* 23° 30′ = ∠CBF
deezen van 30° 0′ = ∠ABF afg.
heeft men 9° 30′ = ∠ABC

2° Om BC te vinden, hebben wy deezen Regel
Rad. : BF :: *Sec.* ∠CBF : CB
10,0376022
2,3617278
12,3993300 *N. Log.* van 250,8 = CB.

II. In den rechthoekigen Driehoek BCD hebben wy bekend ∠CBD = 9° 30′, BC = 250,8, en kunnen daarom berekenen

1° De zyde CD, die de bogt van de Vliegerkoorde genoemd wordt, door deezen Regel

Rad. : CB :: *Sin.* ∠CBD : CD
9,2176092
2,3993300
11,6169392 *N. Log.* van 41,39 = CD.

2° De zyde BD door deezen Regel
Rad. : CB :: *Cos.* ∠CBD : BD.
9,9940027
2,3993300
12,3933327 *N. Log.* van 247,36 = BD
2
494,72 = AB; want
het is uit de beginzelen der Meetkunde bekend, dat AD = BD is.

III. In een Driehoek ABE hebben wy nu bekend $\angle ABE = 33°$ uit de Waarneeming, en $AB = 494,72$ door berekening. Men kan dus vinden AE door den volgenden Regel.

Rad. : AB :: *Sin.* $\angle ABE$: AE.

9,7361088
2,6943627

12,4304715 N. *Log.* van 269,45 = AE, de hoogte die de Vlieger boven den grond verheven is.

Aan twee eiſchen der vraag hebben wy nu voldaan; aan de derde, om de lengte van het Vliegertouw te vinden, moet nu alleen nog voldaan worden.

1° In den Cirkel heeft men deeze eigenſchap

$$CD \times LD = \overline{BD}^2$$

of $$DL = \frac{\overline{BD}^2}{CD}.$$

Log. BD = 2.3933327.
2

Log. $\overline{BD}^2$ = 4.7866654
Log. CD = 1,5169392.

3,1697262 N. *Log.* van
1478,15 = DL
14,39 = CD

1519,54 = CL

2° De middellyn gevonden zynde, kan ook den omtrek bepaald worden,

$$7 : 22 :: 1519,54 : x = \frac{22 \times 1519,54}{7} = 4775,7.$$

3° Vol-

3°. Volgens de eigenſchappen des Cirkels, AH en BH getrokken hebbende, is

$\frac{1}{2}\angle BHC = \angle BAC$

Of $\angle BHC = 2\angle BAC$

$\angle AHC = 2\angle CBA$

Derh. $\angle AHB = 4\angle ABC = 38°$; om dat $\angle BAC = \angle CBA$ is;

en daarom $36° : 38° :: 4775,7 : x = \frac{38 \times 4775,7}{360} = 504,1$

de *lengte* van *het Vliegertouw*.

Wy hebben dus gevonden de bogt van het Vliegertouw $= 41,39$ V.

De lengte der Koorde zelve 504, 1 V.

En de hoogte die de Vlieger boven den grond verheeven was 269, 45 V.

Zynde de drie grootheden, die te vinden waren.

X. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET, C. VAN DIEST, G. DIEPENHORST, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. DE GELDER, P. BRECHT, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN TWISK, *en* K. AKER, *waar mede* C. HOKKE, N. CATENIUS *en de* OPGEVER *overëenkomen.*

Stel de Guldens van A $= x$, en van B $= y$.

Dan is $\frac{x^3}{y^2} = 4000$, en $\frac{y^2}{x} = 250$

$x^3 = 4000y^2$ $\quad y^2 = 250x$

$4000y^2 = 1000000x$

Dus $x^4 = 1000000x$

x ——————————

$x^3 = 1000000$

$\sqrt{\quad}$ ——————————

$x = 1000$ Guld. A.

$y = 5\sqrt{10x} = 500$ Guld. B.

XL. VOORSTEL. *Fig.* 11.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVERS, J. SCHEFFER, J. PAUW, C. VAN DIEST, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* J. SCHELLINKHOUT *overeenkomen.*

Om dit Vraagſtuk algemeen op te losſen, laat CD de Toren, EF het glas, dat men uit de omſtandigheden der zaaken rechthoekig op den grond moet onderſtellen, verbeelden. Stel het oog van den Waarneemer, dat boven den grond ter hoogte van AD verheeven is, in D geplaatst te zyn. Trek uit D tot den top C en den voet B van den Toren CB de gezigtlynen DC en DB, die het glas EF in de punten M en I ontmoeten; en vereenig op het glas deeze punten M en I door de rechte MI: dan zal deeze rechte MI de afteekening van de lengte des Torens BC, op het glas EF, voor een waarneemer, met zyn oog in D geplaatst, zyn, en waar van de lengte, uit de bekende hoogte des Torens BC, den afſtand van het oog D van den Toren BC, en het glas EF, te bepaalen, hier de vraag is.

Laat uit D het oog van den Waarneemer, rechthoekig op BC, de rechte DH getrokken worden; dan zal deeze de lyn MI op het glas, of de afteekening des Torens, in G ontmoeten, daarenboven rechthoekig, om dat MI evenwydig aan BC is. DH zal dan de afſtand van het oog des Waarneemers

tot

tot den Toren BC, en GD de afſtand van hetzelve tot het glas EF verbeelden.

Stel nu $BC = a$, $BH = b$, $DH = c$, en $DG = d$, alle bekende grootheden. Stel $MI = x$: dan zyn, om dat EF evenwydig is aan BC, de Driehoeken DMI, BCD en DGI, DHB gelykvormig; uit welke gelykvormigheid men de volgende proportie afleidt,

DB : DI :: DH : DG :: CB : IM.
b : c :: d : x :: a : $x = \frac{ad}{c}$

In getallen is gegeeven $a = 100$, $d = 6$, en $c = 100$; derhalven $x = \frac{100 \times 6}{100} = 6$, de afteekening des Torens op het glas.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

De verheffing van het oog des Waarneemers boven het grondvlak van den Toren, is eene omſtandigheid, die volſtrekt van de Vraag onafhanglyk is. In welk punt van AD op deszelfs verlengde het oog des Waarneemers geplaatst zy, zal MI altyd dezelfde zyn, om dat CH, CG, CB altyd dezelfde blyven, en *DC : DG :: BC : MI is.*

XII. VOORSTEL. Fig. 12.

Door C. BREVILT, *waar mede de* OPGERVER, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, J. CLAUSET, P. VAN BRECHT, G. DIEPENHORST, K. AKER, C. HOKKE, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. SCHELLINKHOUT, *en* J. TE VELTRUP *ten deele overeenkomen.*

LEM.

LEMMA.

Van ieder Driehoek is het verschil der Quadraaten van het verschil der deelen van den Basis en het verschil der opstaande zyden, met het Quadraat van het tweevoud der perpendiculaire hoogte, gelyk aan het verschil der Quadraaten van het verschil der opstaande zyden en den Basis.

Want, laat AC $= a$, AB $= b$, BC $= c$, AD $= d$, CD $= e$, en BD $= f$ zyn.

Dan is $c : a+b :: a-b : e-f$ (MEETK. 7. II. Cor. I, en 9. IV.)

$$\text{Derh. } e-f = \frac{aa-bb}{c}$$

Ook is, volgens de gewoone Leerwyze, het *Quadraat* van den Inhoud, stellende $a+b+c = 2s$,

$$= \frac{\overline{cd}^2}{2} \Big| = s \times \overline{s-a} \times \overline{s-b} \times \overline{s-c}$$

$$\text{Of } \frac{ccdd}{4} = -\tfrac{1}{16}c^4 + \tfrac{1}{8}\overline{aa+\tfrac{1}{2}bb} \times cc - \overline{\tfrac{1}{4}aa-\tfrac{1}{4}bb}^2 \Big|$$

cc ——— 16

$$4dd = -c^2 + 2aa + 2bb - \frac{\overline{aa-bb}^2}{c} \Big|$$

$$e-f \Big| = \quad . \quad . \quad . \quad \frac{\overline{aa-bb}^2}{c} \Big|$$

——— verg.

$e-f$

$\overline{e-f}^2 + \overline{2d}^2 = 2aa + 2bb - cc$

$\overline{a-b}^2 = aa - 2ab + bb$

afget.

$\overline{e-f}^2 - \overline{a-b}^2 + \overline{2d}^2 = aa + 2ab + bb - cc$

Of $\overline{e-f}^2 - \overline{a-b}^2 + \overline{2d}^2 = \overline{a+b}^2 - cc$

Dat is $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 + 2\overline{AD}^2 = \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2$

Hier uit hebben wy deeze

OPLOSSING.

$CD-BD = 8$; dus $\overline{CD-BD}^2 = 64$

$AC-AB = 4$; dus $\overline{AC-AB}^2 = 16$

afget.

$\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 = 48$

$AD = 24$; dus $2\overline{AD}^2 \ldots\ldots = 2304$

verg.

Komt $\overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 = 2352$

Nu is $CD-BD : AC-AB :: AC+AB : BC$.

Dus $\overline{CD-BD}^2 : \overline{AC-AB}^2 :: \overline{AC+AB}^2 : \overline{BC}^2$.

Divid. $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 : \overline{CD-BD}^2 :: \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 : \overline{AC+AB}^2$.

en $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 : \overline{AC-AB}^2 :: \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 : \overline{BC}^2$.

Dat is $(8^2-4^2)\,48 : (8^2)\,64 :: 2352 : \overline{AC+AB}^2$,
en $48 : (4^2)\,16 :: 2352 : \overline{BC}^2$.

Komt $\overline{AC+AB}^2 = 3136$, en $\overline{BC}^2 = 784$

$AC+AB = 56$, en $BC = 28$

$AC-AB = 4$ verg. en afget.

$2AC = 60$, en $2AB = 52$

$AC = 30$, en $AB = 26$

XIII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP, J. SCHEFFER, J. SCHELLINKHOUT, K. AKER, J. PAUW, G. DIEPENHORST, P. BRECHT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, *en den* OPGEEVER.

Stel het getal der Regenten $= x$

Zo is dat der Meisjes $= x^2$

Nu heeft men door het Voorstel

$x^2 \times \overline{x-\frac{1}{2}} = 5\frac{1}{2} \times 20$

Of $x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 112\frac{1}{2} = 0$

$2x^3 - x^2 - 225 = 0$

Neem

Neem $x = 1$ | 224 { 1. 4. 7 &c. { -4 }
$= 0$ | 225 { 1. 5. 9 &c. { -5 } Progres.
$= -1$ | 228 { 1. 3. 4. 6 &c. { -6 }

Derhalven $\frac{2x^3 - x^2 - 225}{x - 5} = 2x^2 + 9x + 45$

En $x - 5 = 0$

Of $x = 5$ Regenten.

XIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. SCHELLINKHOUT, C. HOKKE, K. AKER, C. VAN DIEST, J. PAUW, P. BRECHT, J. DE GELDER, J. CLAUSEY, en J. SCHEFFER.

Stel de grootste der Rechthoekszyden $= x$
en de kleinste $= y$

Dan heeft men $x^2 + y^2 = 164$ en $xy = \frac{4}{5}x^2$

Of $x^2 = 164 - y^2$ $\quad$ $y = \frac{4}{5}x$

$\sqrt{}$ $\quad$ $\frac{}{5}$ (5

$x = \sqrt{164 - y^2}$ $\quad$ $5y = 4x$

(4

$4x = 4\sqrt{164 - y^2}$

$4x = 5y$ vergel.

$$5y = 4\sqrt{164 - y^2}$$

$$25y^2 = 2624 - 16y^2$$

Of $41y^2 = 2624$

$$41) \quad y^2 = 64$$

$$y = 8 \text{ de kleinste } \} \text{ der Recht.}$$
$$x = 1\tfrac{1}{4}y = 10 \text{ de grootste } \} \text{ hoekszyden.}$$

XV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, K. AKER, *den* OPGEVER, C. HOKKE, J. PAUW, J. TE VELTRUP, C. VAN DIEST, J. SCHEFFER, C. BREEVILT, *en* J. VAN TWISK.

Sel de Guldens van A $= x$,

die van B $= y$

Guldens		Guldens
x		y
y	A geeft B . . .	y
A behoudt $x-y$	dan heeft B	$2y$
B geeft A $x-y$	. . . . .	$x-y$

dus

dan heeft A $2x-2y$ en B behoudt $-x+3y$
$-x+2y$ A geeft B . $-x+3y$

A behoudt $3x-5y$ dan heeft B $-2x+6y$
B geeft A $3x-5y$ . . . . . $3x-5y$

dan heeft A $6x-10y$ en B behoudt $-5x+11y$
$-5x+11y$ A geeft aan B $-5x+11y$

dan behoudt A $11x-21y$ en B heeft $-10x+22y$
B geeft A $11x-21y$ . . . . . $11x-21y$

dan heeft A $22x-42y$ en B behoudt $-21x+43y$.

Derhalve is $22x-42y=-21x+43y$

Dus $43x=85y$

en $x=85$ } guldens, in de kleinſte
$y=43$ } heele getallen, en het getal der antwoorden is oneindig; derhalve was het onnoodig naar 't getal der antwoorden te vragen.

De doorkundige Heer VAN LEEUWEN heeft in het II. Deel van het *Oeffenſchool der Math. Weet. Vyfde Stukje*, in Voorſt. 99. dit Vraagſtuk algemeen opgelost.

XVI. VOORSTEL. *Fig.* 13.

Door C. BREEVILT, J. SCHELLINKHOUT, J. SCHEFFER, *en* J. DE GELDER, *waar tegen de* OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, *en* C. VAN DIEST *overstaan.*

CONSTRUCTIE.

Neem in AB en BC de punten D en F, zoo dat BD = BF is; en voeg D, F te zamen.

Neem FH in DF = de gegeevene EG; trek HE *parallel* CB, tot dat dezelve AB ontmoet in E, en EG *parallel* DF, ontmoetende BC in G, zoo is het begeerde verricht.

BEWYS.

Door de *parallele* Lynen DF, EG, HE, FG,

is EG = HF = de gegeevene EG,

en BE: BG = BD: BF (MEETK. II. IV. B.),

Maar BD = BF. (*Constr.*)

Derhalven ook BE = BG. *Dat begeerd werdt.*

XVII.

XVII. VOORSTEL. Fig. 14.

Door J. SCHEFFER, J. PAUW, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, C. VAN DIEST, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, en J. DE GELDER.

BC : AB + AC :: AB—AC : BD + CD.

Of 12 : (20+10) 30 :: (20—10) 10 : BD + CD

Komt BD + CD = 25 Vierk. Roeden.

BC = BD—CD = 12 afget.

2 CD = 13

CD = 6.5

$\overline{CD}^2$ = 42.25 afget.

AC = 10; dus $\overline{AC}^2$ = 100

$\overline{AD}^2$ = 57.75

$\overline{AD}^2$ = 7.6 na genoeg.

½ CD = 3.25 verm.

Inh. ACD = 24.7 Vierk. Roed.

En moet dus voor het kleinder ſtukje Lands ACD 24 Guldens en 14 Stuivers gegeeven worden.

XVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Dewyl de Arbeiders in eene *Arithmetiſche* rede opklimmen, zo wel als de tyd die zy werken, bedraagt hun loon eene *Quadraat-Progreſſie*. Stel daarom, dat hy x dagen uitging om Werkvolk te huuren.

Zoo heeft hy gehuurd 1, 2, 3, &c. tot x Arbeiders,
voor 1, 2, 3, &c. tot x Dagen,
en 1, 4, 9, &c. tot x^2 Guld. Loon.

De beide *Progreſſien* geſommeerd, komt

$\frac{x^2+x}{2}$ Arbeiders, $\frac{2x^3+3x^2+x}{6}$ Loon.

Verders is volgens het Voorſtel,

$$1 : 8\tfrac{1}{2} :: \frac{x^2+x}{2} : \frac{25x^2+25x}{6} = \frac{2x^3+3x^2+x}{6}$$

Dus $2x^3 - 22x^2 = 24x$

$x - 2$

$4x^2 - 44x = 48$

$+ 11^2 = 121$

$4x^2 - 44x + 11^2 = 169$

$\sqrt{}$

$2x - 11 = 13$

$$\frac{2x}{2} = 24$$

$$x = 12 \text{ Arbeiders.}$$

Derhalven $\frac{x^2+x}{2} = 78$ aangen. Werklieden.

$\frac{3x^3+3x^2+x}{6} = 650$ Guld. de uitg. som.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, J. VAN TWISK, J. PAUW, C. HOKKE, J. TE VELTRUP, J. CLAUSET, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER.

Op den 1en dag 1 man voor 1 dag . 1 Gulden.
2en dag 2 mannen voor 2 dagen . 4 ——
3en dag 3 mannen voor 3 dagen . 9 ——
4en dag 4 mannen voor 4 dagen . 16 ——
&c. &c. &c. &c.
op den nen dag n man. voor n dagen nn Guldens.

Stellende dus het getal der dagen, die hy uitging, $= n$; dan is

1°. $1+2+3+4+\&c.+n = \frac{n.n+1}{2}$ het getal der geh. Werkl.

2°. $1+4+9+16+\&c.+nn = \frac{n.n+1.2n+1}{1.2.3}$ het getal der uitgegeeven Guldens.

Zie *Inleiding tot de Mathem. Weet.* II. *Deel.*

$\frac{n.n+1}{2}$ het getal der Werklieden.

8½ Guld.

$$\frac{25.n.n+1}{2.3} = \frac{n.n+1.2n+1}{2.3}$$

$$25 = 2n+1$$

$$2n = 24$$

Dus $n = 12$, het getal der dagen die hy uitging.

$\frac{n.n+1}{2} = 78$ het getal der Werklieden die hy aannam.

$\frac{n.n+1.2n+1}{2.3} = 650$ 't getal der Guldens die hy uitgaf.

Dat te vinden was.

XIX.

XIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, *en eenen* ONGENOEMDEN.

De gegeeven Wortel tot de derde magt verheffende, dan is ieder Lid der komende Vergelyking gelyk die der gegeevene.

$2x^3 - sx + t = 0$ de wortel
$2x^3 - sx + t = 0$
——— verm.
$4x^6 - 4sx^4 + 4tx^3 + s^2x^2 - 2stx + t^2$
$= 0$. het vierkant
$2x^3 - sx + t = 0$ de wortel
——— verm.

$8x^6 - 12sx^5 + 12t + 6s^2 . x^4 =$
$12st + s^3 . x^3 + 6t^2 + 3s^2t . x^2 =$
$- 3st^2x + t^3 = 0$ De Teerling.

Nu is

$12st + s^3 = 160$ en $6t^2 + 3s^2t = 192$

$12st = 160 - s^3$

$t = \frac{160 - s^3}{12s}$

———

$6t =$

$$s^2 = \frac{25600 - 320s + s^6}{144s^2}$$

$$6s^2 = \frac{25600 - 320s + s^6}{24s^2}$$

$$+3s^2t = \frac{160s - s^4}{4}$$

verg.

$$\frac{25600 + 640s^3 - 5s^6}{24s^2} = 120$$

$$888s^2 = 25600 + 640s^3 - 5s^6$$

$$s^6 - 128s^3 + 576s^2 - 5120 = 0.$$

Komt $s = 4$

Alzoo $t = \frac{160 - s^3}{12s} = 2$

Hier mede de coëfficienten in de nieuwe Vergelyking bekend gemaakt; zoo heeft men: $8x^6 - 48x^5 + 120x^4 - 160x^3 + 120x^2 - 48x + 8 = 0$, waar van de Teerl. wortel is $2x^2 - 4x + 2 = 0$.

XX. VOORSTEL. Fig. 15.

Door den ORGELEVER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, K. AKER, J. PAUW, *en* J. SCHREFFER.

Volgens *Theor.* 17. XI. B. der *Meetkunde* ſtaat het grootſte Vierkant op de zyde; welke met den *Perpendiculair* het naast overeenkomt; 't geen in dit geval geſchiedt op AB = 65, waar van CE gevonden wordt = $64\frac{8}{17}$, die ſtel = *d*.

Door de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en FGC heeft men

CD : FG :: CE : AB.

Dat is $d-x : x :: d : a$

Componendo $d : x :: a+d : a$

Dus $a+d.x = ad$

$$x = \frac{ad}{a+d} = 32\frac{15}{17}.$$

Dat is, men moet het *product* van den *Baſis* en *Perpendiculair* door derzelver ſom deelen, om eene zyde van 't Vierkant te vinden.

Aanmerking.

M. Wilkens, zegt van $32\frac{4}{17}$ Roeden, dat wel de zyde van het grootſte Vierkant is, 't welk op BC = 70 kan

kan beſchreeven worden; doch geenszins het grootſte Vierkant, dat in den Drieheek kan beſchreeven worden, gelyk zyn Voorſtel ſchynt te eiſchen.

NB. J. TE VELTROP, J. DE GUL, J. SCHELLINKHOUT, *en* C. VAN DIEST, *hebben ook dit Voorſtel opgelost, doch vermits zy allen het Vierkant op de zyde* BC *geplaatst hebben, hebben zy wel een Vierkant, in den Drieheek beſchreeven, gevonden; doch geenszins het mogelyk grootſte.*

XXI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Wanneer een Landmeeter eenige Vlakte of een ſtuks Lands moet meeten, zal hy, zo hem geen hinderpalen in den weg ſtaan, het op die manier tragten uittevoeren, welke hem de beste en gemaklykſte ſchynt, maar vind hy eenige hinderpalen, dan moet hy 't werk aanvangen op zulk een wyze, dat die hinderpaalen hem in de uitvoeringe niet kunnen belemmeren: in ons geval worden die beletzelen bepaald, en geene andere of meer, als in 't Voorſtel opgegeeven worden, mag men hier toelaaten, of aanmerken den Meeter te verhinderen, of men zou een ander Voorſtel verzinnen: ten minſten het Voorſtel een andere gedaante geeven.

De hinderpaalen welke alhier, volgens 't Voorſtel, plaats hebben, en den Landmeeter in den weg ſtaan, zyn de volgende:

1. 't Bosch, 't welk gemeeten moet worden, is onbeganglyk; de Meeter kan met zyn Roeden maar hoog in het Bosch, noch van deszelfs omtrek, iets meeten.

2. De

3. De vlakte naby het Bosch, en welke 't zelve omringd, is ten hoogſten moeielyk te gebruiken; wat kan de uitdrukking in het Voorſtel, *lyne ongemaakbaar* anders betekenen? hierom zal de Meeter tragten zyn veldwerk meest, wat ver van 't Bosch af, en alwaar hy minder moeielykheid ontmoet, te verrigten.

2. Uit geene der hoeken kan men eene der andere beſchouwen.

4. In het derde hoekpunt, dat is, volgens 't Voorſtel, *de hoek c*, nog ook in de zyde BC, kan door den Landmeeter eenig baken of een ſtok geplaatst worden.

Deeze zyn de hinderniſſen, en deeze misgaande, kan de Meeter voor 't overige ſtokken planten, lynen trekken, en hoeken en lengtens bepaalen en afmeeten, waar, en zo hy wil, om dusdoende, op de minst omſlagtige wyze, het begeerde te volvoeren. NB. De uitdrukking in het Voorſtel, *alleenlyk kan hy zo in* AC *als* AB *EEN ſtok planten*, zou ik eigenlyk opvatten in den zin, dat de Meeter in de zyden AC en AB zo veel ſtokken kan planten, zigtbaar uit 't punt A of B, als hy meent noodig te hebben; doch ik zal 'er evenwel geen voordeel mede doen, om my, in 't ontbinden van 't Voorſtel, althans niet te veel vryheid te veroorlooven; ik zal in ieder der zyden AC en AB ſlegts één baken ſtellen, en aanmerken, dat, dat in AC uit A, en dat in AB uit B, gezien kan worden.

Ik komme nu tot de daadlyke meeting van de onbegangbyke Boſchaadje; dezelve heeft eene driehoekige gedaante. Ik zal tragten myne oploſſing algemeen te maaken, en my voorſtellen, alle mogelyke formen van Driehoeken en gevallen, die 'er zyn kunnen.

In

In *Fig.* 16 A, word door ABC het Bosch verbeeld, in de form van een ſcherphoekigen Driehoek, en in *Fig.* 16 B. heeft het Bosch ABC de gedaante van een Driehoek met een wyden hoek in A; in beide gevallen is het veldwerk eenerlei, men ſla het oog op de beide *figuuren.* Nu in de punten A, B, D en E ſtokken geſtoken te hebben, plaatst men, op een willekeurigen afſtand van B, als in F, mede een ſtok, zo dat de hoek DBF regt zy; van F gaat men, evenwydig met BD of regthoekig met BF, tot H by voorbeeld, en plant 'er een ſtok, zo ver, dat FH de verlengde van EA ſnyd, als in G, en AI ſtelt men regthoekig op HF. Vervolgens trekt men van 't punt H, evenwydig met GA, (de verlengde van de zyde van 't Bosch CA,) een lyn HM, brengende 't punt M zo ver, dat MN, evenwydig met HG getrokken, boven het hoekpunt C kome; van den afſtand HG nu de maat genomen, en zo veel Roeden van M tot N gemeeten hebbende, trekt men, door N, de lyn NO, evenwydig aan HM, en dan legt NO in de rooijing of de verlengde van AC. Dit volgt, door het Werk, duidelyk.

Verlengende nu ON naar het punt C, ſtoot men 't gemelde punt, en niets in 't Voorſtel belet, om van dat punt af de lengte CN te meeten; het hoekpunt C vind men daar, de Landmeeter mag of kan daar geen baken planten, maar hy heeft 'er ook geen van nooden, en 't hoekpunt C word in 't Voorſtel nog als onnaderbaar nogals onkenbaar opgegeeven, onderſtel dat men van C tot N vind *a* Roeden, dan meet men van M, in de lyn MH, tot L, ook zo veel Roeden, en men plant in L een ſtok, en in K, ingelyks in de lyn MH, mede een ſtok plantende, zo dat AK evenwydig is met GH, dan is AKLC een *Parallelogram*, en KL is = de zyde van 't Bosch AC (*Euclid. I. prop.* 34.; dus is ook IF = de zyde AB, en dewyl de ∠ AGF = de ∠ CAB is, heeft men, (meetende LK = CA = *q*, IF = AB = *r* Roeden, en ∠ AGF = ∠ CAB = *g*

Graa-

Graaden,) van 't Bosch twee zyden met den hoek tusschen beiden bekend, waar door men, volgens de bekende regels der Driehoeks-rekening, den Inhoud kan berekenen. *Welke te vinden was.*

Als men zig de *figuuren* in de andere gevallen voor oogen stelt, wat gedaante het Bosch ook hebbe, 't zy van een scherphoekige, van een plomphoekige, of van een regthoekige Driehoek, en 't zy ook welken hoek plomp of regt is, ziet men ligt, dat het voorstaande Veldwerk toepasselyk is op alle mogelyke formen en gevallen; om noodelooze omslag te myden heb ik die *figuuren* weggelaaten. Dus meene ik aan myn oogmerk voldaan te hebben, hebbende een manier van meeting voorgesteld, die men volgen kan, in welken form het driehoekig Bosch ook ligge. Eene aanmerking heb ik hier nog te maaken, de uitdrukking in 't Voorstel, *met het minste Veldwerk*, vatte ik op als of 'er stond, *op eene korte manier*, *met weinig omslag*, of dergelyk; anders, de uitdrukking in den sterksten zin neemende, zou men zig altoos kunnen bekommeren, of men wel aan den eisch volkomen voldaan had.

ANDERS. *Fig.* 17.

Door J. DE GELDER.

Indien 'er niets meer in de Oplossing van dit Vraagstuk mag ondersteld worden, dan die omstandigheden, welke, om tot de Oplossing te komen, in hetzelve opgegeeven zyn, is het Vraagstuk onmoogelyk of liever onbepaald. Het is eene bekende waarheid, dat, om een Driehoek optelossen, drie *termen*, die van elkander onafhanglyk zyn (dat is te zeggen waar van geen derzelven uit één alleen of

de beide overige kunnen gevonden worden) bekend gegeeven moeten zyn: maar in ons geval kunnen, zonder iets anders te onderſtellen, niet meer dan twee *termen* bekend worden, die ſolmaakt van elkander onafhanglyk zyn: men kan naamelyk op het veld één lyn afbakenen, die aan de zyde AB van den Driehoek ABC gelyk zy, ook is het door de onderſtelde omſtandigheden zeer mogelyk de grootheid van den ∠ A bekend te krygen.

Het punt C *laat geen plaats voor een baken toe; in de zyde* BC *is het onmogelyk een baken te plaatſen;* twee van deeze omſtandigheden moeten nochtans veronderſteld worden plaats te hebben, of door den eenen of anderen omweg mogelyk te worden, zal men tot de twee bekende *termen* in den Driehoek ABC nog een derde vinden, op dat de Oplosſing mogelyk zy.

Ik neem in aanmerking, dat in het Vraagſtuk, omtrent de grootte of uitgeſtrektheid van het Veld, 't welk de Driehoekige Bosſchaadje omringt, geen bepaaling gemaakt wordt: men mag dus veilig onderſtellen, dat elk een der zyden van de Bosſchaadje, in verſchillende ſtandplaatſen op het veld, voor een Waarneemer zigtbaar zy.

Schoon nu in de Vraag ſlechts onderſteld wordt, dat in AC en AB baaken kunnen geplaatst worden, ſluit die omſtandigheid nochtans niet uit, dat men in BC niet eenig voorwerp, dat in verſchillende ſtandplaatſen op het Veld zichtbaar is, zou mogen onderſtellen geplaatst te zyn, en welk voorwerp men dus als een baken zou kunnen aanmerken. Ik twyfel niet, of men zou in het werkdaadige, zo niet altyd, ten minſten in de meeſte gevallen, zich met min of meer naauwkeurigheid van ſodanig een hulpmiddel kunnen bedienen.

Der-

Deeze omſtandigheid dan onderſteld zynde plaats te hebben, zal men op deeze wyze tot het begeerde kunnen komen: men zal vooreerst twee lynen op het Veld kunnen afbakenen, die elk reſpectivelyk evenwydig met de zyden AB en BC des Driehoeks zyn. Hoe dit te werk geſteld wordt, is in het 208 *Voorſtel* van het II. Deel *der Kunſtoefeningen*, van ons Genootſchap aangetoond. Men kan het ook vinden by F. VAN SCHOOTEN *in zyne Math. Oeff. Aank. van Simp. Werkſt.* pag. 167. *Voorſt.* 6. 2°. Hier door zal dan de hoek B van den Driehoek kunnen bekend worden.

Misſchien komt het iemand in den eerſten opſlag voor, dat het overtollig zy, een lyn evenwydig aan de zyde AB te trekken; kan men de zyde AB niet naar den kant van B verlengen? Om dat, volgens de opgegeevene omſtandigheden, uit één der hoeken van den Driehoek, geen anderen hoek zichtbaar is, kan aan beide hoeken A en B de zyde AB niet verlengd worden: deeze onmogelykheid ſpruit voort uit eene ſtilzwygende onderſtelling, dat 'er één of meer voorwerpen in AB geplaatst zyn, die één der hoeken, uit eenen anderen hoek als ſtandplaats beſchouwd zynde, onzichtbaar maakt. Stel nu dat zodanig voorwerp in F geplaatst zy, en het baken, dat men in AB plaatst, in E: dan zal wel de zyde AB aan den hoek A kunnen verlengd worden; maar niet aan den hoek B: om dat als dan, uit kracht van dezelfde onderſtelling, E zo min als A, uit het punt B zichtbaar is, dat echter noodzaakelyk vereischt wordt, om den hoek B bekend te krygen. Indien men in het tegengeſtelde het baken E aan den anderen kant van F ſtelt geplaatst te zyn, dan zal AB wel aan den hoek B, maar niet aan A kunnen verlengd worden, het welk wederom noodzaakelyk is, op dat de hoek A bekend worde. Waar uit derhalven de noodzakelykheid volgt, om een lyn afteebakenen, die evenwydig aan AB zy.

Vooronderſtellende twee lynen GH en GI evenwydig aan BC en AB gevonden te hebben, die elkander in G ontmoeten, dan zal de ∠ B bekend worden: want, verönderſtellende AB tot in K verlengd te zyn, heeft men ∠ G = ∠ K; maar ∠ K = ∠ B, derhalven ∠ B = ∠ K.

Nu kunnen de hoeken A en G met een Inſtrument gemeeten worden, en zyn dus bekend.

Indien het gebeurde, dat het baken E uit A niet zichtbaar ware, dan zou men AE tot in V moeten verlengen, en den ∠ A in V, den ∠ B in K moeten meeten. Hoedanig men derhalven het geval onderſtelle, de hoeken A en B kunnen altyd bekend worden, en blyft derhalven nu niets meer overig, dan aantetoonen op wat wyze men AB vinden zal.

Verſcheidene wegen kan men ter bereiking van dat oogmerk inſlaan.

I. Men kan uit A en B lynen afbaakenen, die overhands aan BC en AC evenwydig, en dus ook gelyk zyn, waar van de hoek der ſaamenkomst gemeeten zynde, de zyde AB door eenen zeer bekenden Régel der Driehoeksmeeting zal kunnen gevonden worden; dan hoedanig zulks kan verricht worden, door den Heer STRABBE zeer fraai aangetoond en beweezen zynde, zal ik nu hier niets meer van zeggen.

II. De grootheid van de zyde AB kan ook nog op de navolgende wyze gevonden worden.

1o Stel in de lyn GI, die evenwydig met AB is, ergens een baken, by voorbeeld in I, en gaat in de richting van AI achteruit, tot, by voorbeeld, in V, in welke plaats men een ſtok of baken plaatst.

2o Eindelyk ſtelt men in M, alwaar de lynen GI en VB elkander ſnyden, een baken of ſtok, en men meet met

met een Ketting, of eenige andere maat, de lynen AV, IV en IM; dan is al het Veldwerk verricht.

Door deeze bekendens zal nu AB kunnen gevonden worden; want, om dat IM evenwydig aan AB is, (*Conſtr.*) heeft men IV : IM :: AV : AB $= \frac{IM \times AV}{IV}$; en nademaal de hoeken A, B en C door meeting bekend zyn, heeft men *Sin.* ∠ C : AB :: *Sin.* ∠ A : BC :: *Sin.* ∠ B : AC, waar door alles bekend wordt.

III. Men kan (*Fig.* 18) in het verlengde van AC een lyn afbakenen, die aan AB gelyk zy; doch alleen maar als het baken E uit B zichtbaar is, en alsdan kan het Veldwerk op deeze wyze worden ingericht.

1° Stelt men het Astrolabium in B, en bakent een hoek af, die aan $\frac{1}{2}$ ∠ A gelyk is, door een baken, in K naar welgevallen geplaatst.

2° Gaat men in de richting van BK zo lang achteruit, tot men zich in L, in de rooijing van AC, bevindt, en meet de rechte AL, die zal dan aan AB gelyk zyn: want ∠ CAB = ∠ ABL + ∠ ALB, maar ∠ CAB = 2 ∠ ABL; dus ∠ ABL = ALB, en derhalven AL = AB. Deeze bekend zynde, wordt volmaakt op dezelfde wyze AC en BC gevonden, als boven is aangetoond.

IV. Men kan AB, (*Fig.* 19.) aan A of B verlengd zynde, naar de omſtandigheid het best toelaat, in deeze verlengde van AB een lyn afbaakenen, die aan deeze zyde AB zelve gelyk zy.

1° Stel in IG (welke evenwydig aan AB is) drie ſtokken, L, I, en K, zodanig dat LI = IK zy.

2o. Gaat in de rooijing van KB zo lang achteruit, tot men in M in de rooijing van AI gekomen zynde, aldaar een baken ſtelt.

3o. Gaat men eindelyk in de rooijing van LM zo lang achter uit, tot men in het verlengde van AB in N gekomen zynde, aldaar een baken plaatst; dan zal AN = AB zyn: want

AM : AB :: IM : IK.
AM : AB :: LI : AN.

dus, LI : IK :: AN : AB; maar LI = IK, derhalven AN = AB.

Nu zal wederom AC en BC op dezelfde wyze kunnen gevonden worden, als boven aangetoond is.

Dus ziet men hier vier verſchillende wegen voorgeſteld, waar door men zyn oogmerk kan bereiken. Het is zeker, dat de eene een zeker voordeel boven de andere ſchynt te hebben: dan een geoefend Wiskundige zou best uit de omſtandigheden kunnen afmeeten, welken weg voor hem het voordeeligſte zou zyn; ja veel beter dan men door veel redeneeringen zou kunnen beſliſſen.

XXII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER, J. TE VELTRUP, C. BREEVILT, J. PAUW, J. SCHEPPER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel de vyf getallen x, $x+y$, $x+2y$, $\frac{x+y.\ x+2y}{x}$,

en $\frac{x+2y.\ x+y}{xx}$: dan zyn van deeze getallen de drie eer-

eersten in eene *Arithmetische*, de drie middensten in eene *Harmonische*, en de drie laatsten in een *Geometrische* reden, en voldoen dus aan de tweede, derde en vierde voorwaarden der *Vraag*.

De laatste term $\frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}^2}{xx}$ met x^2, het vierkant van den eersten *term*, vermeenigvuldigd, en door $\overline{x+2y}$, den middelsten, gedeeld, is $\overline{x+y}^2$ het *Quotient*: derhalven $\overline{x+y}^2 + 52.\overline{x+y} = 285$, volgens de vyfde Conditie; waar uit men vindt $x+y=5$; dus ook $x=5-y$, en $x+2y=3+y$.

Eindelyk is, volgens de eerste voorwaarde der vraag,

$$3.\overline{x+y} + \frac{\overline{x+y}.\overline{x+2y}}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}^2}{xx} = 285$$

$$\text{Of} \quad 3 + \frac{x+2y}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}}{xx} = 57$$

$$\frac{x+2y}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}}{xx} = 54.$$

Stellende hier in voor $x+y$, x, en $x+2y$ deszelfs waarden, heeft men

$$\frac{5+y}{5-y} + \frac{5}{\overline{5-y}^2} \times \overline{5+y} = 54.$$

 't welk

't welk herleid zynde, geeft

$$11y^2 - 109y + 260 = 0.$$

Waar uit 4, $5\frac{10}{11}$ de wortelen zyn, en de gezochte getallen 1, 5. 9, 45, 225, of $-\frac{10}{11}$, 5, $10\frac{10}{11}$, -60, 330.

Dat te vinden was.

ANDERS.

Door M. JELLEN.

Neem het laatstgenoemde *quadraat* $= aa$;

dan is $aa + 52a = 285$.

Komt $a = 5$

en $4a = 25$.

Stel nu het *eerste* getal $= x - 2y$,

het *tweede* $= x - y$,

het *derde* $= x$.

Zynde eene *Arithm. Progr.*, wiens opklimming is y.

Het tweede en derde met het vierde eene *Harmoniſche Progr.* zullende zyn; zo vermenigv. het tweede met het derde, en deel de uitkomst door het tweede *min* het verſchil tusſchen het tweede en derde; komt het *vierde* $= \frac{xx - xy}{x - 2y}$

En terwyl het derde en vierde met het vyfde in *Geom. Progr.* zullen ſtaan; zo deel het derde in het vierde, komt de *ratio* $\frac{x - y}{x - 2y}$;

Hier

Hier mede het vierde vermeenigv., komt het vyfde $= \frac{x^3-2x^2y+xy^2}{x^2-4xy+4y^2}$

Gemakshalve, de laatste Conditie van het Voorſtel eerst bewerkende; zo heeft men, het vyfde met het vierkant van het eerſte vermeenigvuldigd zynde, $x^3-2x^2y+x^2$; dit door het derde gedeeld, zo heeft men

$$x^2-2xy+y^2 = 25$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$x-y = 5$$
$$x = 5+y$$

Deeze gevondene waarde in de eerst geſtelde getallen overgebragt zynde, zo verſchynen dezelve aldus:

$$5-y,\ 5,\ 5+y,\ \frac{25+25y}{5-y},\ \frac{125+25y}{25-10y+yy}.$$

Doende te ſaamen

$$5\left\{\begin{array}{l}\frac{625-125y+10yy}{25-10y+yy} = 25\\ \frac{125-25y+2yy}{25-10y+yy} = 5\end{array}\right.$$
$$1425-570y+57yy = 185-25y+2yy$$
$$55yy-545y = -1300$$
$$5)\quad$$

$$11yy-109y=-260$$
$$\frac{1}{11} \cdot \cdot 2 \cdot 44$$
$$yy-218y=-11440$$
$$109^2 = 11880$$
$$yy-218y+11880=441$$
$$y-109=-21$$
$$22y=88$$
$$22$$
$$y=4$$

Derhalven de begeerde vyf getallen
1, 5, 9, 45, 225.

XXIII. VOORSTEL. *Fig.* 20.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *overeenkomt.*

CONSTRUCTIE.

Laat AG de hoogte van het hellend vlak AB verbeelden: deel dan deeze hoogte AG in C midden door, en beſchryf uit C als middelpunt met AC of CG, als *Radien*, den halven-Cirkel ADG, die het hellend vlak in het punt D ſnydt: dan is de Figuur, om tot de oplosſing te komen, bereid.

Het punt D, alwaar de Cirkel ADG het hellende vlak AB ontmoet, is het punt, alwaar het lighaam, dat

dat langs het hellend vlak afvalt, zich bevinden zal ten tyde, dat een lighaam, het welke ter gelyke tyd uit A heeft beginnen te vallen, toen het andere lighaam langs AB heeft beginnen te daalen, door de hoogte AG van het hellend vlak AB gevallen is. Dit punt D is uit de gegeevene lengte AB en hoogte AG van het hellend vlak bekend: want $AD = \frac{AG^2}{AB}$.

Dit is klaar: want trekkende de rechte GD, dan zyn de △ ADG en ABG gelykvormig; om dat ze beide *rechthoekig* zyn, en den hoek A gemeen hebben.

Derhalven $AB : AG :: AG : AD$; dus $AD = \frac{AG^2}{AB}$, of *Log.* $AD = 2$ *Log.* $AG -$ *Log.* AB. Indien dan AG en AB in getallen opgegeeven zyn, zal door deeze *Formule* AG bekend worden; en men zal aan den eersten eisch der Vraag voldaan hebben.

Uit de bekende hoogte AG van het hellende vlak AB, kan de tyd, dien het lighaam dat door die hoogte valt noodig heeft, berekend worden: want deezelve is gelyk aan $\sqrt{\frac{2AG}{Z}}$ (z de standvastige versnellende kracht verbeeldende, die naby de oppervlakte van onzen Aardkloot 30,2 *Paryſche Voeten* of 31,2 *Rhynlandſche Voeten* bedraagt, en dien men alleen maar als standvastig mag aanmerken in zulke gevallen waar de hoogtens, door welke de lighaamen vallen, niet zeer groot zyn. Deeze berekende tyd dient nu tot een grondslag, om den tyd, die het vallende lighaam eer in G dan het daalende in B zich bevindt, te bepaalen.

In de Natuurkunde worde beweezen, dat van de lighaamen; die langs hellende Vlakken nederdaalen, zo wel als van de vallende, de doorgeloopene ruimten

ten tot elkander als de vierkanten der tyden zyn, die ſedert het begin van hunne nederdaaling verloopen zyn.

Noemende dan den tyd, dien het lighaam, dat langs AG, of door de hoogte van het hellende vlak valt, t, en den tyd die een lighaam noodig heeft, om langs het hellend vlak te daalen, x; dan heeft men deeze evenredigheid.

$$AD : AB :: t^2 : x^2$$

$$\text{Dus } x^2 = \frac{AB \times t^2}{AD}; \text{ of } x = t \times \sqrt{\frac{AB}{AD}}.$$

Men ziet, hoe derhalven de tyd, dien het lighaam noodig heeft, om langs het hellende vlak afteſnellen, uit den tyd van den vryen val door deszelfs hoogte bekend wordt: en deeze bekend zynde, wordt ook het tydsverſchil bekend, dat het tweede is, dat te vinden voorgeſteld wordt.

In het 9de *Voorſtel* is gevonden AB = 494,72, en AG = 269, 45. Om dan 1o het punt D te vinden, heeft men door de gevonden *Formula*

Log. AG = 2.4304715
2

2 *Log.* AG = 4, 8609430
Log. AB = 2, 6943627

Log. AD = 2, 1665803, *Log.* van 165, 75, de plaats van het punt D, waar zich het lighaam, dat langs het hellende vlak afloopt, zich bevinden zal, ten tyde dat het door deszelfs hoogte AG gevallen is. *Het eerſte dat te vinden was.*

2 Om

2° Om nu den tyd van den vryen val door AG te vinden, heeft men

Log. AG = 2,4304715
Log. 2 = 0,3010300

2,7315015
Log. z = *Log.* 30,2 = 1,4800069

1,2514946
2

Log. t = 0,6257473 = *Log.* 4″,2242 = den tyd, dien het lighaam besteedt, om door de hoogte AG van het hellend vlak AB te vallen.

3° Deezen bepaald zynde, kunnen wy den tyd van nederdaaling langs AB vinden door de derde *Formula*.

Log. AB = 2,6943617
Log. AD = 2,1665803

0,5277824
2)
0,2638912
Log. t = 0,6257473

Log. x = 0,8896385 = *Log.* van 7″,756 = den tyd, dien het lighaam besteedt om langs AB af te loopen.

4° Derhalven zal x − t = 7″,756 − 4″,2242 = 3″,5318 = den tyd zyn, dien het vallende lighaam eer in G, dan het daalende in B zal zyn. *Het tweede dat te vinden was.*

XXV.

XXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. DE GELDER, en J. VAN TWISK.

Stel den begeerden Agthoekigen wortel $= x$; en die tot een Agthoek verheffende, zo heeft men $x^7 + 12x^6 - 91x^5 - 194x^4 = 9741x^3 - 17209x^2 - 5531x + 3780 = 3x^2 - 2x$; of herleid, komt.

$x^7 + 12x^6 - 91x^5 - 194x^4 - 9741x^3 - 17281x^2 + 55292x + 3780 = 0$

Hier uit vindt men

$= -1, -3, -5, -7, -9.$

dat is

$x + 1 = 0$, $x + 3 = 0$, $x + 5 = 0$,
$x + 7 = 0$, en $x + 9 = 0$.

Deeze vyf *negative* wortelen tot één *product* gebracht, zo komt deeze Vergelyking: $x^5 + 25x^4 + 230x^3 + 950x^2 + 1689x + 945 = 0$

Dezelve in de Hoofd-vergelyking $x^7 + 12x^6$ enz. gedeeld, komt

$x^2 - 13x + 4 = 0$
verg. $38\frac{1}{4} = 38\frac{1}{4}$

$x^2 - 13x + 42\frac{1}{4} = 38\frac{1}{4}$

$x - 6\frac{1}{2} = \sqrt{38\frac{1}{4}}$

$x = 6\frac{1}{2} + \sqrt{38\frac{1}{4}}$
Of $6\frac{1}{2} - \sqrt{38\frac{1}{4}}$
de 2 waare wortelen.

XXV.

XXV. VOORSTEL. *Fig.* 21.

Door den OPGEEVER *en* C. BREEVELT, *mede* J. SCHEFFER, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Laat AC = a

AB = b

en CE = c zyn;

Stelle BF = x,

Dan is AF = $x + b$;

en AF + CE : AC :: AF : AG

$x + b + c : a :: x + b : AG$

$$AG = \frac{a \times x + b}{x + b + c}$$

$$\frac{1}{2} AF = \frac{x + b}{2}$$

$$\triangle AFG = \frac{a \times \overline{x + b}^2}{2 \times x + b + c} = ab \square AD$$

$$c \qquad\qquad 2 \times a + b + c$$

$$xx + 2bx + bb = 2bx + 2bb + 2bc$$

$$xx = bb + 2bc$$

BF

$$BF = x = \sqrt{b \times b + 2c}$$

In getallen $BF = \sqrt{8 \times 8 + 2c} = 4\sqrt{14}$.

Hier uit hebben wy deeze

CONSTRUCTIE.

Verleng DB tot BH = AB is, en neem in BD, of deszelfs verlengde, $BI = DE + CE = AB + 2CE$; beschryf op HI een halven Cirkel, en verleng AB tot in deszelfs omtrek in F; dan is het begeerde verricht, gelyk klaar te zien is.

ANDERS. Fig. 22.

Door J. DE GELDER.

CONSTRUCTIE.

Op CE als middellyn den halven-Cirkel CHE beschreeven hebbende, maakt HE = DE. C, H te zamen gevoegd zynde, zal, AF = CH gemaakt hebbende, F het begeerde punt zyn.

BEWYS.

Want EF, die AC en BD in de punten M en G snydt, getrokken hebbende, zyn, om de evenwydigheid der lynen AB en CD, AC en BD, de Driehoeken CEM, DEG, BFG en AFM gelykvormig.

Der-

Derhalven $\triangle CEM : \triangle EDG :: \overline{CE}^2 : \overline{ED}^2$

Dividendo $\triangle CEM - \triangle EDG : \overline{CE}^2 - \overline{ED}^2 :: \triangle ECM : \overline{CE}^2$

dat is $CDGM : \overline{CH}^2 :: \triangle CEM : \overline{CE}^2$.

Maar $\triangle AFM : \overline{AF}^2 (= \overline{CH}^2) :: \triangle CEM : CE$

Derhalven $CDGM = \triangle AFM$

Hier $ABGM = ABGM$ *bygevoegende*

is $\square ABCD = \triangle BFG$.

Dus is F het begeerde punt, dat, (EF getrokken zynde) $\triangle BFG = \square ABCD$ maakt.

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

Deeze Meetkundige Oplosſing van het voorgeſtelde ſtelt ons nu in ſtaat, om op eene gemakkelyke wyze de lengte van AF of BF te vinden, indien één der verlengde zyden van het *Parallelogram* en het punt E, of liever DE, bekend zyn.

In het Vraagſtuk is gegeeven $AC = 18$, $AB = 8$, $CE = 10$. Derhalven $CE = CD + DE = 10 + 8 = 18$. $DE^2 - EH^2 = CH^2 = 324 - 100 = 224$: dus $CH = 4\sqrt{14} = AF$ *Conſtr.* of $FB = 8 + 4\sqrt{14}$.

Dat in getallen te vinden was.

AANMERKING.

Men ziet hier uit, dat het Vraagſtuk, op deeze wyze opgelost zynde, het niet noodzaakelyk zy AC in getallen bekend te hebben.

II. GEVOLG.

CD naar den anderen kant van E verlengd, en eenige lyn *ac* evenwydig AC getrokken zynde, is □ ABCD : □ *a*B*c*D = AB : *a*B; maar □ ABCD = △ BFG; dus △ BFG : □ *a*B*c*D :: AB : *a*B.

III. GEVOLG.

Uit het tweede Gevolg kan men zeer gemakkelyk de *Conſtructie* van dit algemeen Vraagſtuk afleiden. Een *Parallelogram* ABCD gegeeven zynde, waar van een der zyden *c*D tot in E verlengd is, is de vraag, waar, in het verlengde van de overſtaande zyde *a*B, het punt F moet vallen, op dat de lyn EF, die E en F verëenigt, de zyde BC zodanig ſnydt, dat △ BFG tot □ *a*B*c*D een gegeeven reden heeft: Want A zodanig genomen hebbende, dat *a*B : AB :: □ *a*B*c*D : □ ABCD zy, zal men △ BFG = □ ABCD maaken, gelyk getoond is; derhalven enz.

Dit Vraagſtuk, waar van het opgegeevene een byzonder geval is, is het 164ſte Voorſtel des 7den Boeks *Collectionum Mathematicarum Pappi Alexandrini*. Zie ook *Fr. van Schooten*, *Geom. Voorſt.*, *Voorſt.* 49, *pag.* 105, wiens Oplosſing ik hier van verre gevolgd heb.

Indien men de Algebra op dit Vraagſtuk toepast, zal men de grootheid AC als bekend moeten aanmerken: dan dewyl geene der Oplosſingen van de Algebra, die ik beproefd heb, tot eenvoudiger Conſtructien en berekeningen aanleiding geeven, zal ik dezelve hier niet laaten volgen.

XXVI. VOORSTEL. *Fig. 23.*

Dit Voorſtel, dat in de *Kunſt-Oefeningen* II. DEEL reeds was opgegeeven, zynde aldaar VOORSTEL CLXXV, waar van de Oplosſing onder de Ontbindingen van dat Deel pag. 244 te vinden is, hebben wy abuſivelyk voor de tweede maal geplaatst. Wy hebben echter geen reden ons daar over te beklagen, vermits de volgende Oplosſing van den Heer J. DE GELDER, ons in alle opzichten beter dan de eerſte voldoet.

Laat C het middelpunt, PLQE den omtrek van de Aarde, of wel den middagscirkel van *Groningen* verbeelden: P de Noord- en Q de Zuid-Pool, LE de Linie of den Evennachtscirkel: neem nu op de Noorder Breedte van 53° 15′ in den cirkel PLQE het punt G; dat zal dan het punt zyn waar zich *Groningen*, met betrekking tot de Linie, bevindt; trek door het punt G den *Parallel*-Cirkel AG, neem in denzelven Oostwaards aangerekend, op den afſtand van 4 Duitſche mylen van het punt G, het punt S; dit punt S zal dan de plaats zyn, alwaar de *Schiermuda* zich, met betrekking tot *Groningen*, bevindt: trek nu eindelyk uit den Noord-Pool P door S den middagscirkel PSB van de *Schiermuda*, die den Evennachtscirkel in B ſnyde: zo veel graaden als dan de boog GS bevat, even zo veel graaden bevat ook zyn overeenkomſtigen boog op de Linie, en zo veel graaden en minuuten deeze boogen bevatten, zo groot is het verſchil in Lengte van deeze plaatzen, welke graaden in tyd overgebragt, het verſchil van den waaren tyd doen bekend worden.

Nu ſtaat de *Cosinus* van de Breedte tot de *Radius*, als de boog GS van den *Parallel*-Cirkel tot zyn overeenkomſtigen boog op de Linie, of,

Cos. LG : *Rad.* :: GS : LB.
10,6021600
9,7769369

0,8251231 *Leg.* van 6,6853 Mylen = LB.

Deeze tot graaden overgebragt, door te zeggen 15 Mylen: 1° gelyk 0°, 44566,6853, komt of 26′44″,16 en eindelyk deeze laatſte tot tyd overgebragt, met te zeggen 15° : 1 uur :: 26′ 44″ 16, komt 1′47″ nabyl. verſchil in tyd van de *Scheemda* en *Groningen*.

Dat te vinden was.

XXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Alvoorens tot de Oplosſing der Vraag zelve overtegaan., zal ik kortelyk onderzoeken, of, om dat men in het uittrekken van den vierkants-wortel uit eenig onredeloos of *irrationaal* getal nimmer ten einde komt, men hier uit het beſluit mag opmaaken, dat zulke redelooze getallen geen wortels hebben, die volkomen kunnen uitgedrukt worden.

Wy ontmoeten verſcheidene oneindige *Decimaale* breuken, die eene eindige of volkomene waarde hebben: zo is $\frac{7}{11}$ = 0,636363 enz., $\frac{37}{99}$ = 0,373737 enz. *ad infin.* $\frac{5}{6}$ = 0,8333 enz., en op dezelfde wyze met een oneindig aantal anderen. Verſcheidene oneindige *Series* kennen wy, die volkomen kunnen ge-

geſommeerd worden, en zy zyn te algemeen bekend, dan dat ik dezelve zoude bybrengen; daar wy nu zulke *Series infinitae* ontmoeten, die volkomen kunnen geſommeerd worden, hebben wy geen reden om van eene *Series*, waar omtrent wy nog twyffelen, of dezelve kan geſommeerd worden, of waar van de middelen, die wy in 't werk geſteld hebben om dezelve te ſommeeren, tot nog toe vruchteloos zyn geweest, te beſluiten, dat dezelve niet kan geſommeerd worden, noch dat 'er geen andere middelen zouden zyn, waar door wy tot ons oogmerk zouden kunnen geraaken.

Alle redelooze getallen kunnen onder eene zekere gedaante gebragt worden; waar door wy in ſtaat geſteld zyn, om de wortels van eenige magt uit dezelve in eene geſchikte oneindige reeks uit te drukken: zo kan men alle redelooze getallen begrypen te behooren tot deeze uitdrukkingen $a^2 \pm b$, $a^3 \pm b$, $a^4 \pm b$, $a^5 \pm b$, enz., van welke men zich van de eerſte in het uittrekken van den *quadraats*, van de tweede in het uittrekken van den *Cubik*-wortel enz. bedient.

Nu kunnen wy, door middel van het *Newtoniaansch* Vertoog bewyzen, dat $\sqrt{a^2+b} = a + \frac{1}{2} \times \frac{b}{a} - \frac{1}{8} \times$

$$\frac{b^2}{a^2} \times \left(1 - \frac{3}{6} \times \frac{b}{a^2} + \frac{3.5}{6.8} \times \frac{b^2}{a^4} - \frac{3.5.7}{6.8.10} \times \right.$$

$$\left. \frac{b^3}{a^6} + \frac{3.5.7.9}{6.8.10.12} \times \frac{b^4}{a^8} - \frac{3.5.7.9.11}{6.8.10.12.14} \times \frac{b^5}{a^{10}} \right.$$

$$\left. + \text{enz.} \right), \text{ of ſtellende } \frac{b}{a^2} = c; \sqrt{a^2+b} = a + \frac{1}{2}$$

$$\times \frac{b}{a} - \frac{1}{8} \times \frac{b^2}{a^2} \times \left(1 - \frac{3}{6} c + \frac{3.5}{6.8} c^2 - \frac{3.5.7}{6.8.10} c^3 \right.$$

$+\frac{3.5.7.9}{6.8.10.12}c^4 - \frac{3.5.7.9.11}{6.8.10.12.14}c^5 + \text{enz.}\Big)$: op dezelfde wyze zal men bevinden, dat $\sqrt{a^3+b} = a + \frac{1}{3}\times\frac{b}{a^3}\times\Big(1 - \frac{2}{6}c + \frac{2.5}{6.9}c^2 - \frac{2.5.8}{6.9.12}c^3 + \frac{2.5.8.11}{6.9.12.15}c^4 - \text{enz.}\Big)$, $\frac{b}{a^3} = c$ ſtellende.

Wanneer men in de eerſte deezer *Series* $b = a^3$ ſtelt, zal $\sqrt[3]{2a^3} = 1\frac{1}{3}a - \frac{1}{3}\times\Big(1 - \frac{3}{6} + \frac{3.5}{6.8} - \frac{3.5.7}{6.8.10} + \frac{3.5.7.9}{6.8.10.12} - \text{enz.}\Big)$ zyn; of $a = 1$ ſtellende, $\sqrt[3]{2} = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\times\Big(1 - \frac{3}{6} + \frac{3.5}{6.8} - \frac{3.5.7}{6.8.10} + \frac{3.5.7.9}{6.8.10.12} - \text{enz.}\Big)$ zyn.

Deeze laatſte reeks, die in het byzonder tot ons geval behoort, zou volkomen kunnen geſommeerd worden, indien de tekens der termen alle *plus* waren; zy zou als dan tot deeze uitdrukking behooren $1 + \frac{m}{\beta} + \frac{m.\,m+p}{\beta.\,\beta+p} + \frac{m.\,m+p.\,m+2p}{\beta.\,\beta+p.\,\beta+2p} + \text{enz.} = \frac{\beta-p}{\beta-p-m}$. Zie A. B. STRABBE, *Oefenſchool der Math. Weet.*, *in de Math. Handl. I. Deel, pag.* 236.

Ik

Ik achte het onnoodig de wegen optegeeven, die men zou kunnen inſlaan, om deeze *Series* te ſommeeren; dewyl die alle, gelyk ſtraks blyken zal, vruchteloos moeten zyn: maar geſteld, dat dezelve kon geſommeerd worden, blyft de vraag, hoedanig zal men de bovenſtaande *Series*, uit welke deeze is afgeleid, ſommeeren? deeze vraag blyft even duister als de voorgaande; by nadere overweeging bevond ik, dat indien $S = 1 - Ax + Bx^2 - Cx^3 + Dx^4 - \text{enz.}$ als inf. met $S = 1 + x + x^2 - x^3 + x^4 + \text{enz.} = \frac{1}{1+x}$ vermeenigvuldigt wierdt, dat de *Coefficienten* A, B, C, D deeze betrekking onder elkander moeten hebben:

$$A = \frac{m}{\beta} - 1$$

$$B = \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}} - \frac{m}{\beta} + A$$

$$C = \frac{m.\overline{m+p}.\overline{m+2p}}{\beta.\overline{\beta+p}.\overline{\beta+2p}} - \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}} + B$$

enz. enz.

Op dat het *product* $1 - \frac{m}{\beta}x + \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}}x^2 - \frac{m.\overline{m+p}.\overline{m+2p}}{\beta.\overline{\beta+p}.\overline{\beta+2p}}x^3 + \text{enz.}$ xy; waar uit blykt, dat indien men $1 = Ax + Bx^2 - Cx^3 + \text{enz.}$ volkomen

sommeeren konde, ook de som van $1 - \frac{m}{\beta} x$ enz. bekend zou zyn, en alle redelooze getallen een volkomen wortel zouden hebben.

Dan alle deeze beschouwingen geeven ons (gelyk ik boven aanmerkte) geen vryheid om te besluiten, dat de redelooze getallen geen volkomen wortel hebben; ten zy men zulks uit andere grondbeginsels ontegenzeggelyk bewyze.

De Vierkants-Wortel uit eenig redeloos getal zal een geheel met een gebrooken moeten zyn: want de Vierkants-Wortel uit 2, by voorbeeld, is grooter dan 1, en kleiner dan twee: derhalven de eenheid *plus* eenig gebrooken, en even op dezelfde wyze heeft zulks met alle andere redelooze getallen plaats.

Laat dan $a + \frac{b}{c}$ den waaren Vierkants-Worte uit eenig geheel redeloos getal verbeelden. Indien dan de breuk $\frac{b}{c}$ tot de kleinste benaaming gebragt is, zullen b en c eerste getallen onder elkander moeten zyn: derhalven ook de Teller en Noemer van den oneigenlyken breuk $\frac{ac+b}{c}$, die aan het gemengde getal $a + \frac{b}{c}$ gelyk is.

Nu zal het vierkant van den oneigenlyken breuk $\frac{ac+b}{c}$ aan het heel getal, wiens wortel zy is, moeten gelyk zyn (zo men namenlyk by de onderstelling blyft, dat zy de juiste waarde van den wortel uit het

re-

redeloos getal uitdrukt): maar het *quadraat* van deezen oneigenlyken breuk zal nooit aan een geheel getal kunnen gelyk zyn: want $ac + b$ en c eerſte getallen onder elkander zynde, zullen $(ac + b)^2$ en cc mede eerſte getallen onder elkander zyn; en derhalven geene der redelooze getallen hebben een volkomen wortel.

Dat te bewyzen was.

ANDERS.

Door den OPGEVER, *waar mede* J. SCHEFFER, C. BREEVILT, K. AKER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel den Wortel uit $2 = \frac{x}{y}$; dit moet meer dan 1, en minder dan 2 zyn; by gevolg kan x door y niet effen gedeeld worden: maar vermits x door y niet deelbaar is, zo kan x^2 door y^2 ook niet deelbaar zyn, 't welk echter plaats moest hebben, zou de Wortel uit 2 door eenig gebroken kunnen worden uitgedrukt; derhalven is het onmogelyk den Wortel uit eenig *Surdisch* getal in zuivere getallen te vinden.

Dat te bewyzen was.

XXVIII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Laat de Wortelen $= a$ en b zyn; dan zyn hunne *Quadraaten* $= aa$, en bb; en $aa \times bb = aabb$

$\sqrt{\quad}$ ab het vermeenigvuldigde der Wort.

Waar uit blykt, dat de *Quadraat*-Wortel uit het *Produkt* van twee *Quadraaten* gelyk is aan 't *Produkt* van hunne Wortelen.

Hier uit volgt deeze

Bewerking.

1681
1369
——— verm.
2301289
———
1517
——— de eerſte Wort. 37
Komt 41 de andere begeerde Worrel.

ANDERS.

Door C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHEPPER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Laat $37 = a$, en de Wortel uit $1681 = a + x$ zyn.

Dan zyn de beide *Quadraaten* $aa + 2ax + xx$

en aa

———

hun Verſchil is $2ax + xx$

Indien wy dit Verſchil door $2a$ deelen, zo is het *Quotient* x, en de Reſt xx. Hier door hebben wy deezen

RE-

REGEL.

Deel het verſchil der beide getallen door het tweevoud des gegeeven Wortels, zo zal de Reſt even zo veel als het Quadraat van het Quotient zyn, indien het Quadraat van het Quotient minder is, dan de dubbele gegeeven Wortel; doch zo de Reſt minder is dan het Quadraat van het Quotient, addeert men den Diviſor zo lang by de Reſt, terwyl men telkens de eenheid van het Quotients afneemt, tot het eene juist het Quadraat van het andere is; wanneer men, door het bykomende Quotient by den gegeeven Wortel te tellen, het begeerde bekomt.

ALDUS.

De *Quadraaten* zyn 1681
en 1369
——— afget.
312
Dubb. geg. Wort. 74 ———
Kt. 4 en reſt 16.

Dewyl nu 16 juist het *Quadraat* van 4 is, zo is de begeerde Wortel 37 + 4 = 41.

XXIX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede* C. BREEVILT, J. PAUW, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en de* OPGEEVER, *overëenkomen.*

Stel het begeerde getal $28x + 14$, dit voldoet reeds aan de eerſte voorwaarde der Vraag; van hetzelve 17 af,

afgetrokken zynde, heeft men $28x-3$; dus moet $\frac{28x-3}{19}$ een heel getal zyn: Stel het zelve p: dan is $p = \frac{28x-3}{19} = x + \frac{9x-3}{19}$; dit laatſte moet wederom een heel getal zyn. Stel het zelve gelyk q: dan is

$$\frac{9x-3}{19} = q$$

$$9x = 19q+3$$

Dus $x = 2q + \frac{q+3}{9}$; dit laatſte moet wederom een heel getal zyn: Stel hetzelve $= r$. dan is

$$\frac{q+3}{9} = r$$

Of $q = 9r - 3$

Nu kan r op het kleinſte $= 1$ zyn, dus $q = 6$, $x = 13$ en $28x + 14 = 378$: dit laatſte getal voldoet aan de twee eerſten voorwaarden der vraag: maar nu moet ook nog een getal gevonden worden, dat aan de derde voorwaarde voldoet.

De Deelers 28 en 19 zyn eerſte getallen onder elkander; derhalven $28 \times 19 = 532$ is een getal, en wel het kleinſte, dat door 28 en 19 zonder overſchot kan gedeeld worden. Wanneer nu y een heel getal verbeeldt, zal $532y + 378$ door 28 en 19 elk afzonderlyk gedeeld zynde, de overblyfſels 14 en 17 zyn. Van dit getal 8 afgetrokken zynde, moet $\frac{532y+376}{15}$

=

$= 35y + 25 + \frac{7y+1}{15}$ een heel getal zyn: Stel

dus $\frac{7y+1}{15} = t$;

Dan is $y = \frac{15t-1}{7} = 2t + \frac{t-1}{7}$; dit laatſte moet wederom een geheel getal zyn: Stel het zelve $= v$;

Dan is $\frac{t-1}{7} = v$.

Dus $t = 7v + 1$

Nu kan v op het kleinſte $= 0$ zyn; $v = 0$ zynde, is $t = 1$, $y = 2$, en $532y + 378 = 1442$, het kleinſte getal, dat door 28, 19 en 15 gedeeld zynde, de reſpective overblyfzels zyn 14. 17 en 2.

Dat te vinden was.

ANDERE OPLOSSING,

Door J. DE GELDER.

Stel voor het begeerde getal een van deeze drie uitdrukkingen $28x + 14$, $19y + 17$, of $15z + 2$: dan voldoet elk een van deeze aan de eerſte, tweede en derde voorwaarde van de vraag; en men heeft dus twee Vergelykingen.

$$28x + 14 = 19y + 17$$

$$19y = 28x - 3$$

$$y = x + \frac{9x-3}{19}$$

Stel $\frac{9x-3}{19} = m$ een heel getal

$$9x = 19m + 3$$

$$x = 2m + \frac{m+3}{9}$$

Stel $\frac{m+3}{9} = n$ een heel getal

$$m = 9n - 3$$

Dus $x = 29n - 6$

$y = 28n - 9$

en $19y + 17 = 532n - 154$

en

en $19y+17 = 15z+2$.

Dus $532n-154 = 15z+2$

$$15z = 532n-156$$

$$z = 35n-10+\frac{7n-6}{15}$$

Stel $\frac{7n-6}{15} = r$ een heel getal.

Dan is $n = 2r + \frac{r+6}{7}$

Stel wederom $\frac{r+6}{7} = s$ een heel getal.

Dan is $r = 7s-6$.

Nu kan s op het kleinst $= 1$ zyn.

Dus $r = 1$, $n = 3$, en $532n-154 = 1442$, het begeerde getal, even als in de eerste Oplossing gevonden is.

NOG ANDERS.

Door Denzelfden, naar de Formule *van* PERSYN.

Dit Vraagſtuk, benevens alle andere ſoortgelyke, kunnen door eenen *Arithmetiſchen* Régel ontbonden worden.

Deeze Régel vindt men opgegeeven, en op twee voorbeelden toegepast, by den Hooggeleerden Heer F. VAN SCHOOTEN, *Prof. Math.* in de Univerſiteit te Leiden, in zyne *Math. Oeffeningen VI. Afdeeling der gemengde Steffen, pag.* 380 *et ſeq.*, welke régel de Hooggeleerde Schryver zegt, hem door NICOLAAS HUBERTS van PERSYN te zyn medegedeeld.

Wy zullen deezen Régel, welke ons zeer fraai en vernuftig voorkomt, alhier in zyn geheel laaten volgen, op ons tegenwoordig Vraagſtuk toepaſſen, en naardien by gem. Hooggel. Schryver geen bewys voor denzelven is, zullen wy den grond, waar op deezen régel ſteunt, trachten aantetoonen.

ALGEMEENE REGEL.

I. *Zoek het kleinſte getal, waar in alle opgegeevene Deelers volkomen kunnen gedeeld worden.*

II. *Dit getal gevonden hebbende, deelt hetzelve door elk één der gegeevene deelers tweemaal, en let op de reſten der tweede deelingen.*

III. *Indien deeze reſten der deelingen de eenheid zyn; behoudt men het tweede deeltal, zo niet, onderzoekt men, met welk kleinſt getal hetzelve moet vermenigvuldigd* wor-

worden, op dat het, door zyn overeenkomſtig deeltal gedeeld zynde, de éénheid overlaat (*).

IV. *Deeze getallen (indien het nodig zy) aldus bepaald zynde, vermeenigvuldigt men elk deeltal (te weeten dit, dat in de deeling één overlaat) met de opgegevene resten der deelingen, die in de vraag tot dien deeler behooren, waar door elk deezer deeltallen gedeeld zyn.*

V. *De ſom dier nieuwe producten, door het getal, Art. I. bepaald, gedeeld zynde, zal de reſt deezer deeling het bepaalde getal gelyk zyn.*

Deeze Régel of *Formula* zullen wy terſtond op ons tegenwoordig Voorbeeld toepaſſen; (doch in het begin der bewerking met weinig verändering van den opgegeeven Régel).

Deelers	28	28	19
	19	15	15 verm.
	532	420	285 *producten.*
15)	35	19) 28) 22	10 *Quotienten.*
	7	2	5 reſten der Deeling
	13	10	17 kleinſte get.
	91	20	85 *producten*
15)	(1 reſt. 19)	(1 28	(1
	6	2	3

Der-

(*) Het zal korter zyn dit onderzoek omtrent de reſt der deeling te werk te ſtellen; om dat het op het zelfde uitkomt, gelyk nader zal aangetoond worden.

Derhalven 592	400	285	
13	10	17	
6916	4200	4845	*Dividenda* of deeltallen *Art.* 4.
2	17	14	overeenkomstige resten met de gegeevene Deelers. *Art.* 4.
13832,	41490,	67830	*producten* *Art.* 4.
41400			
67830			
153062			som der Prod. *Art.* 5.
7980)			

19 *Quotient*, en 1442 de rest het begeerde getal, gelyk het boven op twee verschillende wyzen opgelost is.

Dus ziet men hier reeds by de proeven de deugdzaamheid van deezen Régel, welke men nog op andere voorbeelden zou kunnen toepassen; dan wy zullen nu liever aantoonen den Wiskundigen grond waar op deeze steunt, na alvoorens twee stellingen te maken voorafgaan.

I. LEMMA.

Eenig heel getal Q *door een ander heel getal* P *gedeeld zynde, en één in de deeling overblaatende, zal het eerste van deeze getallen, met eenige grootheid* R *vermenigvuldigd zynde, en daar na wederom op nieuw door* P, *het andere heel getal gedeeld* $\frac{R}{P}$ *in de deeling overlaaten.* Want $\frac{Q}{P} = V + \frac{I}{P}$ (V een heel

ge-

getal ſtellende) maakende, zal ook $Q = PV + 1$, en derhalven $QR = PRV + R$, of $\frac{PRV+R}{P} = RV + \frac{R}{P}$ zyn.

Dat te bewyzen was.

IL LEMMA.

Een getal, dat aan de voorwaarde van zulk een Vraagſtuk als het onze is voldoet, is altyd kleiner dan het kleinſte getal, waar in ook een der gegeevene deelers afzonderlyk kan gedeeld worden: en niet meer dan één getal, dat kleiner dan het getal is, waar in alle de deelers kunnen gedeeld worden, zal men kunnen vinden.

BEWYS.

Want, ſtel dat het getal, dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet, grooter is dan het kleinſte getal, waar in alle de gegeevene deelers afzonderlyk kunnen gedeeld worden: dan zal, van dat eerſte getal het laatſte afgetrokken zynde, de reſt aan de voorwaarden der vraag mede voldoen, zo deeze reſt echter nog grooter is dan het kleinſte getal, waar in alle de Deelers kunnen gedeeld worden, zoo zal men hetzelve nog eens van deeze reſt aftrekken, enz. tot zoo lang, dat de reſt kleiner zy, dan dit kleinſte getal.

Het is derhalven klaar, dat het kleinſte getal, dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet, altyd kleiner zal zyn, dan het kleinſte getal, hetwelk door alle de gegeevene deelers kan gedeeld worden: en dat men niet meer dan één getal, dat aan de voorwaar-

den der vraag voldoet, vinden kan, dat kleiner is dan het kleinſte, waar in alle de deelers kunnen gedeeld worden.

Dat te bewyzen was.

Gaan wy nu, deeze twee *Lemmata* onder het oog houdende, tot het Bewys van den Regel zelve over.

BEWYS.

Stel drie Deelers, waar door het gezochte getal moet gedeeld worden, x, y en z; de reſpective overblyfzels m, n en p. Stel het overſchot van de deeling in $\frac{yz}{x}$ gelyk r, in $\frac{xz}{y}$, s, en in $\frac{xy}{z}$, t; de kleinſte getallen, waar mede elk deezer deeltallen of resten moeten vermeenigvuldigd worden, op dat de *producten* op nieuw door deszelfs overeenkomſtige deelers gedeeld zynde, de éénheid in de deeling overlaaten, a, b en c: dan laaten $\frac{ayz}{x}$, $\frac{bxz}{y}$ en $\frac{cxy}{z}$ elk *één* in de deeling over; $amyz + bnxz + cpxy$ zal nu een getal zyn (de voorwaarde van het kleinſte uitgeſlooten,) dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet: want, deelende 1°. door x, heeft men $bnz + cpy + \frac{amyz}{x}$; maar $\frac{ayz}{x}$ laat *één* in de deeling over (*onderſt.*); $\frac{amyz}{x}$ zal dus m in de deeling overlaaten (1. *Lemma*) Het voldoet dan aan de voorwaarden der Vraag, dewyl men de twee overige conditien volmaakt op dezelfde wyze betoogt. Wan-

Wanneer derhalven deeze uitdrukking door xyz, dat het kleinſte getal is, waar in alle de Deelers afzonderlyk kunnen gedeeld worden, gedeeld is, zal het overblyfzel in de Deeling het kleinſte heel getal zyn; dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet (*II. Lemma*).

Dit Bewys is alleen byzonder; om dat het zich ſlegts tot drie gegeevene Deelers uitſtrekt; en zéker, men mag van het byzondere tot het algemeene niet terſtond overgaan, ten zy men zich door een genoegzaam aantal beproevingen volkomen zéker kan houden van de volſtrekte algemeenheid eener waarheid, die algemeen beweezen moet worden. Even eens is het hier mede gelegen. Iemand, die zich verleedigen wil om het bewys op vier, vyf, zes of meer Deelers toe te paſen, zal de waarheid van den geſtelden Régel altyd beweezen zien, en derhalven ziet men, dat in het algemeen deeze regel Wiskundig waarachtig is, en ons altyd tot het begeerde brengen moet.

Dat te bewyzen was.

XXX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. TE VELTRUP, C. BREEVILT, J. DE GELDER, K. AKER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* J. SCHEFFER.

Stel het getal der maanden, die de eerſte maal bepaald zyn, $2x$; dan is voor den eerſten tyd x de Intreſt ten 100 's Jaars, en voor den tweeden tyd $x + 1$ de Intreſt ten 100 's Jaars.

Nu zyn de winsten in de samengestelde reden van de Capitaalen en Tyden; derhalven

$100 \times 12 : x :: 750x : \frac{750x^2}{1200}$ de verloopen Intrest in den eersten tyd.

$100 \times 12 : x + 1 :: 375x : \frac{375xx + 375x}{1200}$ Verloopen Intrest in den 2den tyd.

add.

$$\frac{1125xx + 375x}{1200} = 400 - 375 = 25$$

$$\text{Of } \frac{45xx + 15x}{1200} = 1$$

$$45xx + 15x = 1200$$

$$15 \quad 3xx + x = 80$$

$$3 \quad xx + \tfrac{1}{3}x = \frac{80}{3} = \frac{960}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \ldots \frac{1}{36}$$

$$xx + \tfrac{1}{6}x + \tfrac{1}{36} = \frac{961}{36}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x + \tfrac{1}{6} = \frac{31}{6}$$

Dus

$$\text{Dus } x = \frac{30}{6} = 5 \text{ den Interest ten 100 in den ersten tyd.}$$
$$x + 1 = 6 \text{ die ten 100 in den tweeden tyd.}$$
$$2x = 10 \text{ de eerste bepaalde tyd.}$$
$$x = 5 \text{ de tweede bepaalde tyd.}$$

Dat te vinden was.

XXXI. VOORSTEL. *Fig. 24.*

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER, J. VAN TWISK, J. PAUW, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER *overëenkomen.*

Laat ABCD het langwerpig reghthoekig ſtuk Lands verbeelden, AB de lengte, en BC de breedte deszelven. Neem nu in de breedte AD het punt G zoodanig, dat DG < AG is, en in de lengte DC, DE = DG; trek voorts de lynen GH en EF *parallel* aan AB en AD reſpectivè, die elkander in het punt I ſnyden: dan zal de Rechthoek ABCD in vier ſtukken, het *Quadraat* DEIG, den Rechthoek AFIG, den Rechthoek ECHI, en den Rechthoek FBHI verdeeld zyn. Van deeze ſtukken nu zal □ DEIG het kleinſte, en de □ FBHI het grootſte zyn.

Want AG > DG (*Conſt.*) en GI = GI; derhalven AG × GI > DG × GI, of □ DEIG < □ AFIG; en op gelyke wyze betoogt men, dat □ DEIG < □ ECHI: AF < FB, derhalven AF × FI < FB × FI of □ AFIG < □ FBHI, en op dezelfde wyze ziet men ook, dat □ ECHI < □ FBHI; derhalven is □ DEIG het kleinſte, en □ FBHI het grootſte van alle de vier ſtukken, waar in de Rechthoek ABCD verdeeld is.

Hier uit volgt nu, dat indien □ DGIE het kleinſte dier ſtukken is, □ FBHI noodzaakelyk het grootſte zal moeten zyn.

Stel nu den Inhoud van □ ABCD $= a$, dien van □ DEIG $= b$, en dien van □ FBHI $= c$; dan is DG $=$ DE $=$ GI $=$ AT $= \sqrt{b}$, en ſtel AD $= x$: dan is AB $=$ CD $= \frac{a}{x}$, AG $=$ IF $= x - \sqrt{b}$, en CE $=$ IH $= \frac{a}{x} - \sqrt{b}$. Nu is IF $\times$ IH $=$ □ FBHI: dus $\overline{x - \sqrt{b}} \times \overline{\frac{a}{x} - \sqrt{b}} = a$.

$$\text{Of } a + b - \frac{a}{x} + x \cdot \sqrt{b} = c$$

$$\text{Dus } \frac{a}{x} + x = \frac{a + b - c}{\sqrt{b}}$$

$$xx - \frac{a+b-c}{\sqrt{b}} \cdot x = -a$$

eene Vergelyking van de tweede magt, waar door x bekend wordt; welke bekend zynde, de grootheid van de beide andere ſtukken bekend wordt. Die zullen wy terſtond op een voorbeeld in getallen toepaſſen.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 63$ graazen, $b = 9$, en $c = 24$ graazen: dan is $\frac{a+b-c}{\sqrt{b}} = 16$.

Dus

Dus $xx - 16x = -63$
$64 = 64$

$xx - 16x + 64 = 1$

$\sqrt{\quad}$

$x - 8 = \pm 1$

Derh. $x = 9$ of 7, de beide zyden van den Rechthoek ABCD; dus $AG = 4$, $CE = 6$, en $AG \times GI = \square AGIF = 12$ graazen, alsmede $KI \times CK = \square CKIH = 6 \times 3 = 18$ graazen.

Dat te vinden was.

XXXII. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER *en* C. BREEVILT, *waar mede de* OPGEVER, J. DE GELDER, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. PAUW, *en* J. VAN DER OORT *overeenkomen.*

14 : 11 :: (7|) 49 : Inhoud (MEETK. 10 B. pag. 182)

Komt Inhoud = 38. 5

3

$\frac{1}{2}$ Inh. = 12. 833. na de tweede afflyping.

2

$\frac{2}{3}$ Inh. = 25. 666 na de eerste afflyping.

11 ; 14 :: 25. 666 : vierkant der Middellyn.

Komt Middellyn = 5. 702 na de eerste afflyping.

11 : 14 :: 12.833 : vierkant der Middellyn.

Komt Middellyn = 4.046 na de tweede afflyping.

XXXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel x en y twee der zyden; dan is de derde $2a - x - y$,

$\sqrt{a.\overline{a-x}.\overline{a-y}.\overline{x+y-a}}$ den inhoud, en $2axy - x^2 - y^2 x$ het *product* der drie zyden.

Derhalven is volgens de beginzels der Meetkunde.

$$1^{o}.\ \frac{2axy - x^2y - xy^2}{\sqrt{a.\overline{a-x}.\overline{a-y}.\overline{x+y-a}}} = 2c;$$

$$2^{o}.\ \frac{a.\overline{a-x}.\overline{a-y}.\overline{x+y-a}}{a^2} = b^2$$

Stel nu $x + y = p$

en $xy = q$; dan wordt de tweede

Vergelyk. veranderd in $\dfrac{-a^4 + 2a^3p - a^2p^2 + \overline{ap - a^2}.q}{a^2} = b^2$

Of $-a^3 + 2a^2p - ap^2 + \overline{p-a}.q = ab^2$

$$\overline{p-a}.q = ab^2 + a^3 - 2pa^2 + p^2a$$

Derhalven $q = \dfrac{ab^2 + a^3 - 2pa^2 + p^2a}{p-a}$.

De

De eerste Vergelyking wordt veranderd in deeze

$$\frac{2a-p.q}{\sqrt{(-a^4+2pa^3-p^2a^2+(ap-a^2)q}} = 20,$$

welke, om het wortel-teeken weg te maaken, gequadrateerd zynde, heeft men

$$\frac{(2a-p)^2 q^2}{-a^4+2pa^3-p^2a^2+ap-a^2.q} = 400.$$

Hier in nu de waarde van q, boven in een *Functie* van p bepaald, fubstitueerende, heeft men

$$\frac{2}{2a-p} \times \frac{(ab^2+a^3-2pa^2+p^2a)^2}{(p-a)^2} = 400.$$

$$-a^4+2pa^3-p^2a+a \times \frac{ab^2+a^3-2pa^2+p^2a}{p-a}$$

Of $(2a-p)^2 \times \frac{(ab^2+a^3-2pa^2+p^2a)^2}{(p-a)^2} = 400$

$$a^2b^2$$

Dus $(2a-p)^2 \times (ab^2+a^3-2pa^2+p^2a)^2 = 4aabbcc \times p-a.$

$$\sqrt{2a-p.\ ab^2+a^3-2pa^2+p^2a} = 2abc \times \sqrt{p-a}.$$

$$a) \sqrt{2a-p.\ b^2+a^2-2pa+p^2} = 2bc \times \sqrt{p-a}$$

Deeze uitdrukking ontwikkeld zynde, heeft men

$$p^3-4ap^2+5a^2+2bc+b^2.p-2ab^2+2a^3+4abc = 0.$$

Kenc

Eene Vergelyking welkers oplosſing de waarde van p zal doen bekend worden; en, indien het Voorſtel mogelyk is, drie waare Wortelen heeft; waar van men elk een naar welgevallen zal kunnen gebruiken.

De waarde van p bepaald zynde, zal die van q, welke wy in een *Functie* vau p met bekende grootheden bepaald hebben, gevonden worden.

Deeze waarde van $p = x + y$, en $q = xy$ gevonden zynde, worden x en y bepaald, gelyk bekend is.

Dat te vinden was.

TOEPASSING IN GETALLEN.

Gegeeven zynde $2a = 12$, $2b = 2$, $c = 5$, dan heeft men $4a = 24$, $5a^2 + 2bc + b^2 = 191$, en $2ab^2 + 2a^2 + 2abc = 504$. Derhalven

$$p^3 - 24p^2 + 191p - 504 = 0.$$

In welke Vergelyking de Wortels zyn, 7. 8 en 9.

Dus $q = \frac{ab^2 + a^3 - 2pa^2 + p^2a}{p - a} = 12$, indien $p = 7$ is; of 15, als $p = 8$ genomen wordt; of 20, zoo $p = 9$ genomen wordt.

$$\begin{array}{rl} x + y = & 7 \\ x^2 + 2xy + y^2 = & 49 \\ 4xy = & 48 \\ \hline x^2 - 2xy + y^2 = & 1 \\ \hline x - y = & 1 \\ x + y = & 7 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x = 8 \\ 2y = 6 \\ \text{en } 2a - x - y = 5 \end{array}\right\} \text{Derh.} \left\{\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 3 \end{array}\right\} \text{de drie zyden van den Driehoek.}$$

Men ziet, dat men ook dezelfde waarden voor de zyden verkrygen zal, door voor p, 8 of 9 te ſtellen.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* C. BREVILT *en* J. SCHEFFER *overenkomen.*

Stel de opſtaande zyden van den Driehoek $= x$ en y,
den *Baſis* $= z$,
en den Inhoud $= v$;
dan is door het Voorſtel

$x + y + z = 2a$

$x + y + z \times b = 2v$ (MEETK. 17. 9 *Boek.*

en dus ook $2ab = 2v$

$ab = v$

$\frac{2v}{z} : x :: y : c$ (MEETK. 18. 9 *Boek*).

$xy = \frac{2cv}{2}$

$xyz = 2cv = 2abc$

Ook

Ook is door het bekende *Theorema* (zie *Toepaſſing der Algebra op de Meetkunde* §. 85).

$$a \times \overline{a-x} \times \overline{a-y} \times \overline{a-z} = vv$$

Of $a^4 - a^3 \times \overline{x+y+z} + aa \times \overline{xy+yz+xz} - a \times xyz = vv$

$$a^4 - a^3 \times \overline{x+y+z} = (a^4 - 2a^4 =) \quad . \quad . \quad -a^4$$

afget.

$$aa \times \overline{xy+yz+xz} - a \times xyz = vv + a^4$$

Maar $vv = aabb$

$$aa \times \overline{xy+yz+xz} - a \times xyz = aa \times bb + a^4$$

$$-a \times xyz = -2aabc$$

afget.

$$aa) \quad aa \times \overline{xy+yz+xz} = aa \times bb + aa + 2bc$$

$$xy+yz+xz = bb + aa + 2bc$$

Nu is bekend de ſom der zyden, de ſom van het *product* der zyden twee aan twee, en het *product* der drie zyden.

Hier door kan men nu eene Vergelyking van de derde magt ſaamenſtellen, waar van de drie Wortelen de begeerde getallen zyn (zie STRABBE *Inleiding der Mathematiſche Weetenſchappen* II. DEEL, §. XIX. *pag.* 115).

$$p^3 - 2app + \overline{aa+bb+2bc} \times p - 2abc = 0$$

Gegeeven $2a = 42$,

$2b = 8$,

$c = 16\frac{1}{2}$.

Dan

Dat is

$$p^3 - 42pp + 441 + 16 + 130 \times p - 2730 = 0$$

$$p^3 - 42pp + 587p - 2730 = 0.$$

Neem $p =$	1	2184	1.2.3.4.6.7.8.12.13.14.16enz.
$p =$	0	2730	1.2.3.5.6.7.10.13.14.15
$p =$	−1	3360	1.2.3.4.5.6.7.8.10.12.14.15.16.
$p =$	−2	4080	1.2.3.4.5.6.8.10.12.15.16.17.
$p =$	−3	4896	1.2.3.4.6.8.9.12.16.17.18.
$p =$	−4	5814	1.3.9.17.18.19

−12	−13	−14
−13	−14	−15
−14	−15	−16
−15	−16	−17
−16	−17	−18
−17	−18	−19

En $\dfrac{p^3 - 42pp + 587p - 2730}{p - 13 \times p - 14} = p - 15 = 0.$

Dus de begeerde zyden = 13, 14 en 15.

XXXIV. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP, *waar mede* C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

In de 12de reg. van dit Voorſtel ſtaat 1281, lees 148.
Ib. 14de reg. —————— 175, lees 185.

Stel het Stuk A lang x, en breed y Ellen;
en het Stuk B lang z, en breed u Ellen;

Nu

Nuis $5 : 4 :: x : \frac{4x}{5}$ lang
$2 : 1\frac{2}{3} :: y : \frac{5y}{6}$ breed } A gekrompen.
$3 : 2\frac{16}{17} :: z : \frac{50z}{51}$ lang
$1 : \frac{4}{5} :: u : \frac{4u}{5}$ breed } B gekrompen.

Verders heeft men

$\frac{4x}{5} \times \frac{5y}{6} = \frac{50z}{51} \times \frac{4u}{5}$ $\quad \frac{4x}{5} + \frac{4u}{5} = 148$

Of $\frac{2xy}{3} = \frac{40uz}{51}$ $\quad 4x + 4u = 740$

$x + u = 185$

$17xy = 20uz$

$17uxyz = 20u^2z^2$

Ook is $xy + 25800 \times uz = 13311000$

Of $uxyz + 25800uz = 13311000$

$17uxyz + 438600uz = 226287000$

Maar $17uxyz = 20u^2z^2$

Derh. $20u^2z^2 + 438600uz = 226287000$

$u^2z^2 + 21930uz = 11314350$

$10965^2 = 120231225$ verg.

u^2z^2

$\sqrt{u^2z^2 + 2193uz + 10965^2} = 131545575$

$uz + 10965 = \sqrt{131545575}$

$uz = \sqrt{131545575} - 10965$

z

$u = \frac{\sqrt{131545575} - 10965}{z}$

Maar $u = 185 - x$

vergel.

$185 - x = \frac{\sqrt{131545575 - 10965}}{z}$

z

$185z - xz = \sqrt{131545575 - 10965}$

Wederom $\frac{50z}{5z} + \frac{5y}{6} = 185$

Of $30z + 17y = 3774$

u

$2ouz + 17uy = 3774u$

Maar $2ouz = 17xy$ boven gevonden

vergel.

$17xy + 17uy = 3774u$

17

$xy + uy = 222u$

$xy + uy = 185y$ $(x + u = 185 \times y)$

vergel.

$222u = 185y$

$6u = 5y$

$17z$

$102uz = 85xy$

$100uz = 85xy$ $(20uz = 17xy \times 5)$

vergel.

$$2u)\ \frac{102uy = 100uz}{51x = 50z}$$

$$\frac{51x = 50z}{51xz = 50z^2}$$

$$xz = \frac{50z^2}{51}$$; dit nu in plaats van xz in de boven gevondene Vergelyking, met een * geteekend, gesteld, heeft men

$$50\ \frac{\frac{50zz}{51} - 185z = 19965 - \sqrt{131545575}}{zz - 188\frac{7}{10}z = 11184\frac{3}{10} - \sqrt{136860016\frac{23}{100}}}\ 51$$

$$\frac{94\frac{7}{20}}{} = 8901\frac{369}{400}$$

$$zz - 188\frac{7}{10}z + 94\frac{7}{20}$$

$$= 20086\frac{89}{400} - \sqrt{136860016\frac{23}{100}}$$

$$\sqrt{\ }$$

$$z - 94\frac{7}{20} = \sqrt{18207} - 43\frac{7}{20}$$

$$z = \sqrt{18207} + 51.$$ Ellen lang 't Stuk B;

$$x = \frac{50z}{51} = \sqrt{17500} + 50 \quad \ldots\ldots \quad A;$$

$u =$

$u = 185 - x = 135 - \sqrt{17500}$ Ellen breed 't Stuk B;

en $y = \frac{6u}{5} = 162 - \sqrt{25200}$ . . . . . A.

En de gekrompen stukken, als

$$\left.\begin{array}{l} A\left\{\begin{array}{l} \text{lang } \frac{4x}{5} = \sqrt{11200} + 40 \\ \text{breed } \frac{5y}{6} = 135 - \sqrt{17500} \end{array}\right. \\ B\left\{\begin{array}{l} \text{lang } \frac{50z}{51} = \sqrt{17500} + 50 \\ \text{breed } \frac{4u}{5} = 108 - \sqrt{11200} \end{array}\right. \end{array}\right\} \text{Ellen.}$$

XXXV. VOORSTEL. *Fig.* 25.

Door J. DE GELDER, *waar mede, met weinig verandering, de* OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. TE VELTRUP, *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

De Figuur, als in het Voorstel opgegeeven wordt, toegesteld zynde, is

$$\left.\begin{array}{l} \overline{AB + BC}^2 = \overline{AB}^2 + 2 \square \overline{AB}, \overline{BC} + \overline{BC}^2 \\ \text{Maar } \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + 2 \square AD, DB + \overline{BD}^2 \\ \text{en } \overline{BE}^2 = \overline{CE}^2 + 2 \square CE, EB + \overline{BE}^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{4 Prop. 2 Boek} \\ \text{EUCL. en on-} \\ \text{derstelling.} \end{array}$$

Daarenboven is $2 \square AB, BC = 4 \triangle ABC$ Meetk.

Derh. $\overline{AB+BE}^2 = 2\overline{AD}^2 + 2AD \times \overline{BD+DE} + 4\triangle ABC$
1 Ax. et 47 *Prop: lib.* 1. 1 *Prop: lib.* 2.

Maar $4\overline{AD}^2 (= 2AD \times 2AD) + 2AD \times \overline{BD+BE} = 2AD$
$\times \overline{AB+BC}$ 1 *Prop.* 2 *B.* en *Fig.*

Derh. $\overline{AB+BC}^2 = 2AD \times \overline{AB+BC}^2 + \overline{DE}^2 + 4\triangle ABC -$
$2\overline{AD}^2$ 1 en 9 Ax.

$2AD \times \overline{AB+BC} = 2AD \times \overline{AB+BC}^2$ hier afgenoomen.

---

is $\overline{AB+BC}^2 - 2AD \times \overline{AB+BC} = \overline{DE}^2 + 4\triangle ABC -$
$2\overline{AD}^2$

Voeg hier by $\overline{AD}^2 =$ $\overline{AD}^2$

Dan is $\overline{AB+BC}^2 - 2AD \times \overline{AB+BC} + \overline{AD}^2 =$
$\overline{AB+BC-AD}^2 = \overline{DE}^2 + 4\triangle ABC - \overline{AD}^2$
3 Ax. en 4 *Prop.* 2 B.

Maar nu is in het Voorstel DE = 13, AD = CE = 3, en $\triangle$ ABC = 60.

Dus $\overline{DE}^2 = 169$, $\overline{AD}^2 = 9$, en $4\triangle ABC = 240$; dus is

$(AB+BC-AD)^2 = 400$
$AB+BC-AD = 20$
$AD = 3$ hier bygevoegd
is $AB+BC = 23$

Dus $\overline{AB}^2 + 2AB,BC + \overline{BC}^2 = 529$
hier $2AB,BC = 4ABC = 240$
en $4AB,BC = 8ABC = 480$ afgetrokk.

Dan is $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 = 289$; dus $AC = 17$.
en $\overline{AB}^2 - 2AB,BC + \overline{BC}^2 = 49$.

Dus

Dus $AB - BC = 7$.
Maar $AB + BC = 23$

Dus $2AB = 30$, of $AB = 15$; dus $BD = AB - AD = 15 - 3 = 12$.
en $2BC = 16$, $BC = 8$, en $BE = BC - CE = 8 - 3 = 5$.

Dat te vinden was.

ANDERE OPLOSSING (*Fig.* 26).

Door J. DE GELDER.

Behalven deeze Oplosſing, waar door wy meenen aan het oogmerk der Components voldaan te hebben, kan men nog een andere geeven, die volmaakt Meetkundig is, door behulp van een *Hyperbool* en Cirkel.

CONSTRUCTIE.

1o. Trekt twee onbepaalde rechte lynen CK en CB, die elkander in C rechthoekig ontmoeten.

2o. Op deeze, als *Aſymptoten*, beſchryft den *Hyperbool* RFV, welks *potentia* aan 2 maal Δ ABC (*Fig.* 25) gelyk zyn.

3o. Neemt CA op CB gelyk AD (*Fig.* 25), en trekt eene onbepaalde rechte lyn AD evenwydig CK; op deeze neemt wederom AE = AC.

4o. Beſchryft uit E als middelpunt met DE (*Fig.* 25) als Radius den Cirkel, welke den *Hyperbool* in F en *f* ſnydt.

5°. Trekt door deeze snyd-punten de onbepaalde lynen fh en FH, onbepaald naar boven verlengd, neemt dan $fg = FG = AC$, en trekt de rechte lynen AG, Ag, EF en Ef; dan zyn AGH en EHF, of Agh en Efh de begeerde Driehoeken.

BEWYS.

Want vereenigt de punten C en f: dan is $Ag = CF$; om dat gf, AC evenwydig en gelyk zyn; maar $gh = ef$, en $\angle Agh = \angle Cfe$: dus $\triangle Cfe = \triangle Agh$, gelyk den Inhoud van ABC (*Fig.* 25 *Const.*), $AE = fg = EC$ (in *Fig.* 25), en $Ef = DE$ (*Fig.* 25).

Dat te vinden was.

XXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. DE GELDER, P. BRECHT, J. VAN TWISK, J. VAN DER OORT, J. TE VELTRUP, *en* J. PAUW.

In dit Voorstel reg. 15, reg. 3 van boven staat $\frac{1}{3}$, lees $\frac{1}{3}$.

Na den eersten verkoop competeerde den Pachter $8\frac{1}{3}$ Per Cento, dat is het $\frac{1}{12}$ gedeelte van de Koopsomme.

En na den derden of laatsten verkoop $\frac{1}{12}$ gedeelte van de eerste Koopsom, volgens 't Voorstel.

Derhalven de som van alle de Impost-Penningen, tot de Impost-Penningen van den eersten verkoop, als $\frac{1}{3}$ tot $\frac{1}{12}$, dat is; als 4 tot 1.

Ge-

Gevolglyk de ſom der Koop-Penningen van de drie verkoopingen, tot de Koop-Penningen van den eerſten verkoop, mede als 4 tot 1.

Maar het Paard is ſlechts driemaalen verkocht; derhalven moet de tweede en derde Koopſom te ſaamen zo veel boven *Twee* eerſte verkoopingen verhoogd zyn, als *één* eerſte Koopſom bedraagt;

En gevolglyk de tweede en derde verkooping ieder in het byzonder, ſtaan tot de eerſte verkooping als 3 tot 2.

Nu heeft B moeten betaalen

$\frac{1}{12}$ van de eerſte Koopſom
en $\frac{1}{12}$ van de 2de Koopſom, zynde } aan Impost.
$\frac{1}{12}$ van de eerſte Koopſom

Dus in alles $\frac{3}{12}$ van de eerſte Koopſom

Hier by . . ℔ 7 — — — winſt

Komt ℔ 7 — — — en $\frac{1}{12}$ gedeelte van de eerſte Koopſom, zynde het verſchil tuſſchen de eerſte en tweede Koopſom.

Of, de helft van de eerſte Koopſom: om dat (zo als bewezen is) de tweede Koopſom, ſtaat tot de eerſte Koopſom als 3 tot 2.

DERHALVEN:

1ſte Koopſom — 1ſte Koopſom

1 $\frac{3}{3}$ = $\frac{1}{12}$ + 7

Of $\frac{1}{12}$ = 7

7 = 24

Dus 1ſte Koopſom = 24 ℔

$\frac{3}{12}$ = 2 ℔ eerſte Impost.

26 ℔

Hier by 7 ℒ winst B.

11 : 18 :: 33 ℒ : de 2de Koopſom.

Dus . 36 ℒ tweede Koopſom.
en ook . 36 ℒ 3de Kᵉ volg. 't Voorſtel.
hier by de 24 ℒ eerſte Koopſom

Komt 96 ℒ ſom der Kooppenningen.

Derhalven . 8 ℒ aandeel voor den Pachter, van de drie byzondere Verkoopingen.

XXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 27.

Door J. DE GELDER.

Laat *ab* het *horizontaale* Vlak verbeelden, waar op den Cirkel ZONWZ uit A, als middelpunt, beſchreeven en in 360 graaden verdeeld is, ZN zy de Middellyn en AR de Styl, die in een Vlak dat rechthoekig door *ab* gaat, en met hetzelve de lyn ZN gemeen heeft, ligt, en met AN den ∠RAN = 53° 43′ = de Noorder-Breedte des Waarneemers vormt; Beſchryf dan in het zelfde Vlak, waar in ∠RAN ligt, uit A als middelpunt, met AN = Ax = AP = AQ den Cirkel *NPZQ*; verbeel nu deezen Cirkel om PQ als *Ax* te worden omgevoerd, dan zal dezelve een Globe beſchryven, het punt L, dat 90° van P en Q afſtaat, zal den grooten Cirkel EOLW, die ZONW in O en W ſnydt, beſchryven. Indien men nu veronderſtelt, dat deeze Figuur in het middelpunt der Aarde wordt overgebragt, zodanig, dat de Cirkel ZONW met den waaren *Horizon* in alle deszelfs deelen overeenſtemme; dan valt PQ in den As des Hemels, en de

Cir-

Cirkel LE ſtemt met de Linie der Waereld overëen. Stel nu verders dat de Zon op het oogenblik der Waarneeming de ſchaduwe AB door den Styl AR werpt, en ZONZ in B ſnydt; brengt dan den beweegenden Cirkel in B over, zoo dat AB in deszelfs vlak valt, en dezelve de Evennachtslyn in G ſnydt.

Nu merk ik aan, dat in den rechthoekigen kloot-ſchen Driehoek OBG, in de eerſte plaats OB bekend is (*Ond.*), 2°. den hoek NOE gelyk het Complement der Noorder-Breedte; dan kunnen in denzelven de overige hoeken en zyden berekend worden, derhalven ook OG het Complement van den Uurhoek door deezen Regel:

Sin. PN : *Rad.* :: *Cot.* OB : *Tang.* GE.

Wy zullen onderſtellen, dat de graaden op den *Horizontaalen* Cirkel van Z af naar W, N, enz. gerekend zyn; dan is W op 90°, N op 180°, O op 270°. ZWNB−ZWN = BN = 226° 25′ − 180° = 46° 25′, PN = 53° 43′.

Log. Tang. BN = 10,0214851
Log. Rad. = 10

Log. Sin. PN = 20,0214851
9,9063890

10,1150961 *Log. Tang.* GE = 52° 30′ = ∠BPE, gelyk den Uurhoek na den middag, deeze in tyd, tegen 15° voor één uur, overgebragt, geeven 3 uur 30′. Derhalven was het 3 uur 30′ na den middag, toen de Waarneeming geſchiedde.

Dat te vinden was.

ANDERS.

Door den OPGEVER, *en* J. PAUW.

Om dit Voorſtel te ontbinden, dient deeze Regel:

Sinus *van de Pools hoogte ſtaat tot de* Radius, *als* Tangens *van de graaden over den middag tot* Tangens *van de namiddags-Uuren.*

226° 25′ plaats der ſchaduwe.
180° 0′ van middernacht tot middag.

46° 25′ over den middag.

Derhalven *Sin.* van 53° 43′: *Rad.* :: *Tang.* van 46° 25′: *Tang.* der namiddags-uuren.

10.0000000
10.0214851

20.0214851
9.9063892

10.1150959 *Tang.* van 52° 30′, deeze, 15° voor een uur rekenende, in uuren overgebragt, komt 3 uuren 30 min. na den middag, wanneer de ſchaduwe op 226° 25′ ſtondt.

XXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 28.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *en* J. PAUW *overëenkomen.*

Laat ZONC den Cirkel verbeelden, welke in 360 graaden verdeeld is, en op het *Horizontaale* Vlak *ab* be-

beſchreeven is, AT den verticaalen Wyzer, en AF de ſchaduw, die deeze ſtyl werpt: dan is de hoek ABF gelyk aan de Zons hoogte ten tyde der Waarneeming. Dus kan, uit de gegeevene lengtens des Styls en der ſchaduw de Zons hoogte door deezen Regel bepaald worden.

AB : AF :: *Rad.* : *Tang.* ∠B.

10,0000000
3,0000000

13,0000000
2,9943172

10,0056828 *Log. Tang* van 45° 22′ = ∠B; dus was de Zons hoogte by de Waarneeming 45° 22′.

De ſchaduw des verticaalen Styls ſnyd den *horizontaalen* Cirkel in C in 164°; dus indien men onderſtelt, dat op den *horizontaalen* Cirkel de graaden in dezelfde order van Z afgereekend zyn, als in het voorgaande Voorſtel, zal CN de Zons *Azimuth* zyn, en de Waarneeming zal voor den middag gedaan zyn: want verlengende de ſchaduwlyn tot O, zal ∠ ZAO = ∠ BAN zyn, welke ∠ ZAO de Zons *Azimuth* vóór den middag is, en deeze is gelyk aan den boog ZCN — Boog ZC = 180° — 164° = 16° = den boog ZO, de Zons *Azimuth*. Derhalven is nu bekend, 1°. de Noorder-Breedte 53° 43′ (*Voorg. Voorſtel*). 2°. de Zons hoogte 45° 22′ (*gevonden*), en 3°. de Zons *Azimuth* van het Zuiden tot het Oosten 16°: dus zal kunnen gevonden worden 1°. de Zons Uurhoek, en 2°. derzelver *Declinatie* op den tyd der Waarneeming, waar door aan den eisch der Vraag zal voldaan worden.

Laat, om tot dit oogmerk te geraaken, de Cirkel ZTNQ (*Fig.* 29) den Middag-Cirkel, T het toppunt, ZN den *Horizon*, PN de Noorder-Breedte des Waar-

Waarneemers verbeelden. LE zy de Linie, die den *Horizon* in O het Oosten ſnydt, en CSD de Zons evenwydige Cirkel, die zy op den dag der Waarneeming beſchryft. Stel de Zon ten tyde der Waarneeming in S te zyn, dan van T en P door S, het middelpunt der *Zon*, de verticaal- en Declinatie Cirkels TH en PB, die den *Horizon* in H en de Linie in B ſnyden, getrokken hebbende, zyn in den Klootſchen Driehoek PST bekend, 1°. den hoek P T S het *Supplement* van de Zons *Azimuth* 164°. 2°. de zyde TS, het *Complement* van de Zons hoogte 44° 38', en 3°. de zyde TP, het *Complement* van de Noorder Breedte 36° 47'; men zal dus in denzelven kunnen vinden: 1°. den ∠SPT den Uurhoek der Zon, en 2°. de zyde PS, het *Complement* der Zons *Declinatie*, ten tyde der Waarneeming.

1°. Zeg ik zal men den hoek P kunnen vinden. Zy PTS de Klootſche Driehoek, waar van P moet gevonden worden. Trek uit S den *Perpendiculair* AS, die buiten den Driehoek valt, om dat ∠ T ſtomp is; dan heeft men eerst om AT te vinden

Cof. ∠ T : *Rad.* :: *Cot.* ST : *Cot.* AT

10,0055587		
10,0000000		
20,0055587.		
9,9828416		
10,0227171.	*Cot.* 43° 30' = AT	
	36° 47' = PT	
	80° 17' = AP	

Hier door wordt de ∠ P gevonden, door deezen Régel:

Sin.

Sin. AT : *Sin.* AP :: *Cot.* ∠T : *Cot.* ∠P.

10. 5425036
9, 9937247

20, 5362283
9. 8378122

10, 6984161 *Log. Cot.* 11° 19′ ½ = ∠P den Uurhoek der Zonne voor den Middag, welke van graaden in tyd overgebragt, geeft 45′ voor den Middag, dat is ten 11 uuren 15′ Voormiddag dat de Waarneeming geſchiedde.

20. Zal de zyde PS bepaald worden door deezen Régel,

Sin. ∠P : *Sin.* ∠T :: *Sin.* ST : *Sin.* PS.

9. 8466879
9. 4403381

19. 2870260
9. 2927685

9. 9942575 *Log. Sin.* van 80° 42′ = PS
Maar 90° = PB

Dus de ⊙ *Declin. ten tyde der Waarn.* 9° 18′

Dus hebben wy gevonden de Zons *Declinatie* te zyn 8° 27′, en den tyd der Waarneeming 's morgens ten 11 uur 15′.

Die te vinden waren.

XXXXIX.

XXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER *en* J. TE VELTRUP.

Stel het kleinſte getal $= x - y$
en het grootſte . . $= x + y$,
Alzoo hun ſom . . $= 2x$
en hun *Produkt* . . $= x^2 - y^2$.
Derhalven is $x^2 - 2x - 2x - y^2 + 1$ een *Pronic*-getal.
Neem den *Pronic*-wortel hier van $= a^2$;
dan is $a^2 - a = 6$ een *Pronic*-getal

Komt $x = 3$, en $a^2 = 9$ de *Pr.* wortel;
alzoo $9 \times 9 + 9 = 90$ het eerſte *Pr.* getal.
Dat is $x^2 - 2x - y^2 + 1 = 90$

Of $x^2 - 2x - y^2 = 89$

Vervolgens is

$x - y = x^2 - 2xy + y^2$
$x + y = x^2 + 2xy + y^2$
Som $= 2x$
verg.
Komt $2x^2 + 2x + 2y^2 = 2x$
$x^2 + x + y^2 = 121$
boven $x^2 - 2x - y^2 = 89$
verg.
$2x^2 - x = 210$

Komt $x = 10\frac{1}{2}$

Dus

Dus $x^2 - y^2 - 2x = 89\frac{1}{4} - y^2 = 89$

of $y^2 = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{2}$

Alzo de getallen $x - y$ en $x + y = 10$ en 11.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* J. VAN DER OORT, C. BREEVELT, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* K. AKER *overëenkomen.*

Stel den *Pronik*-Wortel, welke één meer moet zyn dan het verſchil van het *Product* en de ſom der gezochte getallen, gelyk aan $y^4 + y^2$: dan is $y^2 - y = 6$, gelyk het *Pronik*-getal, wiens wortel 2 is; derhalven $y^2 - y = 6$, en $y^2 - y + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$, waar uit $y - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, of $y = 3$, en $y^4 + y^2 = 81 + 9 = 90$.

Stel, na dit bepaald te hebben, voor de gezochte getallen x en y; dan hebben wy deeze Vergelykingen,

$x^2 + y^2 + x + y = 242$

$2xy - 2x - 2y = 178 = 2 \times 90 - 2$ (bep.)

(add.

Komt $x^2 + 2xy + y^2 - x + y = 420$

Dus $x^2 + 2xy + y^2 - x + y + \frac{1}{4} = 420\frac{1}{4}$

$\sqrt{}$

Komt $x + y - \frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}$

Der-

Derhalven $x+y=20$

en $xy=178+x+y=110$:

Ook $x^2+y^2=242-x-y=242-21=221$

$2xy=220$

(afg.

Komt $x^2-2xy+y^2=1$

Dus $x-y=1$

Maar $x+y=21$, gevonden

Dus $2x=22$, $x=11$

of

$2y=20$, $y=10$ de begeerde getallen.

Dat te vinden was.

XL. VOORSTEL. *Fig.* 29.

Door J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGEEVER.

Laat A de plaats zyn, van waar de drie Scheepen, volgens de Courſen AB, AD en AC, zeilen, die met elkander gelyke hoeken BAD en DAC maaken. Zy BDC een gedeelte van den evenwydigen Cirkel des Aardkloots, waar zy zich weder op gelyke Breedte bevinden. Wy zullen den Driehoek ABC als eenen rechtlynigen beſchouwen, dewyl zulks in de rekening weinig verſchil geeven zal.

Om

Om dat AD den hoek A midden door deelt, is

BD : DC :: AB : AC

Deh. $\overline{BD} + \overline{DC} : \overline{AB} + \overline{AC} :: \overline{BD} : \overline{AB} :: \overline{DC} : \overline{AC}$

$\overline{16} + \overline{24} : \overline{80} :: \overline{16} : \overline{AB} :: \overline{24} : \overline{AC}$

Waar door men verkrygt AB = 32, en BC = 48.

Eindelyk is $\overline{AD}^2 = AB, AC - BD \times DC = 32 \times 48 - 16 \times 24 = 1152$.

Derhalven AD = 33. 9.

En dus heeft B, 32, D, 33. 9 en C, 48 Mylen gezeilt.

Dat te vinden was.

XLI. VOORSTEL. *Fig.* 30.

Door C. Breevilt, en J. Scheffer, *waar mede de* Opgever, J. te Veltrup, J. de Gelder, J. Pauw, J. van der Oort, J. Visser, K. Aker, en J. van Twisk *overkomen.*

LEMMA.

De *Diameter* eens Cirkels, in eenen gelykzydigen Driehoek beschreeven, staat tot een zyde des Driehoeks als $\sqrt{3}$ tot 3.

Want AB + BC + AC of 3AC : BD :: AC : DF.

Dus 3DF = BD.

Maar $\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 2\overline{AD}^2 - \overline{AD}^2 = 3\overline{AD}^2$

Derhalven $BD = AD\sqrt{3}$

Of $3DF = AD\sqrt{3}$

$3DE = AC\sqrt{3}$

Nu is $DE = \sqrt{24300} = 90\sqrt{3}$

$3DE = AC\sqrt{3} = 270\sqrt{3}$

$AC = 270.$

Dat te vinden was.

XLII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS.

Stel de Getallen $= x, y, z, u, v,$ enz.

en derzelver ſom $= p.$

Dan is $x + y + z + u + v +$ enz. $= p$

$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v +$ enz. $= a$

$\frac{1}{3}x + y + \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}v +$ enz. $= a$

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + z + \frac{1}{4}u + \frac{1}{4}v +$ enz. $= a$

$\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}y + \frac{1}{5}z + u + \frac{1}{5}v +$ enz. $= a$

Indien wy nu ieder volgende Vergelyking van de eerſte aftrekken

Dan is $\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v +$ enz. $= p - a$

$\frac{2}{3}x + \ldots \frac{2}{3}z + \frac{2}{3}u + \frac{2}{3}v +$ enz. $= p - a$

$\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \ldots \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v +$ enz. $= p - a$

$\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{4}{5}z + \ldots \frac{4}{5}v +$ enz. $= p - a$

en zo vervolgens.

Hier

Hier door is $y+z+u+v+\text{enz.} = 2 \times \overline{p-a}$

$x+ \ldots z+u+v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{2} \times \overline{p-a}$

$x+y+ \ldots u+v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{3} \times \overline{p-a}$

$x+y+z+ \ldots v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{4} \times \overline{p-a}$

en zo vervolgens.

——————————— verg.

Komt $\overline{n-1} \times \overline{x+y+z+u+v+\text{enz.}} =$

$\overline{2+1\tfrac{1}{2}+1\tfrac{1}{3}+1\tfrac{1}{4}+\text{enz.}} \times \overline{p-a}.$

Of, stellende $2+1\tfrac{1}{2}+1\tfrac{1}{3}+1\tfrac{1}{4}+\text{enz.}$ tot n *Termen* $= b$;

$\overline{n-1} \times \overline{x+y+z+u+v+\text{enz.}} = b \times \overline{p-a}.$

$n-1$ ——————————

$$x+y+z+u+v+\text{enz.} = \frac{b \times \overline{p-a}}{n-1}$$

$$\text{Derh. } p = \frac{b \times \overline{p-a}}{n-1}$$

——————— $n-1$

$\overline{n-1} \times p = b \times \overline{p-a}$

——————————

$b-n-1$ $\overline{bp-\overline{n-1} \times p = ba}$

$$p = \frac{ba}{b-n-1}$$

Derh. $x+y+z+u+v+$ enz. $= \frac{ba}{b-n-1}$

$y+z+u+v+$ enz. $= \frac{2\times n-1\times a}{b-n-1}$

afg.

Rest x . . . . $= \frac{b-2\times n-1\times a}{b-n-1}$

Op'gelyke wyze y . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{2}\times n-1\times a}{b-n-1}$

z . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{2}\times n-1\times a}{b-n-1}$

u . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{2}\times n-1\times a}{b-n-1}$

v . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{2}\times n-1\times a}{b-n-1}$

en zo vervolgens.

Zo nu gegeeven is $n=2$, dan is $b=2+1\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$.

Dus $x = \frac{3\frac{1}{2}-2\times a}{3\frac{1}{2}-1} = \frac{3a}{5}$, en $y = \frac{3\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}\times a}{3\frac{1}{2}-1} = \frac{4a}{5}$

Gegeeven $n=3$, dan is $b=2+1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=4$.

Dus

Dus $x = \frac{4\frac{1}{2}a - 4 \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{5a}{17}$, $y = \frac{4\frac{1}{2}a - 3 \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{11a}{17}$, en

$$z = \frac{4\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{2} \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{13a}{17}.$$

Gegeeven $n = 4$; dan is $b = 2 + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{12}$;

Dus $w = \frac{6\frac{1}{12}a - 6 \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{a}{37}$, $y = \frac{6\frac{1}{12}a - 4\frac{1}{2} \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{19a}{37}$,

$z = \frac{6\frac{1}{12}a - 4 \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{25a}{37}$, en $s = \frac{6\frac{1}{12}a - 3\frac{1}{4} \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{28a}{37}$.

En zo vervolgens.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Stel voor de begeerde getallen p, q, r, s, t enz. tot n getallen, en derzelver ſom S: dan is

$p + \frac{1}{2} \times \overline{q + r + s + t + \text{enz.}} = a$

$q + \frac{1}{3} \times \overline{p + r + s + t + \text{enz.}} = a$

$r + \frac{1}{4} \times \overline{p + q + s + t + \text{enz.}} = a$

$s + \frac{1}{5} \times \overline{p + q + r + t + \text{enz.}} = a$

$t + \frac{1}{6} \times \overline{p + q + r + s + \text{enz.}} = a$

enz. tot n Vergelykingen.

Derhalven is $\frac{1}{2}S = a - \frac{1}{2}p$, of $S = 2a - p$ (A)

$\frac{1}{3}S = a - \frac{1}{3}q$, $S = 3a - 2q$.

$\frac{1}{4}S = a - \frac{1}{4}r$, $S = 4a - 3r$.

$\frac{1}{5}S = a - \frac{1}{5}s$, $S = 5a - 4s$.

$\frac{1}{6}S = a - \frac{1}{6}t$, $S = 6a - 5t$.

enz. enz.

Uit deeze Vergelykingen kunnen nu de waarden van p, q, r enz. in waarden bepaald worden, die alleen in de onbekende S, met bekenden beſtaan; want

$$p = \frac{2a - S}{1}$$

$$q = \frac{3a - S}{2}$$

$$r = \frac{4a - S}{3}$$

$$s = \frac{5a - S}{4}$$

$$t = \frac{6a - S}{5}$$

enz. tot zoo veele onbekende grootheden, als 'er te vinden zyn; indien dus S bekend wordt, zyn de getallen gevonden.

Laaten nu, om S te vinden, de Vergelykingen (A) met b, c, d, e enz. vermeenigvuldigd worden; dan heeft men deeze volgende

$$\begin{aligned} bS &= 2ba - bp \\ cS &= 3ca - 2cq \\ dS &= 4da - 3dr \\ eS &= 5ea - 4es \\ fS &= 6fa - 5fs \\ &\text{enz.} \end{aligned}$$

Nu merk ik aan, dat zoo in deeze Vergelykingen $b = 2c = 3d = 4e = 5f$ enz. ware, de som derzelver eene Vergelykinge van S, en bekende grootheden zoude zyn.

Neemende b eene willekeurige onbepaalde grootheid; dan is $c = \frac{b}{2}$, $d = \frac{b}{3}$, $e = \frac{b}{4}$, $f = \frac{b}{5}$ enz. en de som der laatste Vergelykingen neemende, is

$$\frac{(b+c+d+e+\text{enz.})}{2b+c+d+e+\text{enz.}} \times S = \frac{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}}{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}} \times a - b \times S.$$

$$\frac{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}}{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}} \times S = \frac{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}}{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}} \times a$$

$$S = \frac{(2b+3c+4d+5e+\text{enz.})\times a}{2b+c+d+e+\text{enz.}} \text{ Q.E.I.}$$

VOORBEELD.

Laat ons deeze algemeene Oplosſing terſtond door een Voorbeeld in getallen opheldren. Zy $n = 4$, en $a = 37$.

Stel dan $b = n = 4$; dan is

$$\begin{aligned} 4S &= 8a - 4p \\ 2S &= 6a - 4q \\ 1\tfrac{1}{2}S &= 5\tfrac{1}{2}a - 4r \\ S &= 5a - 4s \end{aligned}$$

$$8\tfrac{1}{2}S = 24\tfrac{1}{2}a - 4S$$

$$12\tfrac{1}{2}S = 24\tfrac{1}{2}a$$

$$S = \frac{73a}{37} = 73$$

Nu zyn $p = 2a - S = 74 - 73 = 1$

$$q = \frac{3a - S}{2} = \frac{111 - 73}{2} = 19$$

$$r = \frac{4a - S}{3} = \frac{148 - 73}{3} = 25$$

$$t = \frac{5a - S}{4} = \frac{185 - 73}{4} = 28$$

de begeerde getallen.

XLIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede* J. TE VELTRUP, J. VAN DER OORT, J. VISSER, K. AERR, *en* J. VAN TWISK, *overkomen.*

Wanneer aan alle de Erfgenaamen $5\frac{1}{2}$ wordt uitgedeeld, komen de overige daar van $4\frac{1}{2}$ deel toe: derhalven komen van $5\frac{1}{2}$ den genoemden Erfgenaam $5\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{10}$ toe; dus is volgens de gronden der *Gezelschaps-Rekening*.

$5\frac{1}{2} : 1\frac{1}{10} :: 675000$ Guld. : x.

Of $175 : 31 :: 675000 : x$.

Of eindelyk $7 : 31 :: 27000 : x$.

$7x = 31 \times 27000 = 837000$

$$x = \frac{837000}{7} = 119571\frac{3}{7}$$ Guldens zyne portie.

Dat te vinden was.

NB. De Opgeever vindt 45000 Guld., door een fout in de berekening te begaan, naamelyk door $4\frac{1}{2}$ abuſivelyk $= \frac{1}{2}$, in plaats van $\frac{1}{4}$, te ſtellen; een feil, die ons by de eerſte overziening zyner Ontbindinge ontglipt is.

XLIV. VOORSTEL. *Fig.* 31.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEPPER, J. TE VELTRUP, J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* JACOB BOLTEN JANSZ.

Laat BG & BF te ſaamengevoegd, en CD verlengd worden, ontmoetende BG, in E.

Dan is $AB : CD :: AF : CF$.

Divid. $AB-CD : AB :: AF-CF : AF$,

Of $(5-3) 2 : 5 :: 12 : AF$.

Komt $AF = 30$.

AB : CE :: AG : CG.
Divid. AB–CE : AB :: AG–CG : AG.
Of $(5-4\frac{5}{6}):5 :: 12 : AG.$

Komt AG = 360
AF = 30
afg.
GF = 330 Voet in ½ Minuut.
120
Dus 39600 Voeten, of 3300 Roeden in een uur.

XLV. VOORSTEL. *Fig.* 32.

Door J. VAN TWISK, J. TE VELTRUP, P. BRECHT, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER.

Laat (in de Figuur) AB en CD (die elkander in G ſnyden) de doorſnydende lynen, en AE de *Diameter* zyn.

Voeg BE, CE (die elkander in F ſnyden) en AC te ſaamen, en trek uit het middenpunt van den Circel, OF, die de Lyn *CD* in *H* te midden doorſnydt.

Dan is ∠CHF = ∠DHF,
CH = DH,
HF = HF.

Ge-

Gevolglyk CF = DF.

Om dat CF×FE = DF×BF is (*Meetk.* 11. 3 *Boek*)

Daarom ook CE = BD.

Nu is $\overline{CG}^2 + \overline{AG}^2 = \overline{AC}^2$ (*Meetk.* 6. 2 *Boek*)

$\overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{BD}^2 = \overline{CE}^2$ (*ibid.*)

verg.

$\overline{CG}^2 + \overline{AG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2$

Maar $\overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{AE}^2$

Dus ook $CG + \overline{AG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{AE}^2$. Q.E.D.

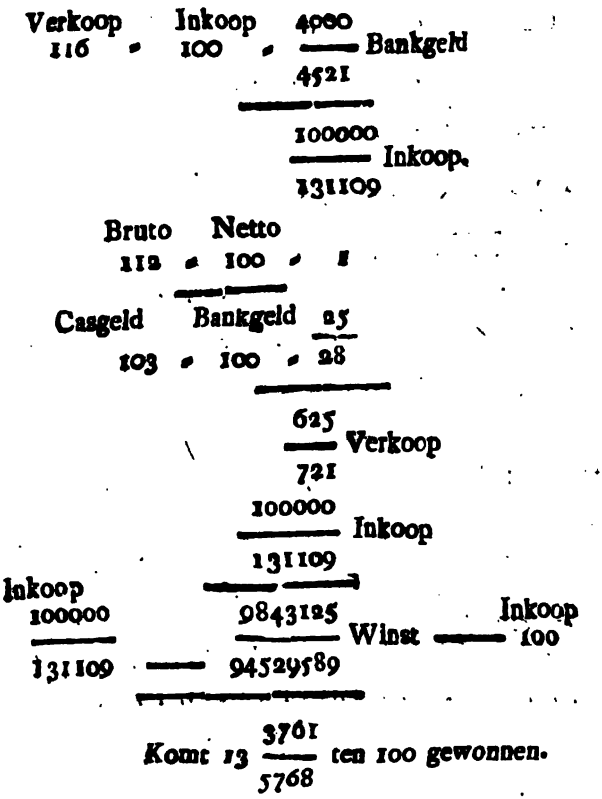
XLVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHEPPER, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK.

Bruto	Netto	
110	100	1

Casgeld	Bankgeld	10
102½	100	11

Ver-



XLVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. PAUW, J. VAN DER OORT, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en* C. BREEVILT *overëenkomen.*

Stel

Stel $\square = x$; dan heeft men

$$100 \text{ Cap.} : 100x + 50 \text{ Cap.} :: x \text{ winst} : \frac{100x^2+50x}{100}$$

$= \frac{2x^2+x}{2}$, den simpelen intrest van $100x+500$ in één Jaar : dus is de simpele intrest in twee Jaaren $2x^2+x$, en Capitaal en Intrest na het eerste Jaar $\frac{2x^2+201x+100}{2}$: derhalven

$$100 \text{ Cap.} : \frac{2x^2+201x+100}{2} \text{ Cap.} :: x \text{ Winst} : \frac{2x^3+201x^2+100x}{200}$$

, den Intrest van Intrest des Capitaals in de twee Jaaren.

Nu is volgens de bepaaling van het Voorstel

$$\frac{2x^3+401x^2+100x}{200} - 2x^2 - x = 2\tfrac{17}{50}$$

$$2x^3+401x^2+100x-200x^2-100x = 468$$

Of $2x^3+x^2-468=0$

$x=-2$	-480	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 enz.	8	
$x=-1$	-460	1, 7, 37, 469 enz.	7	
$x=0$	-468	1, 2, 3, 4, 6, 9 enz.	6	de *Progressie*
$x=1$	-465	1, 3, 5, 15, 31 enz.	5	
$x=2$	-448	1, 2, 4, 8 enz.	4	

Dus is $x=6$, het Capitaal 650 Rykd., en het Per Cento 5.

Dat te vinden was.

XLVIII.

XLVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. TE VELTHUIJS, J. VAN DER OORT, *en* J. DE GELDER.

Vermits het getal der Roeden, dat de lengte aanduidt, met een 0 eindigt, zo moet volgen, dat het getal der Roeden, die het Land groot is, ook met een nul eindigen zal; derhalven □ = 0.

Nu is volgens het Voorſtel

△ + 3 = ⊙, ☾ = ⊙ − 1

Of △ + 3 = ☾ + 1 ☾ + 1 = ⊙

△ = ☾ − 2

4

4△ = 4☾ − 8

en 50 + ☾ . 2 + 1 = 19△ + 5☾ + ⊙

Of 101 + 2☾ = 19△ + 5☾ + ⊙

101 − 3☾ = 19△ + ⊙

1 + ☾ = ... ⊙

afget.

100 − 4☾ = 19△

− 8 + 4☾ = 4△

verg.

92 . . = 23△

△ = 4

△ + 3 = ⊙ = 7

⊙ − 1 = ☾ = 6

Dus

Dus bleef de Boer uit 7 dagen

$$\begin{array}{r} \overline{}\sqrt{} \\ 49 \\ 8 \\ \hline 57 \end{array}$$

Roeden het Land breed;

en 42 Morgen 450 vierkante Roeden het Land groot.

Als mede 1 □ = 10 St. geniet de Boer 's daags.

De Menschen, die 'er aan arbeiden, staan in eene *Arithmetische Progressie* waar van de eerste *Term* 2, de opgang 2, en de meenigte der *Termen* 56 is; derhalven de laatste *Term* 112, zynde het getal der Menschen die 'er aangewerkt hebben.

Op den eersten dag worden 'er 16 Roeden beplant, en om dat 'er dagelyks 2 mannen by komen, zo worden 'er ook dagelyks 16 Roeden meer beplant; derhalven heeft men eene *Arithmetische Progressie* van 56 *Termen*, waar van de eerste *Term* 16, en de opgang 16 is; dus worden de Roeden door het Iste Geval §. LIII van 't 2de deel der *Inleiding tot de Math. Weetens.* van den Heer A. B. STRABBE, aldus uitgedrukt:

$$56 \times 16 + \frac{56 \times \overline{56 - 1}}{2} 16 = 25536 \text{ Roeden, zynde}$$

42 Morgen en 336 □ Roeden, dit

van 42 Morgen 450 □ Roeden afget.

Rest 114 □ Roeden het overschot.

Op den laatsten dag werken 'er 112 Mannen aan

2 8 □ Roeden

□ Roeden

896 □ Roeden . 10 uur. . 114

Komt

Komt 1 $\frac{61}{224}$ uur, of 1 uur 16 min. 20 $\frac{5}{14}$ ſeconden, de tyd die over het overſchot gewerkt wordt; dus in 't geheel 56 dagen 1 $\frac{61}{224}$ uur.

Op den eerſten dag krygen de 2 Menſchen te ſamen 20 ſtuivers, en, volgens den aart van 't Voorſtel, dagelyks 20 ſtuivers meer; dus weder eene *Arithmetiſche Progreſſie* van 56 *Termen*, waar van de eerſte *Term* 20, en de opgang 20 is, zo dat, door 't Geval § LIII. van 't gemelde Werk, de ſom dus uitgedrukt wordt:

$$56 \times 20 \frac{56 \times 56 - 1}{2} 20 = 31920 \text{ St. of } f\ 1596.$$

De 112 Menſchen diee over het overſchot werken, verdienen in één dag *f* 56; dus heeft men:

uren uur

10 : *f* 56 :: 1 $\frac{61}{224}$: 7$\frac{1}{4}$ Gulden's het overſchot.

3$\frac{1}{4}$ Guld. de Boer in 7 dagen.
f 1596 hier boven gevonden.

f 1606$\frac{1}{4}$ in 't geheel.

Om den Zonnen-Cirkel te vinden

1790
9
1799 verg.

28

Reſt 7 voor den Zonnen-Cirkel; dus C de Zondags-letter.

Om

Om het Gulden-getal te vinden,

1790 't Gulden-getal 5 × 4 × 90 = 1800
I
—— verg. de Zonnencirkel 7 × 2 + 1 = 15
19 < 1791 < 94. —————————— afget.
———— 1785 het
Rest 5 voor 't Gulden-getal Jaar waar in het gebeurde.
9 duim-getal
——
14 Epacta.
1 Maandgetal.
——
15 dit
van 30
——

Rest 15 Maart Nieuwe Maan, dus 30 Maart Volle Maan.

Vermits de Maand Maart met D begint, en de Zondagsletter C is; derhalven heeft men den eerſten Maart op Maandag, en den 30*ſten* op Dingsdag, zynde de dag van de Paasch-Volle Maan 1790. Zo dat de Weeklieden beginnen op den 30 Maart van 't Jaar 1785, zynde Woensdag.

5 ☾ = 56 Dagen wordt 'er aan gewerkt
6 ——
9 Weeken en 2 Dagen, behalven de Zondagen. Waar uit ten klaarſten afteleiden is, door dien dezelve op Woensdag begonnen zyn, dat 'er gedurende dien tyd 9 Zondagen verloopen zyn; derhalven zyn de dagen, die 'er verloopen zyn, van den beginne tot het einde toe 65 dagen; zo datze

den 2 Juny, zynde Donderdag, het werk ten einde gebragt hebben.

XLIX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Dit Vraagſtuk is één der ſchoonſte, voortreffelykſte en nuttigſte der geheele Natuurkunde; wy worden door hetzelve niet alleen opgeleid tot de waare gedaante onzes Aardkloots, maar het bevestigt ons ook, proefondervindelyk, die ſchoone Wetten der zwaarte, en middelpuntskrachten, welke ons de groote NEWTON in zyne *Principia Mathematica* geleerd heeft. — Ons tegenwoordig Voorſtel vereischt volſtrekt geene kennis van het Slinger-Uurwerk (hoedanig een men onderſtellen moet door den Heer *Opgeever* bedoeld te worden.) Men behoort alleen te weeten, dat de verſnelling of vertraaging van het Uurwerk (alle de deelen deszelven wél geſteld zynde) altyd aan de verſnelling of vertraaging des ſlingers éventredig is, en haare oorzaak alléén daar in moet gezocht worden. Ten anderen dat in een bepaalden tyd, op het Uurwerk verſtreeken, het aantal der ſlingeringen (het zy die tyd van de waare afwyke, of daar méde overeenſtemme) gelyk is.

Dit onder het ooge houdende, laat dan de tyd, waar in het Uurwerk de hoeveelheid d vergaart, T genoemd worden; dan zyn de hoeveelheden der ſlingering in T, op de oppervlakte der Aarde, gelyk aan die, welke in $T + d$ op den top des Bergs voorvallen, en de tyd eener ſlingering op de oppervlakte der Aarde tot die eener ſlingering op den top des Bergs is als T tot $T + d$ *directè*. Want x en y de ſlingertyden op de oppervlakte der Aarde en op den top des Bergs noemende, en het getal der ſlingeringen is $nx = T$, $ny = T + d$; dus $nx : ny :: x : y :: T : T$

...em nu R de Radius der Aarde, x de ...gs; dan zyn, (de lengte der slinger... blyvende,) de zwaarte-kracht, waar ...ger aangedaan worde, als het vierkant der *inverse*; maar de zwaarte-kracht is als het des afstands van het Middelpunt, indien ...derstelt, dat de Aardkloot in al deszelfs dee...en gelyke dichtheid hebbe; (*per Newt. Princ. ...h. prop.* 3 *libr.* 3 *de System. Mundi*); dus zyn de ...erkanten den slingertyden als de vierkanten der afstanden van het middelpunt, of

$$R^2 : (R+x)^2 :: T^2 : (T+d)^2$$

dus $R : R+x :: T : T+d$

en *dividende* $x : d :: R : T$

waar door $x = \frac{d}{T} \times R$ de hoogte des Bergs. Q. E. I.

Dit is eene algemeene *Formula*, waar door de hoogte des Bergs bekend wordt; zoo dus T, d en R in getallen gegeeven zyn.

Wanneer men, om de deeling der getallen te vermyden, van de *Logarithmi* wil gebruik maaken, is $Log.\ x = Log.\ d + Log.\ R - Log.\ T$; of $\frac{d}{T} = \frac{1}{q}$; maakende $Log.\ x = Log.\ R - Log.\ q$.

In ons tegenwoordig geval is gegeeven $R = 19686078$ Fransche Voeten, $T = 24$ uuren, één etmaal, of $1440'$, en $d = 2'$; dus $\frac{d}{T} = \frac{1}{720} = \frac{1}{q}$; by gevolg $q = 720$; nu is

Log. R = 7, 2941591
Log. q = 2, 8573325

Log. x = 4, 3368266 Log. van 21734,775

Franſche Roeden voor de hoogte des Bergs; maar eene Myl heeft of houdt 22812 Franſche Voeten naby, dus x = 1,199 Myl, waar van 'er 15 in een Graad gaan; of zeer naby 1¼ Hollandſche uuren gaans.

Dat te vinden was.

L. VOORSTEL.

Door den Opgeever.

Twee gevallen komen hier in aanmerking, welke wy afzonderlyk zullen verhandelen. 1°. Om de gegeevene *Equatie* te veranderen in eene andere, waar van de wortel $y = x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s$ + enz. + ex^φ zy. 2° Dezelve te veranderen in eene andere, waar in de wortel zy $y = \frac{1}{h}(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s$ +enz.+ex^φ) Het eerſte geval, als het eenvoudigſte, en het tweede daar uit kunnende afgeleid worden, zullen wy in de eerſte plaats behandelen.

Stel ten dien einde in de gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1}$ + enz. S de ſom der Wortelen, S' de ſom derzelver Vierkanten, S'' de ſom der Cuben, S''' de ſom der vierde Magten enz.; dan is volgens het *Theorema*, bewee-

weezen in de oplosſing van het 248 *Voorſtel der Tweede Verzameling van Mathematiſche en andere Voorſtellen.*

$$S^{'} = A.$$
$$S' = -2B+AS.$$
$$S'' = 3C-BS+AS'$$
$$S''' = -4D+CS-BS'+AS''$$
$$S'''' = 5E-DS+CS'-BS''+AS'''$$
$$S''''' = -6F+ES-DS'+CS''-BS'''+AS''''.$$

enz. enz.

Deeze ſommen zullen derhalven uit de *Coëfficienten* A, B, C, D, E, enz. van de gegeevene *Equatie* $x^{n} - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.} = o$, in getallen opgegeeven zynde, bekend worden. Het zal noodig zyn de ſommen door rekening zoo ver te zoeken, als het *Product* van n met m, die ik de hoogſte *Exponent* in de gegeevene *Functie* $x^{m} + ax^{p} + \text{enz.}$ onderſtelle, eenheden in zich bevat. Het welk door de volgende redeneering klaar blyken zal.

Stel nu P, Q, R, S, T enz., de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^{n} - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.}, = o$ te zyn; dan heeft men, door voor x in de gegeevene *Functie* agtervolgens de waarden te plaatſen,

$$\text{I}^{o}.\ P^{m} + aP^{p} + bP^{q} + cP^{r} + dP^{s} + \text{enz.} + e\,(M)$$
$$Q^{m} + aQ^{p} + bQ^{q} + cQ^{r} + dQ^{s} + \text{enz.} + e$$
$$R^{m} + aR^{p} + bR^{q} + cR^{r} + dR^{s} + \text{enz.} + e$$

$$S^{n} + aS^{p} + bS^{q} + cS^{r} + dS^{s} + \text{enz.} + \varepsilon$$
$$T^{m} + aT^{p} + bT^{q} + cT^{r} + dT^{s} + \text{enz.} + \varepsilon$$
enz.

Dit voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als de gegeevene *Equatie* in zich bevat, heeft men de Wortelen der gezochte *Equatie* $y^{n} - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - C'y^{n-3} + \text{enz.} = 0$.

2°. Verheffende nu $y + x^{m} + ax^{p} + bx^{q} + \text{enz.}$ tot de tweede Magt, heeft men $y^{2} = x^{2m} + 2ax^{m+p} + a^{2}x^{2p} + 2bx^{m+q} + \ldots\ldots + (2abx^{p+q} + \text{enz.} + \varepsilon^{2}$.

In deeze laatſte Vergelyking voor x derzelfs waarden P, Q, R, S, T plaatſende, heeft men.

$$(N)\ P^{2m} + 2aP^{m+p} + a^{2}P^{2p} + 2bP^{m+q} + (2abP^{p+q} + b^{2}P^{2q} + \text{enz.} + \varepsilon^{2}$$
$$Q^{2m} + 2aQ^{m+p} + a^{2}Q^{2p} + 2bQ^{m+q} + \ldots\ldots + (2abQ^{p+q} + b^{2}Q^{2q} + \text{enz.} + \varepsilon^{2}$$
$$R^{2m} + 2aR^{m+p} + a^{2}R^{2p} + 2bR^{m+q} + \ldots\ldots + (2abR^{p+q} + b^{2}R^{2q} + \text{enz.} + \varepsilon^{2}$$
$$S^{2m}$$

$$S^{2m} + 2aS^{m+p} + a^2S^{2p} + 2bS^{m+q} + \ldots$$
$$(2abS^{p+q} + b^2S^{2q} + \text{enz.} + c^2.$$
$$T^{2m} + 2aT^{m+p} + a^2T^{2p} + 2bT^{m+q} + \ldots.$$
$$(2abT^{p+q} + b^2T^{2q} + \text{enz.} + c^2.$$
enz. enz.

Dit wederom voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als 'er in de gegeevene *Equatie* $x^n - \ldots A x^{n-2} + Bx^{n-2} - \text{enz.} = 0$ zyn, heeft men de tweede magten der Wortelen in de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-2} + By^{n-3} - Cy^{n-4} + \text{enz.} = 0.$

3. Verheffende de *Equatie* $y = x^m + ax^p + \text{enz.} + e$ tot de derde magt, heeft men $y^3 = x^{3m} + \ldots 3ax^{2m+p} + 3aax^{m+2p} + a^3x^{3p} + \text{enz.} + e^3$; en fubſtitueerende voor x deszelfs waarden P, Q, R, S, T enz. heeft men,

$$(P).\ P^{3m} + 3aP^{2m+p} + 3aaP^{m+2p} + a^3P^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

$$Q^{3m} + 3aQ^{2m+p} + 3aaQ^{m+2p} + a^3Q^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

$$R^{3m} + 3aR^{2m+p} + 3aaR^{m+2p} + a^3R^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

$$S^{3m} + 3aS^{2m+p} + 3aaS^{m+2p} + a^3S^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

$$T^{3m} + 3aT^{2m+p} + 3aaT^{m+2p} + a^3T^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

enz. enz.

Deeze uitdrukkingen zyn wederom gelyk de Cuben der Wortelen van de gezochte *Equatie* $y^n -$ $A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - Cy^{n-3} + \text{enz.} = 0.$

Op dezelfde wyze voortgaande, met $y = x^m + \text{enz.}$ tot de vierde, vyfde, zesde, enz. magten te verheffen, zal men de waarden der vierde, vyfde, enz. magten van de Wortelen der gezochte *Equatie* kunnen vinden. Elk ziet ondertusschen, dat dit zoo ver zal moeten voortgezet worden, als n eenheden in zich bevat.

Ik merk nu aan, dat zoo van de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - \text{enz.} = 0$, de som der Wortelen, de som van derzelver tweede magten, die van de derde magten enz. konden bepaald worden, de *Coëfficienten* A', B', C' enz. van de gezochte *Equa-*

Equatie $y^n - A'y^{n-1} +$ enz. $= o$ door het vooren aangehaalde *Theorema*, bekend kunnen worden, en dus ook de gezochte *Equatie* zelve.

Dit oogmerk zyn wy in ſtaat te bereiken, door middel van het geen wy ſtraks bepaalden. Uit de Vergelykingen (M) zie ik, dat van de gezochte *Equatie* de ſom der Wortelen gelyk is aan de ſom der m de magten, plus a maal de ſom der de magten, plus b maal de ſom der q de magten, plus c maal de ſom der r de magten, plus d maal de ſom der s de magten van de gegeevene *Equatie*, plus n maal het ledige getal e, dan deeze ſommen zyn, gelyk vooren aangetoond is, bekend: de ſom der Wortelen in de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2}$ $-$ enz. $= o$ zyn dan meede bekend.

In de *Equatien* N is de ſom der Vierkanten van de Wortelen der gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + \ldots$ $B'y^{n-2} - Cy^{n-3} +$ enz. $= o$, gelyk aan de ſom der $2m$ de magten, plus $2a$ maal de ſom der $m + p$ de magten, plus enz. van de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} +$ enz. $= o$, en dan nog n maal het Quadraat van het ledige getal e.

In de *Equatien* P is de ſom van de derde magten der gezochte *Equatie* gelyk aan de ſom der $3m$ de magten + enz. van de gegeevene *Equatie*, plus nog n maal de derde magt van het lodige getal e.

De redeneering op dezelfde wyze voortzettende ziet men, dat de ſom der eerſte, tweede, derde, vierde magten enz. van de Wortelen der gezochte *Equatie* bekend zyn, en tevens de reden, waarom van de gegeevene *Equatie* de ſommen der agtervolgende magten van haare Wortels zoo ver moeten bepaald worden, als $n \times m$ eenheden in zich bevat.

Neemende nu de ſommen der 1e, 2e, 3e, 4e enz. magten van de gezochte *Equatie* $s, s', s'', s''', s'''', \&c.$: dan is door het hier te vooren aangehaalde *Theorema*.

$$A' = s$$

$$B' = \frac{A' s - s'}{2}$$

$$C' = \frac{B' s - A' s' + s'}{3}$$

$$D' = \frac{C' s - B' s' + A' s'' - s'''}{4}$$

enz.

waar door dan A', B', C', D', de *Coëfficienten* der *Termen* van de grootſte *Equatie*, bekend worden, zoo dra men s, s', s'', s''', s'''' enz. in getallen bepaald heeft.

De

De oplossing van het eerste geval hu algemeen aangetoond hebbende, zullen wy dezelve op een Voorbeeld toepassen.

VOORBEELD.

Gegeeven zynde $x^3 - 3x^2 + 6x - 10 = 0$. *Verandert dit in een andere Cubik-Equatie, doch zonder eenige Radice dadelyk te ontdekken; de Radice zy y, en zal zyn* $y = x^3 + 6 = x + 8x + 4$. *De vraag is hoe men de Ombinding moet inrichten, en welke de begeerde Equatie zy* (*)?

De gegeevene *Equatie* met $x^n - Ax^{n-1} + \ldots$
$Bx^{n-2} - Cx^{n-3} +$ enz $= 0$ vergelykende, heeft men $n = 3$, $A = 3$, $B = 6$, $C = 10$; hier is de gegeevene *Functie* $y = x^3 + 6x^2 + 8x + 4$, en de gezochte *Equatie* $y^3 - A'y^2 + By - C = 0$.

$S = A = 3$.
$S' = AS - 2B = 3 \times 3 - 2 \times 6 = -3$.
$S'' = 3C - BS + AS' = 3 \times 10 - 6 \times 3 - 3 \times 3 = 3$.
$S''' = CS - BS' + AS'' = 3 \times 10 + 6 + 3 \times 3 = 57$.
$S'''' = CS' - BS'' + AS''' = 10 \times 3 - 6 \times 3 + 3 \ldots$
$\times 57 = 123$.
S'''''

(*) N. 202 HALLENS *Zinnen-Oefen*.

$$S'''' = CS'' - BS''' + AS'''' = 10 \times 3 - 6 \times 57 + 3$$
$$(\times 123 = 57.$$
$$S''''' = CS''' - BS'''' + AS''''' = 10 \times 57 - 6 \times 123 + 3$$
$$(\times 57 = 3.$$
$$S'''''' = CS'''' - BS''''' + AS'''''' = 10 \times 123 - 6 \times 57 + 3$$
$$(\times 3 = 897.$$
$$S''''''' = CS''''' - BS'''''' + AS''''''' = 10 \times 57 - 6 \times 3 + 3$$
$$(\times 897 = 3243.$$

Dit wordt voortgezet tot de som der 9de magten, om dat het Product van 3, de hoogste Exponent van de gegeevene Vergelyking, met 3, de hoogste Exponent in de gegeevene *Functie*, negen eenheden in zich bevat.

Voorts is

$$y = x^3 + 6x^2 + 8x + 4$$
$$y^2 = x^6 + 12x^5 + 52x^4 + 104x^3 + 112x^2 + 64x$$
$$(+ 16.$$
$$y^3 = x^9 + 18x^8 + 132x^7 + 516x^6 + 1200x^5 + 1776$$
$$(x^4 + 1712x^3 + 1056x^2 + 384x + 64.$$

Derhalven is in de gezochte *Equatie* de som der Wortelen gelyk de som der *Cuben*, plus 6 maal de som der Quadraaten, plus 8 maal de som der Wortelen in de gegeevene *Equatie*, en dan noch met driemaal het ledige getal 4.

Dus $S = 21$
$S' = 4713$
$S'' = 301341$ (*).

$A' =$

(*) Welke uit de waardens van y^2, y^3, even als in de algemeene Oplossing is aangetoond, afgeleid worden. Eindelyk door het bekende *Theorema*,

$$A' = s = 21.$$

$$B' = \frac{A's - s''}{2} = \frac{21 \times 21 - 4713}{2} = \frac{-4272}{2} = -2136$$

$$B's = A's' + s''$$

$$C' = \frac{B's - A's' + s''}{3}$$

$$= \frac{-2136 \times 21 - 21 \times 4713 + 301341}{3} = 52504.$$

en derhalven is de begeerde *Equatie* $y^3 - 21y^2 - 2136y - 52504 = 0$.

Dit voorbeeld, dat het 202 Voorſtel van HALKENS *Zinnen-Confect* is, kan ook nog wel anders door eene byzondere Kunstgreep worden opgelost, gelyk in PANSERS *Mathematiſche Raritetkamer* te zien is. Deeze aangehaalde Oplosſing is zeer kunſtig; maar mist het algemeene van de voorgaande.

Meer voorbeelden zou ik hier kunnen bybrengen, welke door geen byzondere Kunstgreep anders, dan door deeze algemeene Oplosſing, gevonden kunnen worden: Maar de kortheid van myn beſtek gebiedt my dezelve agterweeg te laaten. Ik zal liever in het korte aantoonen, welke byzondere leerwyzen uit deeze algemeene Oplosſing kunnen afgeleid worden.

1°. De Wortelen eener gegeevene vergelyking kunnen door dezelve met een zeker getal verhoogd of verlaagd worden: ſchoon de gewoone Leerwyze, welke men daar toe te werk ſtelt, korter en fraaiër is.

2°. Eene *Equatie* gegeeven zynde, kan men eene andere *Equatie* van dezelfde magt vinden, zoodanig, dat de Wortelen der gezogte *Equatie* de geſlagten zyn der *Poligonaal*-getallen, wier Wortels de Wortelen van de gegeevene *Equatie* zyn.

In

$Log.\ R = 7,394591$
$Log.\ q = 2,857385$

$Log.\ x = 4,3368266$ *Log.* van $21734,775$

Franſche Roeden voor de hoogte des Bergs; maar eene Myl heeft of houdt 22812 Franſche Voeten naby, dus $x = 1,199$ Myl, waar van 'er 15 in een Graad gaan; of zeer naby $1\frac{1}{4}$ Hollandſche uuren gaans.

Dat te vinden was.

L. VOORSTEL.

Door den Opgeever.

Twee gevallen komen hier in aanmerking, welke wy afzonderlyk zullen verhandelen. 1°. Om de gegeevene *Equatie* te veranderen in eene andere, waar van de wortel $y = x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s +$ enz. $+ \varepsilon$ zy. 2° Dezelve te veranderen in eene andere, waar in de wortel zy $y = \frac{1}{h}(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s +$ enz. $+ \varepsilon)^{\varphi}$. Het eerſte geval, als het eenvoudigſte, en het tweede daar uit kunnende afgeleid worden, zullen wy in de eerſte plaats behandelen.

Stel ten dien einde in de gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} +$ enz. S de ſom der Wortelen, $S^{\prime}$ de ſom derzelver Vierkanten, $S^{\prime\prime}$ de ſom der Cuben, $S^{\prime\prime\prime}$ de ſom der vierde Magten enz.; dan is volgens het *Theorema*, bewee-

weezen in de oplosſing van het 248 *Voorſtel der Tweede Verzameling van Mathematiſche en andere Voorſtellen.*

$S' = A.$
$S' = -2B+AS.$
$S'' = 3C-BS+AS'$
$S''' = -4D+CS-BS'+AS''$
$S'''' = 5E-DS+CS'-BS''+AS'''$
$S''''' = -6F+ES-DS'+CS''-BS'''+AS''''.$
enz. enz.

Deeze ſommen zullen derhalven uit de *Coëfficienten* A, B, C, D, E, enz. van de gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.} = 0$, in getallen opgegeeven zynde, bekend worden. Het zal noodig zyn de ſommen door rekening zoo ver te zoeken, als het *Product* van n met m, die ik de hoogſte *Exponent* in de gegeevene *Functie* $x^m + ax^p + \text{enz.}$ onderſtelle, eenheden in zich bevat. Het welk door de volgende redeneering klaar blyken zal.

Stel nu P, Q, R, S, T enz., de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.} = 0$ te zyn; dan heeft men, door voor x in de gegeevene *Functie* agtervolgens de waarden te plaatſen,

$P^m + aP^p + bP^q + cP^r + dP^s + \text{enz.} + e$ (M)
$Q^m + aQ^p + bQ^q + cQ^r + dQ^s + \text{enz.} + e$
$R^m + aR^p + bR^q + cR^r + dR^s + \text{enz.} + e$

$$S^{m} + aS^{p} + bS^{q} + cS^{r} + dS^{s} + \text{enz.} + \epsilon$$
$$T^{m} + aT^{p} + bT^{q} + cT^{r} + dT^{s} + \text{enz.} + \epsilon$$
enz.

Dit voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als de gegeevene *Equatie* in zich bevat, heeft men de Wortelen der gezochte *Equatie* $y^{n} - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - C'y^{n-3} + \text{enz.} = 0$.

2°. Verheffende nu $y + x^{m} + ax^{p} + bx^{q} +$ enz. tot de tweede Magt, heeft men $y^{2} = x^{2m} + 2ax^{m+p} + a^{2}x^{2p} + 2bx^{m+q} + \ldots\ldots + (2abx^{p+q} + \text{enz.} + \epsilon^{2}$.

In deeze laatſte Vergelyking voor x deszelfs waarden P, Q, R, S, T plaatſende, heeft men.

$$(N)\ P^{2m} + 2aP^{m+p} + a^{2}P^{2p} + 2bP^{m+q} + (2abP^{p+q} + b^{2}P^{2q} + \text{enz.} + \epsilon^{2}$$
$$Q^{2m} + 2aQ^{m+p} + a^{2}Q^{2p} + 2bQ^{m+q} + \ldots\ldots + (2abQ^{p+q} + b^{2}Q^{2q} + \text{enz.} + \epsilon^{2}$$
$$R^{2m} + 2aR^{m+p} + a^{2}R^{2p} + 2bR^{m+q} + \ldots\ldots + (2abR^{p+q} + b^{2}R^{2q} + \text{enz.} + \epsilon^{2}$$

$$S^{2m} + 2aS^{m+p} + a^2S^{2p} + 2bS^{m+q} + \ldots$$
$$(2abS^{p+q} + b^2S^{2q} + \text{enz.} + e^2.$$
$$T^{2m} + 2aT^{m+p} + a^2T^{2p} + 2bT^{m+q} + \ldots.$$
$$(2abT^{p+q} + b^2T^{2q} + \text{enz.} + e^2.$$
enz. enz.

Dit wederom voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als 'er in de gegeevene *Equatie* $x^n - \ldots A x^{n-2} + B x^{n-2} - \text{enz.} = 0$ zyn, heeft men de tweede magten der Wortelen in de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-2} + By^{n-3} - Cy^{n-4} + \text{enz.} = 0.$

3. Verheffende de *Equatie* $y = x^m + ax^p + \text{enz.} + e$ tot de derde magt, heeft men $y^3 = x^{3m} + \ldots 3ax^{2m+p} + 3aax^{m+2p} + a^3x^{3p} + \text{enz.} + e^3$; en fubftitueerende voor x deszelfs waarden P, Q, R, S, T enz. heeft men,

$$(P).\ P^{3m} + 3aP^{2m+p} + 3aaP^{m+2p} + a^3P^{3p} + \text{enz.} + e^3.$$

$\frac{q}{p} = xx - xy + yy$

$\frac{px^2y^2+r}{q} = xx + yy = xy + \frac{q}{p}$

$\frac{p}{q}x^2y^2 - xy = \frac{q}{p}\frac{r}{q}$. Een vierk. Æquatie.

$\frac{p}{q}$

$x^2y^2 - \frac{q}{p}xy = \frac{qq}{pp} - \frac{r}{p}$

$\frac{\frac{1}{2}q|^2}{p} = \frac{\frac{1}{4}qq}{pp}$

$x^2y^2 - \frac{q}{p}xy + \frac{\frac{1}{2}q}{p}\Big|^2 = \frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}$

$xy - \frac{\frac{1}{2}q}{p} = \pm\sqrt{\frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}}$

$xy = \frac{\frac{1}{2}q}{p} \pm \sqrt{\frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}}$.

Twee onderſcheidene uitkomſten voor 't vermenigvuldigde der twee getallen, zullende men 't Voorſtel van een dubbeld beſluit vinden.

Stel

$\frac{2q}{p} + \sqrt{\frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}} = S =$ 15 of 4, dan is 't mult. der getallen, of

$$\frac{xy = s}{3xy = 3s}$$

$xx - xy + yy = \frac{q}{p}$ boven gevonden,

$$xx + 2xy + yy = \frac{q}{p} + 3s$$

$$\sqrt{}$$

$$x + y = \sqrt{\frac{q}{p} + 3s}$$

$$xx - xy + yy = \frac{q}{p}$$

$$xy = s$$

$$xx - 2xy + yy = \frac{q}{p} - s$$

$$\sqrt{}$$

$$x - y = \sqrt{\frac{q}{p} - s}$$

$$x+y=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}$$

$$x-y=\sqrt{\frac{q}{p}-s}$$

$$2x=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}+\sqrt{\frac{q}{p}-s} \text{ en}$$

$$2y=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}$$

$$x=\frac{\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}}{2} \text{ en}$$

$$y=\frac{\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}}{2}, \text{ de getallen.}$$

$p=1, q=19$, en $s=15$, dan zyn de getallen 5 en 3.

Maar neemt men $s=4$, dan zyn de begeerde getallen $\sqrt{7\frac{1}{2}}+\sqrt{3\frac{1}{2}}$ en $\sqrt{7\frac{1}{2}}-\sqrt{3\frac{1}{2}}$. De beide antwoorden voldoen aan de proef.

LII. VOORSTEL. Fig. 33.

Door A. VRYER, J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, K. AKER, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en de* ONGEVER.

Uit het *Centrum* is AB *perpend.* op DC getrokken, makende DB = BE. Volgens 't gevolg van 36 *P.* III. *Euclid.* is de

□ NCZ = □ DCE = 216

DC 20

Kt. CE $10\frac{1}{2}$.
CD 20

DE $9\frac{1}{2}$

2

ergo DB = BE $4\frac{3}{4}$.

AZ = AE 15

□ AE 225
□ BE $21\frac{1}{16}$

□ AB $203\frac{13}{16}$

$\sqrt{\ }$

AB $\sqrt{}$ $203\frac{13}{16}$.

Om de gelykformigheid der Driehoeken ABC en DCH, staat nu AC : AB :: DC : DH
of 21 : $\sqrt{}$ $203\frac{13}{16}$ :: 20 : DH

komt DH $\sqrt{}$ $184\frac{3}{7}$ = $2\frac{1}{7}$ $\sqrt{}$ 26.

LIII. VOORSTEL. *Fig.* 33.

Door A. VRYER, J. VAN DER OORT, J. DE GELDER, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, C. BREEVILT, K. AKER, *en de* OPGEVER.

Nu is gegeeven CD = 15, CE = 8, *en* DH = 9. Men moet vinden de *Diameter* NZ, en het verlengde CZ.

□ DC 225
□ DH 81
□ HC 144
HC 12

HC : DH :: BC : AB
of 12 : 9 :: 11½ : AB
kt. AB 8½
□ AB 72¼
□ BE 13
□ AE 85¼
√
AE = AZ √ 85¼
Dus de *Diameter* NZ =
2 √ 85¼ = √ 340¼

DC 15
CE 8
DE 7

BE

BE $9\frac{1}{2}$
CE 8

BC $11\frac{1}{2}$

HC : DC :: BC : AC
of 12 : 15 :: $11\frac{1}{2}$: AC

kt. AC $14\frac{1}{8}$
AZ $\sqrt{86\frac{15}{64}}$ sub.

rest ZC $= 14\frac{1}{8} - \sqrt{86\frac{15}{64}} = \frac{115 - \sqrt{5545}}{8}$.

LIV. VOORSTEL.

Alle de Ontbindingen, naamelyk die van J. DE GELDER, K. AKKER, J. VAN TWISK, en J. VISSER, welke ons van dit Voorſtel ter hand gekomen zyn, ſtemmen daar in overeen, dat hetzelve zuiver *Arithmetice*, zonder behulp van eenen uit de Algebra afgeleiden Regel, onmogelyk opgelost kan worden. Daar wy nu met hun in 't zelfde gevoelen ſtaan, zal het niet ondienſtig zyn de volgende Aanmerking van den Heer J. DE GELDER, benevens deszelfs Algebraïſche Oplosſing van dit Voorſtel, hier nog by te voegen.

AANMERKING.

Na dat wy dit Voorſtel aandachtig onderzocht hebben, is het ons gebleeken, dat hetzelve niet door *Arithmetica* (onder welke kundigheid ik onderſtel, gemeene Rekenkunde verſtaan te worden) kan ontbonden worden, zonder toevlugt te neemen tot onderſtellingen, die niet uit de natuur der Vraag,

maar wél uit derzelver *ſtelkundige* Oplosſing afgeleid zyn.

Wanneer wy zeggen een Voorſtel door *Arithmetica* te ontbinden, verſtaan wy daar door de gewoone regulen der zuivere Rékenkunde, als *Additie*, *Subſtractie*, enz. den Regel *van Drieën*, *van Vyven*, en de *omgekeerde*, *den Ketting-Regel* en de *Leerwyze der valſche Poſitien* optelosſen. — Indien wy by deeze bepaaling blyven — bepaaling, die wy als natuurlyk en overëenkomſtig met het denkbeeld van gemeene, zuivere Rekenkunde beſchouwen, zal by weinig onderzoek blyken, dat geene deezer Regelen ons in ſtaat ſtellen, om de voorgeſtelde Vraag optelosſen. — Het laatſte hulpmiddel, dat ons overig zou blyven, is de Leerwyze der *valſche Poſitien*: dan, wien is niet bewust, dat deeze Leerwyze alleen toepaſſelyk is op dat ſoort van Voorſtellen, waar in de onbekende of gezochte grootheid in de ſtelkundige Oplosſing ſlechts tot de eerſte magt opklimt (*)? Behoorde nu ons Voorſtél tot den rang van dit *Problemata*, dan bleef 'er geen zwarigheid over, om aan den eisch van den Heer Opgeever te voldoen; maar nu hetzelve tot dien rang niet kan gebragt worden, dewyl men natuurlyk (hoe men ook de Oplosſing moge inrichten) tot eene Vergelyking van de tweede magt vervalt, maaken wy geen zwaarigheid, hetzelve op de volgende wyze te ontbinden.

OP-

(*) Zie hetgeen de Geleerde Heer *J. J. Blasſiere* in zyne *Grondbegin. der Rekenk.* pag. 268. in de noot met korte woorden over dit onderwerp zegt: zyn gevoelen daar omtrent is volmaakt het myne. — Wy zullen misſchien by eene nadere gelegenheid den grond, waar op de Regel der valſche Poſitien ſteunt, met de Kenmerken der Vragen, die door denzelven al of niet kunnen opgelost worden, het Genootſchap mededeelen.

OPLOSSING.

1 Steen : 12 Steen :: 7 Guld. uitverkocht: $7 \times 12 = 84$ Guldens, waar voor de Vrouw de 12 Steen Vlas uitverkocht heeft.

Stel nu den inkoop x Guldens, dan is

96 Duid. ($= 54$ Gl.) : x Guld. :: $\frac{1}{4}x$ Winst: $\frac{1}{216}x^2 =$ de Winst, gedaan met de x Guldens inkoop.

Derhalven $\frac{x^2}{432} + x = 84$

$x^2 + 432x = 36288$

$46656 = 46656$

$x^2 + 432x + 46656 = 82944$

Hier door $x + 216 = 288$

dus $x = 288 - 216 = 72$ Guldens, de (12 Steen ingekocht.

Eindelyk 12 Steen : 1 Steen :: 72 Guld. : $\frac{72}{12} = 6$ (Guldens, de Steen ingekocht.

Dat te vinden was.

LV. VOORSTEL. *Fig.* 34.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, C. BREEVILT, *en* J. VAN TWISK *overeenkomt.*

De voorgeſtelde Driehoek zy ABC. Wy noemen de zyde AB aan als de langſte, en AC als de korſte des Driehoeks, zynde dus $\angle C$ (het zy ſcherp of plomp) meer, en de $\angle B$ min dan 60°.

De halve middenlyn des ingeſchreeven ronds *gemult.* met de omtrek des $\triangle s$ of ſom der zyden, is gelyk met het vermenigvuldigde van den *perpend.* CD met de zyde AB; ieder namelyk gelyk de dubbelde inhoud des Driehoeks, dus is $CD \times AB = 2ab$.

Het deel ACD des gegeevenen Driehoeks kan men aanmerken als de helft eenes gelykzydigen Driehoeks, dewyl $\angle A$ gegeeven is $= 60^{\circ}$. Hierom is dan $AD = \frac{1}{2} AC$.

Stel $AC = 2x$, dan is $AD = x$, en men vind voor $CD\ \sqrt{3}.x$.

$CD = \sqrt{3}.x$ $\quad CD \times AB = 2ab$

komt $AB = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x}$, dus $BD = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} - x$.

$AC = 2x$

$AB + AC = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} + 2x$

$BC + AB + AC = 2a$

rest

rest $BC = 2a - 2x - \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} = \frac{2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2}}{\sqrt{3.x}}$

$$BD = \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} - x = \frac{2ab - \sqrt{3.x^3}}{\sqrt{3.x}}$$

$$CD = \sqrt{3.x} = \frac{3x^2}{\sqrt{3.x}}.$$

Nu is $2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^3} - 2ab = 2ab - \sqrt{3.x^3} + 3x^2$.
Stellende $b = \sqrt{3.c}$, dan is deeze *Equatie*

$$\frac{2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^3} - 2a\sqrt{3.c} = 2a\sqrt{3.c} - \sqrt{3.x^3} + 3x^2}{\sqrt{3.\sqrt{3.}}}$$

$2ax - 2x^2 + 2ac = 2ac - x^3 + 3x^4$. Door *reductie* verkrygt men deeze vierkante *Equatie*, $4x^2 - 2a + 6c.x = -4ac$.

$$\tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c = \tfrac{1}{4}a^2 + 1\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2$$

$$\sqrt{4x^2 - 2a + 6c.x + \tfrac{1}{2}ac + 1\tfrac{1}{2}c^2} = \tfrac{1}{2}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2$$

$$2x - \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c = \pm\sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}$$

$$\text{of } 2x(AC) = \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}.$$

a en b, en dus ook c, nu in getallen gegeeven zynde, dan heeft men x, en men heeft de drie zyden des Driehoeks, naar begeeren, ieder byzonder gevonden. NB. Neemt men in de gevondene waar-

de

de van $2x$ het dubbeld teken als $-$, voor de zyde AC, dan is die zelfde algemeene waarde, het dubbeld teeken als $+$ neemende, de lengte van de zyde AB, en anders om, zo dat de twee zyden, om den gegeeven hoek van 60°, altyd $2\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2}$ verſchillen.

$$\text{Gevonden AC } (2x) = \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c - \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}.$$

$$\text{Dan is AB } \left(\frac{2ab}{\sqrt{3}.x} = \frac{2ac}{x}\right) = \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c + \ldots \left(\sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}.\right.$$

$$\text{Gevolglyk BC} = a - 3c.$$

AANMERKING.

Begeerde men voor de zyden des Driehoeks *rationaale* getallen, dan bepaale men de gegeevene grootheid b op een *Surdisch*-getal, zo dat $\frac{b}{\sqrt{3}} = c$ *rationaal* is. (Zyn de zyden eens Driehoeks *rationaal*, dan ziet een kundige ligt, dat, zo maar één der hoeken 60 graaden is; de inhoud des Driehoeks en dus ook de Middenlyn des ingeſchreeven ronds, onmooglyk *rationaal* kan zyn; b kan dan niet anders, als $= \sqrt{3}$ met eenig *rationaal* getal vermenigvuldigd, bepaald worden.) Nu a en c zo bepaalende, dat $\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2$ een *rationaal Quadraat* is, dan

zyn 's Driehoeks zyden, naar begeeren, *rationaal*.

Stelle $\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2 = \frac{1}{2}a - dc.^2$

Dan is $-2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2 = -adc + d^2c^2$.

of $adc - 2\frac{1}{2}dc = d^2c^2 - 2\frac{1}{4}c^2$

$$a = \frac{d^2c^2 - 2\frac{1}{4}c^2}{dc - 2\frac{1}{2}c} = \frac{4d^2 - 9}{4d - 10} \times c.$$

Neemende $d = 3\frac{1}{2}$, dan is $\frac{4d^2 - 9}{4d - 10} = 10$, gevolglyk $a = 10c$, en $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2} = \frac{1}{2}a - 3\frac{1}{2}c$. Deeze waardens in de algemeene uitdrukking der zyden overbrengende, vind men alles naar den eisch; de zyde AB is dan $= 5c$, AB $= 8c$, en BC $= 7c$.

Laat gegeeven zyn $a = 40$, dan is de som der zyden 80, $b = \sqrt{3}$. $c = 4\sqrt{3}$, of de middenlyn des ingeschreeven *Cirkels* $\sqrt{192}$, zynde dan $c = 4$; dan zyn de drie zyden des Driehoeks

AC $=$ $5c$ $=$ 20.
AB $=$ $8c$ $=$ 32.
BC $=$ $7c$ $=$ 28.

Zynde dus $\angle A$ 60°, en de Driehoek een scherphoekige.

LVI. VOOR-

LVI. VOORSTEL.

Door den OPSTELLER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, *en* J. SCHEFFER.

Stel de zyden x, y, z; dan is $s = \frac{x+y+z}{2}$. Stellende:

1°. $\frac{xyz}{2s} = a$, 2°. $\frac{P}{x+y+z} = b$, 3°. $\sqrt{s.\ s-x.\ s-y.\ s-z} = P^2$, volgens de beginſelen der Meetkunde.

Derhalven $xyz = 2aP$, $x+y+z = \frac{P}{b}$,

$$s = \frac{x+y+z}{2} = \frac{P}{2b}$$

$$s^2 = \frac{(x+y+z)}{4} = \frac{P}{4bb}.$$

Voorts $s.\ s-x.\ s-y.\ s-z = P^2$

of $s^4 - x+y+z.\ s^3 + xy+xz+yz.\ s^2 - xyz.\ s = P^2$

deel door s^4 $\left(s = \frac{P^2}{4b^2}\right)$

$$s - x+y+z.\ s + xy+xz+yz = \frac{xyz}{s} = 4b^2;$$

maar

$$\text{maar } \frac{xyz}{s} = \frac{2aP}{\frac{P}{2b}} = 4ab,$$

derh. $s^2 - \overline{x+y+z}.s + xy+xz+yz-4ab = 4b^2.$

$$s^2 = \frac{P^2}{4b^2}, \text{ en } \overline{x+y+z}.s = \frac{P^2}{2b^2}$$

derh. $\frac{P^2}{4b^2} - \frac{P^2}{2b^2} + xy+xz+yz = 4b \times \overline{a+b}$

$$xy+xz+yz = \frac{P^2}{4b^2} + 4b + \overline{a+b}$$

Nu hebben wy gevonden 1°, $x+y+z = \frac{P}{4b}$

2°. $xy+yz+xz = \frac{P^2}{4b^2} (+4b \times \overline{a+b}$

3°. $xyz = 2aP.$

Derhalven zal de Oplossing van deeze *Equatie*

$$y^3 - \frac{P}{b}y^2 + \frac{P^2}{4b^2} + 4b \times \overline{a+b}.y - 2aP = 0.$$

de drie zyden van den Driehoek geeven.

Dat te vinden was.

Toe-

maar wél uit derzelver *ſtelkundige* Oplosſing afgeleid zyn.

Wanneer wy zeggen een Voorſtel door *Arithmetica* te ontbinden, verſtaan wy daar door de gewoone regulen der zuivere Rékenkunde, als *Additie*, *Subſtractie*, enz. den Regel *van Drieën*, *van Vyven*, en de *omgekeerde*, *den Ketting-Regel* en de *Leerwyze der valſche Poſitien* optelosſen. — Indien wy by deeze bepaaling blyven — bepaaling, die wy als natuurlyk en overéenkomſtig met het denkbeeld van gemeene, zuivere Rekenkunde beſchouwen, zal by weinig onderzoek blyken, dat geene deezer Regelen ons in ſtaat ſtellen, om de voorgeſtelde Vraag optelosſen. — Het laatſte hulpmiddel, dat ons overig zou blyven, is de Leerwyze der *valſche Poſitien*: dan, wien is niet bewust, dat deeze Leerwyze alleen toepaſſelyk is op dat ſoort van Voorſtellen, waar in de onbekende of gezochte grootheid in de ſtelkundige Oplosſing ſlechts tot de eerſte magt opklimt (*)? Behoorde nu ons Voorſtél tot den rang van dit *Problemata*, dan bleef 'er geen zwarigheid over, om aan den eisch van den Heer Opgeever te voldoen; maar nu hetzelve tot dien rang niet kan gebragt worden, dewyl men natuurlyk (hoe men ook de Oplosſing moge inrichten) tot eene Vergelyking van de tweede magt vervalt, maaken wy geen zwaarigheid, hetzelve op de volgende wyze te ontbinden.

OP-

(*) Zie hetgeen de Geleerde Heer *J. H. Blaſiere* in zyne *Grondbegin. der Rekenk.* pag. 268. in de noot met korte woorden over dit onderwerp zegt: zyn gevoelen daar omtrent is volmaakt het myne. — Wy zullen misſchien by eene nadere gelegenheid den grond, waar op de Regel der valſche Poſitien ſteunt, met de Kenmerken der Vragen, die door denzelven al of niet kunnen opgelost worden, het Genootſchap mededeelen.

OPLOSSING.

1 Steen : 12 Steen :: 7 Guld. uitverkocht: $7 \times 12 = 84$ Guldens, waar voor de Vrouw de 12 Steen Vlas uitverkocht heeft.

Stel nu den inkoop x Guldens, dan is

96 Daald. ($= 54$ Gl.) : x Guld. :: $\frac{1}{4}x$ Winst: $\frac{1}{432}x^2$ = de Winst, gedaan met de x Guldens inkoop.

$$\text{Derhalven } \frac{x^2}{432} + x = 84$$

$$x^2 + 432x = 36288$$

$$46656 = 46656$$

$$x^2 + 432x + 46656 = 82944$$

Hier door $x + 216 = 288$

dus $x = 288 - 216 = 72$ Guldens, de (12 Steen ingekocht.

Eindelyk 12 Steen : 1 Steen :: 72 Guld. : $\frac{72}{12} = 6$ (Guldens, de Steen ingekocht.

Dat te vinden was.

LV. VOORSTEL. *Fig.* 34.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, C. BREEVILT, *en* J. VAN TWISK *overeenkomt.*

De voorgeſtelde Driehoek zy ABC. Wy noemen de zyde AB aan als de langſte, en AC als de korſte des Driehoeks, zynde dus $\angle C$ (het zy ſcherp of plomp) meer, en de $\angle B$ min dan 60°.

De halve middenlyn des ingeſchreeven ronds *gemult.* met de omtrek des $\triangle s$ of ſom der zyden, is gelyk met het vermenigvuldigde van deo *perpend.* CD met de zyde AB; ieder namelyk gelyk de dubbelde inhoud des Driehoeks, dus is $CD \times AB = 2ab$.

Het deel ACD des gegeevenen Driehoeks kan men aanmerken als de helft eenes gelykzydigen Driehoeks, dewyl $\angle A$ gegeeven is $= 60°$. Hierom is dan $AD = \frac{1}{2} AC$.

Stel $AC = 2x$, dan is $AD = x$, en men vind voor $CD \sqrt{3}.x$.

$$CD = \sqrt{3}.x = \frac{CD \times AB = 2ab}{\text{komt } AB = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x}, \text{ dus } BD = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} - x.}$$

$$\frac{AC = 2x}{AB + AC = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} + 2x}$$

$$BC + AB + AC = 2a$$

rest

rest $BC = 2a - 2x - \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} = \frac{2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} - 2ab}{\sqrt{3.x}}$

$BD = \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} - x = \frac{2ab - \sqrt{3.x^2}}{\sqrt{3.x}}$

$CD = \sqrt{3.x} = \frac{3.x^2}{\sqrt{3.x}}$.

Nu is $2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} - 2ab = 2ab - \sqrt{3.x^2} + 3x^2$.

Stellende $b = \sqrt{3.c}$, dan is deeze *Equatie*

$$\frac{2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} - 2a\sqrt{3.c}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3.c} - \sqrt{3.x^2} + 3x^2}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}$$

$2ax - 2x^2 + 2ac = 2ac - x^2 + 3x^2$. Door *reductie* verkrygt men deeze vierkante *Equatie*, $4x^2 - 2a + 6c.x = -4ac$.

$$\tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c = \tfrac{1}{4}a^2 + 1\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2$$

$$\sqrt{4x^2 - 2a + 6c.x + \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c} = \tfrac{1}{2}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2$$

$$2x - \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c = \pm\sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}$$

of $2x(AC) = \frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2}$.

a en b, en dus ook c, nu in getallen gegeeven zynde, dan heeft men x, en men heeft de drie zyden des Driehoeks, naar begeeren, ieder byzonder gevonden. NB. Neemt men in de gevondene waar-

de

3°. Door de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en CLM is,

$$\overline{CD}^2 : \overline{CK}^2 :: \triangle ABC : \triangle CLM.$$

$$\text{of } \frac{4PP}{xx} : \left(\frac{4}{x} - \frac{16}{2y+x} - \frac{16 \cdot \overline{2y-x}}{\overline{2y+x}|^2}\right)^2 \times PP :: P. \ (\triangle CLM.$$

$$\text{Hier door } \triangle CLM = \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^4 \times P.$$

4°. Is door het *Lemma*, $CL + LM + CM = 2CG - CH = \frac{\overline{2y-x}|^2}{x+2y}$, waar door in $\triangle CLM$, $KN = \frac{4\triangle CLM}{LM+2CL} = \frac{4(2y-x)^3}{\overline{2y+x}|^2} \times P.$

5°. Nu hebben wy de drie volgende Vergelykingen,

$$\frac{4P}{2y+x} = a, \quad \frac{4P \times \overline{-2yx}|^2}{\overline{2y+x}|^3} = b, \text{ en } 16PP = xx\sqrt{4yy-xx}$$

De twee eerste quadraateerende,

$$\frac{16PP}{\overline{2y+x}|^2} = aa, \quad \frac{16PP \times \overline{2y-x}|^4}{\overline{2y+x}|^6} = bb.$$ In dezelve de waarde van 16 PP overbrengende, heeft men

2y

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^3 . xx = bb \\ \left(\frac{2y-x}{2y+y}\right) xx = aa\end{array}\right\}$$ de bovenſte door de onderſte deelende,

komt $\left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^4 = \frac{bb}{aa}$, of $\frac{2y-x}{2y+x} = \sqrt{\cdot}\frac{b}{a} = p$ ſtellende.

In $\frac{2y-x}{2y+x} \times xx = aa$, voor $\frac{2y-x}{2y+x}\sqrt{\cdot}\frac{b}{a}$ of p ſtellende, is $p\,xx = aa$;

dus $x = \frac{a}{\sqrt{p}}$; by gevolg $\frac{2y-\frac{a}{\sqrt{p}}}{2y+\frac{a}{\sqrt{p}}} =$ hier uit is $y =$

$$\frac{a\,(p+1)}{2(1-p)\sqrt{p}}.$$

Nu is in getallen gegeeven $a = 20$, $b = 7\frac{1}{5}$; dus $p = \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{3}{5}$, $x = \frac{a}{\sqrt{p}} = 6\frac{2}{3}\sqrt{15}$, en $y =$

$$\frac{a \times \overline{p+1}}{2.1-p.\sqrt{p}} = 13\tfrac{1}{3}\sqrt{15} = BC = AC, \text{ en}$$

eindelyk $FK = \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^3 \times x = 12$;

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Het is uit de voorgaande Rekening genoegzaam gebleeken, dat de Middellynen der Cirkels, in den Driehoek boven elkander beschreeven, geduurig evenredig zyn, gelyk met een opslag van het oog blyken zal, wanneer men zich de uitdrukkingen, voor DF, FK en NK gevonden, herinnert. — Eene waarheid nochtans, die uit eenvoudiger beginselen kan worden afgeleid, gelyk wy gaan aantoonen in het volgende

LEMMA.

De Middellynen der Cirkels, die boven elkander in een gelykbeenigen Driehoek beschreeven zyn, zyn geduurig evenredig.

Dat is :: DF, FK, KN enz.

BEWYS.

Trekt van de punten A, G en L tot de middelpunten E, I en O der Cirkels van DF, FK en KN de lynen AE, GI en LO; dan zyn de Driehoeken ADE, GFI en LKO gelykvormig: want $\angle GAD = \angle CGF$; dus $\frac{1}{2}\angle GAD = \frac{1}{2}\angle CGF$; dat is $\angle DAE = \angle IGF$, en $\angle ADE = \angle GFI =$ regt

zicht: derhalven ook $\angle AED = \angle GIF$. De Δen ADE en GIF zyn dan gelykvormig: en om dezelfde reden ook de Δen GFI en KLO.

Nu is $\Delta ABC : \Delta CGH :: \overline{AB}^2 : \overline{GF}^2 :: \overline{DE}^2 : \overline{FI}^2 :: \overline{DF}^2 : \overline{FK}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{CF}^2$

derhalven $DF : FK :: CD : CF$

of $CD : DF :: CF : FK$.

Wederom $\Delta CGH : \Delta CLM :: \overline{FK}^2 : \overline{KN}^2 :: \overline{CF}^2 : \overline{CK}^2$

derhalven $FK : KN :: CF : CK$

of $CF : FK :: CK : KN$

Hier door $CD : DF :: CF : FK :: CK : KN$

Dividendo $CD : CD - DF :: CF : CF - FK :: CK : CK - KN$

of $CD : CF :: CF : CK :: CK : CN$

of $::$ CD, CF, CK, CN enz.

Dus $::$ $CD - CF$, $CF - CK$, $CK - CN$ enz.

Eindelyk $::$ DF, TK; KN enz. Q.E.D.

I. GEVOLG. Dewyl, gelyk wy boven aanmerkten, het aantal der Cirkels, die boven elkander kunnen beſchreeven worden, oneindig is, zal de ſom van alle deeze Middellynen gelyk zyn aan den *Perpendiculair* CD, en door de eigenſchap der *Geometriſche Progreſſie* is $CD = \frac{DF^2}{DF-FK}$. Hier uit volgt nu deeze

MEETKUNDIGE CONSTRUCTIE.

Zy M en P de gegeevene eerſte en derde Middellynen: zoekt dan,

1°. Een Meetkundige midden-eevenredige N tuſſchen M en P.

2°. Een derde-evenredige tot M — N en N, welke is CD.

3°. Door D eene onbepaalde rechthoekige AB; en men beſchryft uit E (DE = $\frac{1}{2}$ M genomen hebbende) met DE een Cirkel.

4°. Op CE als Middellyn een anderen Cirkel, die den eerſten in *a* en *b* ſnydt.

5°. Van C, door de punten *a* en *b*, de lynen AC en BC geleid hebbende, is ABC de begeerde Driehoek. Q. E. I.

De waarheid hier van is uit het beweezene, in *Lemma* II. en *Prop.* 17. 3 *Boek* der Beginzelen zo klaarblyklyk, dat het overtollig zoude zyn hier van ieta meer te zeggen.

II. GE-

II. GEVOLG. Indien men van E tot b eene rechte lyn trekt, is CbE een rechthoekige Driehoek met CDB gelykvormig; om dat de laatste in D rechthoekig is, en met den eersten den $\angle C$ gemeen heeft.

Hier uit, en uit het eerste Gevolg, volgt eene zeer eenvoudige berekening der lynen, welke gevraagd worden, in getallen te vinden.

In getallen is gegeeven $M = DF = 20$, en $P = KN = 7\frac{1}{5}$; nu is

1°. $N = M \times P = 20 \times 7\frac{1}{5} = 144$; dus $N = KF = 12$ (*Const.*)

2°. $CD = \frac{\overline{DF}^2}{DF - FK} = \frac{M^2}{M - N} = \frac{400}{20 - 12} = 50$: hier door $CD - DE = 50 - 16 = 40$.

3°. In den rechthoekigen Driehoek CEb, $\overline{CE}^2 - \overline{Eb}^2 = \overline{Cb}^2$, of $1600 - 100 = 1500$; waar door $Cb = 10\sqrt{15}$.

4°. Geeft ons de gelykvormigheid der Δen CEb en CDB deeze evenredigheden

$Cb : bE :: CD : DB$

of $10\sqrt{15} : 10 :: 50 : DB = 3\frac{1}{3}\sqrt{15}$

dus $2DB = AB = 6\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Wederom $bE : DB :: CE : CB$

$10 : 3\frac{1}{3}\sqrt{15} :: 40 : CD = AC = 13\frac{1}{3}\sqrt{15}$.

Welk overeenkomt met het geen in de voorgaande Oplossing gevonden is.

LVIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS (allen Leden van dit Genootſchap, die tot hunne byzondere Oeffening ſaamen in *Hoorn* een Gezelſchap houden, en by den Secretaris met naamen bekend zyn.)

De jaarlyks ſtervenden zyn, volgens het voorſtel, het $\frac{1}{28}$ deel van het geheele Menschdom.

$$100 : 112 :: \frac{1}{28} : \frac{112}{28}$$

$$\frac{\frac{112}{28}}{100} \text{ afg.}$$

$\frac{1}{700}$ Jaarlykſche vermeerdering.

Laat nu het geheele aantal der Menſchen $= a$, en de jaarlykſche Vermeerdering $\frac{1}{700} = r$ zyn.

Stel het getal der Jaaren, binnen welke het gantſche Menschlyk Geſlagt verdubbeld wordt, $= n$ Dan is het aantal der Menſchen,

na 1 Jaar $= a \times 1 + r$

na 2 Jaar $= a \times 1 + r|^2$

na 3 Jaar $= a \times 1 + r|^3$

dus na n Jaaren $= a \times 1 + r|^n$

Der-

Derh. $\frac{a \times \sqrt[n]{1+r}}{q} = 2a$

$\sqrt[n]{1+r} = 2$

In *Logarithm.* $n \times Log. \sqrt[n]{1+r} = Log. 2$

$Log. \sqrt[n]{1+r} = \frac{Log. 2}{n}$

$n = \frac{Log. 2}{Log. \sqrt[n]{1+r}}$

Nu is *Log.* 2 = 0. 30103

$\sqrt[n]{1+r} = \frac{1003}{1000}$, dus *Log.* $\sqrt[n]{1+r} = 0.00130$

gediv.

komt $n = 231\frac{73}{130}$ Jaaren.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Stel de reden van het Menschdom tot het getal der Menschen, die jaarlyks sterven, p, de reden der gebooren wordende tot die der stervende q: het aantal van het Menschdom a (eene zekere onbepaalde en van de Vraag onafhanglyke grootheid, die wy gemaks- en duidelykheidshalven in de Rekening zullen invoeren,) en stel den begeerden tyd x.

Dit

Dit geſteld zynde, is het aantal Menſchen, die het eerſte Jaar ſterven, pa, en die het eerſte Jaar gebooren worden pqa, van dit laatſte het aantal menſchen, die het eerſte jaar ſterven, afgenoomen, is $\overline{p-1} \cdot qa$ het aantal menſchen, waar mede het Menschdom in het eerſte jaar vermeerderd wordt: dus is de grootheid van het Menschdom na het einde van het eerſte Jaar $= a + \overline{p-1} \cdot qa$.

Hier van ſterven in het tweede Jaar $ap + \overline{p-1} \cdot pqa$, en 'er worden dus $apq + \overline{p-1} \cdot pqqa$ Menſchen gebooren. De eerſte deezer grootheden van de tweede afgenoomen, is het getal menſchen, met welk het Menschdom in het tweede Jaar vermeerderd wordt, $\overline{q-1} \cdot pa + \overline{q-1}^2 \cdot p^2a$. Na het einde van het tweede Jaar zal dus het Menschdom zyn $a + 2\overline{q-1} \cdot pa + \overline{q-1}^2 \cdot ppa$.

Van dit aantal Menſchen ſterven in het derde Jaar $ap + 2 \cdot \overline{q-1} \cdot p^2a + \overline{q-1}^2 \cdot p^2a$, en 'er worden $apq + 2\overline{q-1} \cdot qp^2a + \overline{q-1}^2 \cdot qp^2a$ Menſchen gebooren. Het aantal Menſchen, waar mede het Menschdom vermeerderd wordt, is in het derde Jaar $\overline{q-1} \cdot pa + 2(q-1)^2 qp^2a + (q-1)^2 qp^2a$, en de grootheid van het Menschdom is ten einde van het derde Jaar $a + 3(q-1)pa + 3(q-1)^2p^2a + (q+1)^2p^2a$.

Met

Met op deeze wyze voort te redeneeren, zal men bevinden de hoegrootheden van het Menschlyk geslagt na het 1e, 2e, 3, 4e, 5e enz. Jair te zyn

$$a + \overline{q-1} \cdot pa.$$

$$a + 2(q-1)pa + (q-1)^2 p^2 a.$$

$$a + 3(q-1)pa + 3(q-1)^2 p^2 a + (q-1)^3 p^3 a.$$

$$a + 4(q-1)pa + 6(q-1)^2 p^2 a + 4(q-1)^3 p^3 a + (q-1)^4 p^4 a.$$

$$a + 5(q-1)pa + 10(q-1)^2 p^2 a + 10(q-1)^3 p^3 a + 5(q-1)^4 p^4 a + (q-1)^5 p^5 a.$$

enz.

Of, dat op het zelfde uitkomt,

na het eerste Jaar	$\overline{(q-1)p+1} \cdot a$
na het tweede	$\overline{(q-1)p+1}\|^2 \times a$
na het derde	$\overline{(q-1)p+1}\|^3 \times a$
na het vierde	$\overline{(q-1)p+1}\|^4 \times a$
na het $x$de Jaar	$\overline{(q-1)q+1}\|^x \times a.$

Nu moet, volgens de bepaaling van het Voorstel,

$$\big((q-1)p+1\big)^x \times a = 2a,$$

$$\text{of } \big((q-1)p+1\big)^x = 2 \text{ zyn;}$$

derh.

derh. $x \times Log.\ \overline{q-1}.\overline{p+1} = Log.\ 2.$

waar door $x = \frac{Log.\ 2}{Log.\ (\overline{q-1}).\overline{p+1})}$

Zynde eene *Formule*, waar door men met behulp der *Logarithmi* den begeerden tyd bepaalen kan, zoo dra p en q in getallen bekend zyn.

In het voorſtel is gegeeven $p = \frac{1}{10}$, $q = \frac{1}{100} = \frac{33}{3300}$; dus $q-1 = .1 + \frac{33}{3300} = \frac{1}{100}$, en $(q-1) \times p+1 = 1 + \frac{1}{10} \times \frac{1}{100} = 1,003$: hier door is

$$x = \frac{Log.\ 2}{Log.\ 1,003} = \frac{0,3010300}{0,0013009} = 231,4$$ Jaaren zeer naby.

Dus zal het Menſchdom in den tyd van $231\frac{2}{5}$ Jaaren verdubbeld zyn, in de onderſtelling, dat het getal der geboorenen en ſtervenden tot het Menſchdom zich in de voorgeſtelde reden verhouden.

Dat te vinden was.

LIX. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Neeme $9088 = a$, en $4928 = b$.

En ſtelt voor 't derde getal x.

voor

voor 't tweede $\frac{b}{x}$.

voor 't eerſte $\frac{\frac{ax-xx}{b}}{\frac{b}{x}} = \frac{ax-x^2}{b}$.

Dan is alles naar den eisch, alleenlyk moet

$\frac{ax-x^2}{b}, \frac{b}{x}$ en x eene *arithmetiſche Progreſſie* zyn.

Derhalven is $\frac{ax-x^2}{b} + x = \frac{2b}{x}$

$axx - x^3 + bxx = 2bb$

of $x^3 - \overline{a+b}.xx = -2bb$

$\overline{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b}^2 = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}bb$

$x^3 - \overline{a+b}.xx + \overline{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b}^2 = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{2}bb$

$xx - \overline{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{2}bb}$

$xx = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{4}bb}$

$x = \sqrt{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{4}bb}}$.

Dat is $x = 88$ of $56\sqrt{2}$.

Vol-

Volgens de eerſte uitkomst

$$\text{is } \frac{x \cdot a - x^2}{b} = \frac{88 \times 9088 - 88^4}{4928} = 24\text{ 't eerſte}$$

$$\frac{b}{x} = \frac{4928}{88} = 56\text{ 'tweede}$$

$$x = 88\text{ 'tderde}$$

} getal.

Volgens de andere waarde van x vind men voor de *Progres* $32 \sqrt{2}$, $44 \sqrt{2}$ en $56 \sqrt{2}$. Dus twee proefhoudende uitkomſten.

ANDERS.

Door J. DE GELDER en J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, J. DE JONGH, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN DER OORT, J. VISSER, *en* H. VEEN *overëenkomen.*

Stel de getallen of *Arithmetiſche Progreſſie* $x - y$, x en $x + y$: dan is het *product* der twee eerſte *termen* $xx - xy$,

het *Quadraat* des derden *terms* $xx + 2xy + yy$ bygev.

derhalven $2xx + xy + yy = 9088$

het

het *product* der 2e en 3e *term.* $xx+xy = 4928$ afg.

heeft men $xx+yy = 4160$

waar uit $yy = 4160-xx$.

en $xxyy = 3160xx-x^4$.

maar $xy = 4928-x^2$

dus $xxyy = 24285184-9856x^2+x^4$

derh. $4160x^2-x^4 = 24285184-9856xx+x^4$

of herl. $2x^4-14016xx = -24285184$

$x^4-7008xx = -12142592$

$12278016 = +12278016$

$x^4-7008xx+12278016 = 135424$

$\sqrt{\ }$

$x^2-3504 = \pm 368$

$x^2 = 3136$ of 3872

$\sqrt{\ }$

$x = \pm 56$ of $\pm 44\sqrt{2}$

waar uit $y = 32$ of $12\sqrt{2}$

Derhalven zyn 24 of $44\sqrt{2}-12\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$

56 $44\sqrt{2} = 44\sqrt{2}$

88 $44\sqrt{2}+12\sqrt{2} = 56\sqrt{2}$ de begeerde getallen, die in eene *Arithmetische Progressie* zyn.

Dat te vinden was.

Volgens de

is $\frac{\overline{x \cdot a-}}{b}$,

Aanmerking. Indien men voor x het têken − gebruikt, zal men voor de Progressien dezelve getallen, maar met een negatief têken aangedaan, vinden; die mede aan den eisch der Vraag voldoen.

NB. Eenigen tyd na dit Vraagstuk te hebben opgelost voor ik, zegt J. DE GELDER, dat hetzelve door den Heer Praalder, in het Oeffenschool der Mathes. Wiskund. in zyn Byvoegzel tot het Mengelwerk, p. 182 byna op gelyke wyze als by my is opgelost.

LX. VOORSTEL.

door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, C. BEEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, J. VISSER, *en* J. SCHEFFER, *overeenkomen*.

Lees in dit Voorstel, volgens *Meissner*, 95, in plaats van 195.

Steld het eerste lid der *Progressie* $= x$.

De opklimming $= y$.

'tGetal der leden van de eerste *Progres* $= n$.

Dan is 't laatste lid van dezelve $= x + \overline{n - 1} . y$.

Van de uitgezette leden, het eerste $= x + ny$.

En 't laatste $= x + \overline{n + 15} . y$.

Vol-

Volgens 't Voorſtel is nu

$n - 1 . y = 55$

en $n + 15 . y = 95$ *Subſt.*

$16\ y = 40$

$y = 2\frac{1}{2}$ de opkliuming.

$n - 1 . y = 55$; voor y deszelfs waarde geſteld,

komt $2\frac{1}{2}\ n - 2\frac{1}{2} = 55$

$5n - 5 = 110$

$5n = 115$

$n = 23$ leden de eerſte *Progres.*

Eerſte lid x
laatſte lid $x + 55$

$2x + 55$

$11\frac{1}{2}$ halve getal der leden
$23x + 632\frac{1}{2}$ ſom der eerſte *Progres.*

x eerſte lid
$x + 95$ laatſte lid

$2x + 95$

$19\frac{1}{2}$ halve getal der leden
$39x + 1852\frac{1}{2}$ ſom der geheele *Progres*
$23x + 632\frac{1}{2}$ *Subſt.*
$16x + 1220$ ſom der uitgezette leden
$23x + 632\frac{1}{2}$ ſom der eerſte *Progres*
muls.

komt $360x^2 + 38180x + 771650 = 992772$
$771650 = 771650$

$368x^2 + 38180x = 221122$

92

$4x^2 + 415x = 24031\frac{1}{2} = \frac{38456}{16}$

$\frac{415}{4}^2 = \frac{172225}{16}$

$4x^2 + 415x + \frac{415}{4}^2 = \frac{21681}{16}$

✓

$2x + \frac{415}{4} = \frac{459}{4}$

$2x = \frac{44}{4} = 11$, of $x = 5\frac{1}{2}$ het eerſte lid.

Dus $23x + 632\frac{1}{2} = 759$ de ſom der eerſte *Progres.*

En $16x + 1220 = 1308$ de ſom der uitgezette leden.

Dat te vinden was.

LXI. VOOR-

LXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN DER OURT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. SCHEFFER, *en* H. VEEN *overeenkomen.*

Steld voor de *Progressie* . . .

$x-5y, x-3y, x-y, x+y, x+3y$, en en $x+5y$.

$\overline{x-5y} \times \overline{x-3y} = x^2 - 8xy + 15y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x-y} = x^2 - 4xy + 3y^2$ rest $4xy - 12y^2$

$\overline{x-y} \times \overline{x+y} = x^2 \qquad - y^2$ . . $4xy - 4y^2$

$\overline{x+y} \times \overline{x+3y} = x^2 + 4xy + 3y^2$ . . $4xy - 4y^2$

$\overline{x+3y} \times \overline{x+5y} = x^2 + 8xy + 15y^2$ . . $4xy + 12y^2$

$\overline{4xy-12y^2} \times \overline{4xy+12y^2} = 16x^2y^2 - 144y^4$

$\overline{4xy-4y^2} \times \overline{4xy+4y^2} = 16x^2y^2 - 16y^4$

mult.

komt $256x^4y^4 - 2560x^2y^6 + 2304y^8$
$= 27143424$.

$\overline{x-5y} \times \overline{x+5y} = x^2 - 25y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x+3y} = x^2 - 9y^2$ verschil $16y^2$

$\sqrt{x-y} \times \sqrt{x+y} = x^2 - y^2 \ldots\ldots 8y^4$

$128y^4 = 648.$

$2x^4$

$256x^4y^4 = 1296x^4$

$128y^4 = 648$

$64y^4 = 324$

$\sqrt{}$

$8y^2 = 18 \ldots\ldots\ldots 4y^4 = 9$

$\sqrt{}$

$2\frac{2}{3}$ $\qquad 2y = 3$

$y = 1\frac{1}{2}.$

$20y^2 = 45$

$128y^4 = 648$

$2560y^6 = 29160$

x^2

$2560x^2y^6 = 29160x^2$

$128y^4 = 648$

8

$16y^4 = 81$

$2y^4 = 10\frac{1}{8}$ *add.*

$18y^4 = 91\frac{1}{8}$

$128y^4 = 648$ *mult.*

$2304y^8 = 59049.$

$256x^4y^4 = 1296x^4$

$-2560x^2y^6 = -29160x^4$

$2304y^8 = 59049$

$256x^4y^4 - 2560x^2y^6 + 2304y^8 = 1296x^4 - 29160x^4$

$+59049 = 27143424$

1296

$$81 \left\{ \begin{array}{l} 1296x^4 - 29160x^2 = 27084375 \\ 16x^4 - 360x^2 = 334375 \\ 45 = 2025 \\ 16x^4 - 360x^2 + 45 = 336400 \\ 4x^2 - 45 = 580 \\ 4x^2 = 625 \\ 2x = 25. \quad \text{Dus } x = 12\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

En y is $= 1\frac{1}{2}$, boven gevonden.

Ergo de begeerde *Progresſie* 5, 8, 11. 14, 17, 20.

LXII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *overëenkomt.*

Dewyl een *Mark Bruto* Goud aangenomen wordt tot 21 Karaat $11\frac{1}{2}$ Grein fyn, en een Mark fyn tot een vasten prys van 355 Gulden bepaald is, kunnen wy door eene eenvoudige Proportie-rekening de waarde van één Mark Bruto goud vinden: want

24 Kar. : 21 Kar. $11\frac{1}{2}$ Grein :: 355 Guld. : $324\frac{7}{8}$ Guld. zeer naby, voor de waarde van een Mark Bruto, die ſlechts $\frac{1}{32}$ gulden van de waare verſchilt, eene kleinigheid, die men in de Praktyk veilig mag verwaarloozen.

Nu merken wy aan.

1°. Dat wanneer men by 320 guldens 1½ prCent voegt, de ſom juist aan 324½ guldens gelyk is.

2°. Dat wanneer men de Marken Bruto Goud met 8 tot Oncen, deeze Oncen met 40 tot halve Penningen maakt, — hetzelve even is als of men de Marken Bruto Goud met 320 hadt vermeenigvuldigd.

3°. Dat wanneer men dus het voorgeſtelde getal Marken Bruto Goud met 8 tot Oncen, met 40 tot halve Penningen maakt, daar een perCent byvoegt, uit de laatſte de helft, de ſom deezer deelen zoo veel is, als of men het voorgeſtelde getal met 324½ hadt vermeenigvuldigd, uit kracht van de 1ſte en 2de Aanmerkingen.

Om nu te bepaalen hoe veel Guldens een zeker getal Marken Bruto Goud waardig zyn, moet 324½ Guldens met de Marken vermeenigvuldigd worden: dat is zoo veel maal genomen worden, als 'er Marken zyn: dit met de derde Aanmerking vergeleeken, behoeft niets meer van de deugdzaamheid des voorgeſtelden Regels gezegd te worden.

Wil men den Régel zelven door voorbeelden zien opgehelderd, men zie *Grauman* op de aangehaalde plaats.

LXIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS.

De Algemeene *Formule* van een *Poligonaal*-getal, welkers Wortel $= a$, en getal der hoeken $= n$ is, is $\frac{a^2n - 2a^2 - an + 4a}{2}$ (zie, *Oeffenſchool der Mathematiſche Weetenſchappen*; Iſte DEELS 1ſte Stuk. pag. 47.)

Stellende nu a, b, c, &c. achtereenvolgende voor a; en 3; 10, en 100, voor n; dan zyn:

De *Trigonalen* $\frac{aa+a}{2}$, $\frac{bb+b}{2}$, $\frac{cc+c}{2}$, enz.

hun ſom $\frac{aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.}{2}$

De *Decagonaalen* $4aa-3a$, $4bb-3b$, $4cc-3c$ &c.

hun ſom $4aa+4bb+4cc+\&c. - 3a-3b-(3c-\&c.$

De *Caſtagonaalen* $49aa-49a$, $49bb-48b$, $49cc-(48c$, &c.

hun ſom $49aa+49bb+49cc+\&c. - 48a-(48b-48c-\&c.$

Nu is door het Voorſtel

$$\frac{aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.}{2} = p$$

$$8$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.+4a+4b+4c+\&c. = 8p$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.-3a-3b-3c-\&c. = q$$

afg.

$$7a+7b+7c+\&c. = 8p-q$$

$$7$$

$$a+b+c+\&c. = \frac{8p-q}{7}$$

$$aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c. = 2p$$

afg.

$$aa+bb+cc+\&c. \ldots\ldots = \frac{6p+q}{7}$$

$$49$$

$$49aa+49bb+49cc+\&c. = 42p+7q$$

$$48a+48b+48c+\&c. = \frac{384p-48q}{7}$$

afg.

Dus $49aa+49bb+49cc+\&c.-48a-48b-48c-\&c.$

$$\left(= \frac{97q-90p}{7}\right.$$ De ſom der *Coſiegonaalen.*

AN-

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Wy zullen aan deeze Vraag eene algemeene Oplosſing poogen te geeven, waar van het voorgeſtelde ſlechts een enkel geval is. Ten deezen einde merk ik aan, dat alle *Polygonaal*-getallen in het algemeen tot deeze uitdrukking of *Formula* $Ay^2 - By$ behooren, waar in y de Wortel verbeeldt; dat de onderſcheidene naamen der *Polygonaalen* alleen afhangen van de veranderingen, die de *Coëfficienten* A en B ondergaan, en dat de naam des *Polygonaal*-getals gegeeven zynde, daar door de *Coëfficienten* A en B bekend worden.

Laaten nu $ry^2 - sy$, $ty^2 - uy$, $\mathfrak{C}y^2 - \dot{y}y$ drie onderſcheidene *Formulae* der *Polygonaal*-getallen verbeelden: de twee eerſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſommen gegeeven zyn, de laatſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſom gezocht wordt.

Indien men nu in elk deezer *Formulae* voor den Wortel y achtereenvolgens de grootheden a, b, c, d, enz. plaatst, zyn de drie *Polygonaalen* deezer grootheden 1°. $ra^2 - sa$, $rb^2 - sb$, $rc^2 - sc$, $rd^2 - sd$, enz. 2°. $ta^2 - ua$, $tb^2 - ub$, $tc^2 - uc$, $td^2 - ud$, enz. $\mathfrak{C}a^2 - \dot{y}a$, $\mathfrak{C}b^2 - \dot{y}b$, $\mathfrak{C}c^2 - \dot{y}c$, enz. Stellende nu $a + b + c + d +$ enz. $= S$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 +$ enz. $= S'$; dan is het klaar, dat

1°. $rS' - sS = p$.

2°. $tS' - uS = q$.

3°. $\mathfrak{C}S' - \dot{y}S = x$. de begeerde ſom.

Deeze waarde van x zal uit de bepaaling der waarden van S en S^{t}, die met behulp der twee eerſte *Equatien* opgelost worden, bekend zyn.

Nu hebben wy uit de twee eerſte *Equatien*

$$S' = \frac{sS+p}{r}$$

$$S' = \frac{uS+q}{t}$$

Derhalven $\frac{sS+p}{r} = \frac{uS+q}{t}$.

$$sSt+pt = rSu+rq$$

$$(ru-st)\times S = pt-rq$$

Derhalven $S = \frac{pt-rq}{ru-st}$

en $\frac{sS+p}{r} = S' = \frac{pu-sq}{ru-st}$.

Nu hebben wy $x = \zeta S' - \chi S = \zeta \times \frac{pu-qs}{ru-st} - \chi \times \left(\frac{pt-rq}{ru-st}\right)$ Q. E. I.

Laat ons nu deeze algemeene Oplosſing op twee byzondere gevallen toepaſſen.

I. Ge-

I. *Geval.* Indien gegeeven is de som der *Trigonaalen* en de som der *Quadraaten*: dan zal men met behulp der eigenschappen van de *Polygonaal*-getallen door rekening bevinden, dat $r = +\frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 1$, $u = 0$; dus $S = \frac{pt - rq}{ru - st} = \frac{p - \frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = 2p - q$, en $S' = \frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = q$. Nu zyn de waarden van ζ en γ in de *Pentagonaalen*, *Hexagonaalen*, *Heptagonaalen*, *Octagonaalen enz.* $1\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}$, 2 en 1, $2\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$, 3 en 2, $3\frac{1}{2}$ en $2\frac{1}{2}$, enz. en de sommen deezer *Polygonaalen* worden door deeze volgende *Formulae* uitgedrukt.

$1\frac{1}{2}q - \frac{1}{2} \times (2p - q)$
$2q - 0 \times (2p - q)$
$2\frac{1}{2}q - 1\frac{1}{2} \times (2p - q)$
$3q - 2 \times (2p - q)$
$3\frac{1}{2}q - 2\frac{1}{2} \times (2p - q)$

enz. voor de overige.

II. *Geval.* Laaten nu gegeeven zyn de som der *Trigonaalen*, en die der *Decagonaalen*, en laat gevischt worden de som der *Octogonaalen* te vinden: dan is $r = \frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 4$, $u = 3$, $\zeta = 49$ en $\gamma = 48$, en men verkrygt voor x, de som der *Octogonaalen*, deeze uitdrukking $49 \times \frac{3p + \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} - 48 \times \frac{4p - \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} = 49 \times \frac{6p + q}{7} - 48 \times \frac{8p - q}{7} = x$.

Laaten wy dit laatſte geval, dat het onze is, en eigenlyk in de vraag voorgeſteld was, door een voorbeeld in getallen opheldéren.

Voorbeeld in Getallen. Laaten van de getallen 1, 2, 3, 4, 5, gegeeven zyn de ſom der *Trigonaalen* 35, die der *Decagonaalen* 175: dan is in dit geval $p = 35$, $q = 175$ en $s = 49 \times \frac{6p+q}{7} - 48 \times \frac{8p-q}{7} = 49 \times \frac{6 \times 35 - 175}{7} - 48 \times \frac{8 \times 35 - 175}{7} = 1975$ = de ſom der *Coſiogonaalen*, dat elk beproeven kan, door de getallen 1, 2, 3, 4 en 5 *ſucceſſivelyk* tot *Trigonaalen*, *Decagonaalen* en *Coſiogonaalen* te verheffen, en van elk deezer Veelhoeks-getallen afzonderlyk de ſom te zoeken.

I. SCHOLION.

Het blykt allerduidelykst uit de Oploſſing der voorgaande vraag, dat het aantal n der getallen, a, b, c, d, enz. volſtrekt van den eisch der Vraag onafhanglyk is. — En hier uit leeren wy, dat uit de bepaalde grootheden p en q, welke in de Vraag bekend gegeeven zyn, die getallen zelven niet kunnen gevonden worden, ten ware het aantal dier *termen* of grootheden ſlechts twee zy: om dat alsdan de ménigte der onbekende grootheden het getal der gegeevene Vergelykingen evenaart. — Men merke ondertuſſchen wel op, dat zulks alléén doorgaa, in de onderſtelling, dat de grootheden a, b, c, d, enz. geen de minſte bekende betrekking tot elkan-

der

der hebben, of liever, dat die betrekking niet gegeeven zy: want, zoo men, by voorbeeld, onderſtelt, dat het getal der groothéden gegeeven is, en dat dezelve in eene *Arithmetiſche* of *Geometriſche Progreſſie* ſtaan; dan worden, gelyk aangetoond is, de ſom, en de ſom der *Quadraaten* van dezelve bekend: Hoe nu uit deeze bekendens de *Progreſſien* zelve gevonden worden, weet elk één, die zich de eerſte beginſelen der Stelkunde heeft eigen gemaakt; derhalven enz.

II. SCHOLION.

Men heeft in de Oplosſing reeds duidelyk aangetoond, dat indien de ſommen van twee onderſcheidene *Polygonaalen* van eenige getallen gegeeven zyn, de ſom van eenig ander *Polygonaal* dier getallen altyd kan gevonden worden; doch men zoude uit die bepaaling alléén te vergeefsch de ſom van eenig *Polygonaal* van één hooger geſlacht deezer getallen zoeken: want daar toe zou vereischt worden, dat men de ſom der *Cuben*, *Quadraats-Quadraaten*, *Vyfde*, *Zesde* magten, enz. bekend kreeg; naar dat de *Polygonaalen*, welker ſom men vinden moet, van het tweede, derde, vierde, enz. geſlacht zyn. — Indien men dan de ſom der *Polygonaalen* van het $m$de geſlacht bepaalen wil, is het noodig, dat de ſommen der eerſte, tweede, derde magten, tot de ſom

——de

der $m+1$ magt, bekend worden: eene waarheid, die een ieder, die op de uitdrukkingen of *Formulae* der *Polygonaalen* van hoogere geſlachten let, terſtond in het oog loopt; (*Zie Byv. op de Opl. van Voorſt.* 244. II. *Deel der Kunstoeff. pag.* 424,) en dus moeten 'er zoo veele Vergelykingen als onbekende grootheden in de Vraag te vinden zyn: namelyk $m+1$ Vergelykingen.

Dit gezegde zal veel licht byzetten tot de Oplossing van andere Vraagen, die zeer ingewikkeld zyn, en tot het soort van deeze onze opgeloste behooren. Zeer gaerne zouden wy nog het een en ander hier byvoegen, indien ons de tyd zulks toeliet; dan wy zullen in het vervolg gelegenheid genoeg hebben, om over die stof nog één en ander te zeggen.

LXIV. VOORSTEL. *Fig.* 36.

Door C. Breevilt, *waar mede* J. de Gelder, J. Scheffer, H. Veen, J. van der Oort, J. van Twisk, K. Aker, *en de* Opgeever *overeenkomen.*

$$AD = AB - BC = 4$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{AB - BC}^2 = 16 \ldots \\ \triangle ABC = \dfrac{AB \times BC}{2} = 96 \\ 4AB \times BC = 768 \end{array}\right\} \text{Verg. } \times 8$$

$$\overline{AB + BC}^2 = 784$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\begin{array}{l} AB + BC = 28 \\ AB - BC = 4 \end{array} \quad \text{Verg. en afg.}$$

$$2AB = 32, \text{ en } 2BC = 24$$

$$:2$$

$$AB = 16, \text{ en } BC = 12$$

Der-

LXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN DER OORT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. SCHEFFER, *en* H. VEEN *overeenkomen.*

Steld voor de *Progressie*

$x-5y, x-3y, x-y, x+y, x+3y$, en en $x+5y$.

$\overline{x-5y} \times \overline{x-3y} = x^2 - 8xy + 15y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x-y} = x^2 - 4xy + 3y^2$ rest $4xy - 12y^2$

$\overline{x-y} \times \overline{x+y} = x^2 \qquad - y^2 \;..\; 4xy - 4y^2$

$\overline{x+y} \times \overline{x+3y} = x^2 + 4xy + 3y^2 \;..\; 4xy - 4y^2$

$\overline{x+3y} \times \overline{x+5y} = x^2 + 8xy + 15y^2 \;..\; 4xy + 12y^2$

$\overline{4xy-12y^2} \times \overline{4xy+12y^2} = 16x^2y^2 - 144y^4$

$\overline{4xy-4y^2} \times \overline{4xy+4y^2} = 16x^2y^2 - 16y^4$

mult.

komt $256x^4y^4 - 2560x^2y^6 + 2304y^8$
$(= 27143424.$

$\overline{x-5y} \times \overline{x+5y} = x^2 - 25y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x+3y} = x^2 - 9y^2$ verschil $16y^2$

gonaal-getal, waar van x de Wortel is; dan is AC $= \frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x$, en AB $= \frac{BC + AC}{2} = \frac{1}{2} x^2 + x$; hier uit is $AB^2 = \frac{1}{4} x^4 + x^3 + x^2$; daarenboven is $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (\frac{1}{2} x^2 + 1\frac{1}{2} x)^2 - (\frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} x)^2 = x^3 + 2 x^2$. Dit verschaft ons nu de volgende Vergelyking:

$$\frac{1}{4} x^4 + x^3 + x^2 = x^3 + 2 x^2$$

$$\text{of } \frac{1}{4} x^4 + x^2 = 2 x^2$$

$$\frac{1}{4} x^4 = x^2$$

$$\sqrt{}$$

$$\frac{1}{2} x^2 = x$$

$$x$$

$$\frac{1}{2} x = 1$$

$$2$$

$$x = 2$$

Waar uit BC $= 4$
AC $= 5$

en AB $= 4$, de zyden des begeerden rechthoekigen Driehoeks ABC gevonden worden.

LVI. VOOR-

LXVI. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, J. VISSER, J. SCHEFFER, H. VERN, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER.

Stel het getal der Maanden x, en het Jaartal y; dan is de *datum* der loopende Maand $31 - x$.

Van het *Quadraat* des *datums* der loopende Maand $961 - 62x + xx$ dat van het aantal der Maanden afgetrokken xx, heeft men

$$961 - 62x = 589$$

dus $62x = 372$

of $x = 6$, het getal der Maanden, dat is de Maand Juny, en $31 - x = 25$, het aantal der dagen van de loopende Maand, waar uit 5 de Wortel is.

Nu moet nog het Jaartal bepaald worden. Volgens het gevondene is de ſom der loopende Maand en de *radix* des *datums* $6 + 5 = 11$.

dus $11y = 5y + 10350$

$6y = 10350$

$y = 1725$.

Waar

Nu is door het Voorſtel

$$\frac{aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.}{2}=p$$

$$8$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.+4a+4b+4c+\&c.=8p.$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.-3a-3b-3c-\&c.=q$$

$$\text{afg.}$$

$$7a+7b+7c+\&c.=8p-q$$

$$7$$

$$a+b+c+\&c.=\frac{8p-q}{7}$$

$$aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.=2p \quad \Big\} \text{ afg.}$$

$$aa+bb+cc+\&c. \ldots\ldots=\frac{6p+q}{7}$$

$$49$$

$$49aa+49bb+49cc+\&c. \quad =42p+7q$$

$$48a+48b+48c+\&c.=\frac{384p-48q}{7}$$

$$\text{afg.}$$

Dus $49aa+49bb+49cc+\&c.-48a-48b-48c-\&c.$

$$\left(=\frac{97q-90p}{7}\right.$$ De ſom der *Coſiogonaalen.*

AN-

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Wy zullen aan deeze Vraag eene algemeene Oplosſing poogen te geeven, waar van het voorgeſtelde ſlechts een enkel geval is. Ten deezen einde merk ik aan, dat alle *Polygonaal*-getallen in het algemeen tot deeze uitdrukking of *Formula* $Ay^2 - By$ behooren, waar in y de Wortel verbeeldt; dat de onderſcheidene naamen der *Polygonaalen* alleen afhangen van de veranderingen, die de *Coëfficienten* A en B ondergaan, en dat de naam des *Polygonaal*-getals gegeeven zynde, daar door de *Coëfficienten* A en B bekend worden.

Laaten nu $ry^2 - sy$, $ty^2 - uy$, $\mathfrak{C}y^2 - \gamma y$ drie onderſcheidene *Formulae* der *Polygonaal*-getallen verbeelden: de twee eerſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſommen gegeeven zyn, de laatſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſom gezocht wordt.

Indien men nu in elk deezer *Formulae* voor den Wortel y achtereenvolgens de grootheden a, b, c, d, enz. plaatst, zyn de drie *Polygonaalen* deezer grootheden 1°. $ra^2 - sa$, $rb^2 - sb$, $rc^2 - sc$, $rd^2 - sd$, enz. 2°. $ta^2 - ua$, $tb^2 - ub$, $tc^2 - uc$, $td^2 - ud$, enz. $\mathfrak{C}a^2 - \gamma a$, $\mathfrak{C}b^2 - \gamma b$, $\mathfrak{C}c^2 - \gamma c$, enz. Stellende nu $a + b + c + d +$ enz. $= S$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 +$ enz. $= S'$; dan is het klaar, dat

1°. $rS' - sS = p$.

2°. $tS' - uS = q$.

3°. $\mathfrak{C}S' - \gamma S = x$. de begeerde ſom.

Deeze waarde van x zal uit de bepaaling der waarden van S en S', die met behulp der twee eerſte *Equatien* opgelost worden, bekend zyn.

Nu hebben wy uit de twee eerſte *Equatien*

$$S' = \frac{sS+p}{r}$$

$$S' = \frac{uS+q}{t}$$

Derhalven $\frac{sS+p}{r} = \frac{uS+q}{t}$.

$$stS+tp = ruS+rq$$

$$(ru-st)\times S = pt-rq$$

Derhalven $S = \frac{pt-rq}{ru-st}$

en, $\frac{sS+p}{r} = S' = \frac{pu-sq}{ru-st}$.

Nu hebben wy $x = \zeta S' - \gamma S = \zeta \times \frac{pu-qs}{ru-st} - \gamma \times \left(\frac{pt-rq}{ru-st}\right)$ Q. E. I.

Laat ons nu deeze algemeene Oplosſing op twee byzondere gevallen toepaſſen.

I. Ge-

I. *Geval.* Indien gegeeven is de ſom der *Trigonaalen* en de ſom der *Quadraaten*: dan zal men met behulp der eigenſchappen van de *Polygonaal*-getallen door rékening bevinden, dat $r = +\frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 1$, $u = 0$; dus $S = \frac{pt - rq}{ru - st} = \frac{p - \frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = 2p - q$, en $S' = \frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = q$. Nu zyn de waarden van ζ en γ in de *Pentagonaalen*, *Hexagonaalen*, *Heptagonaalen*, *Octagonaalen enz.* $1\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}$, 2 en 1, $2\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$, 3 en 2, $3\frac{1}{2}$ en $2\frac{1}{2}$, enz. en de ſommen deezer *Polygonaalen* worden door deeze volgende *Formulae* uitgedrukt.

$$1\tfrac{1}{2}q - \tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$
$$2q - 0 \times (2p - q)$$
$$2\tfrac{1}{2}q - 1\tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$
$$3q - 2 \times (2p - q)$$
$$3\tfrac{1}{2}q - 2\tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$

enz. voor de overige.

II. *Geval.* Laaten nu gegeeven zyn de ſom der *Trigonaalen*, en die der *Decagonaalen*, en laat geeiſcht worden de ſom der *Octogonaalen* te vinden: dan is $r = \frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 4\frac{1}{2} - u = 3$, $\zeta = 49$ en $\gamma = 48$, en men verkrygt voor x, de ſom der *Octogonaalen*, deeze uitdrukking $49 \times \frac{3p + \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} - 48 \times \frac{4p - \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} = 49 \times \frac{6p + q}{7} - 48 \times \frac{8p - q}{7} = x$.

+ $\angle$ BEe = $\angle$ BdE + $\angle$ EBd = *recht* 32 *Prop.* 1 B. en gaat van deeze $\angle$ BdE = $\angle$ dEe (die gelyk zyn; om dat $\angle$ ABC = $\angle$ eDE = $\angle$ dEe = $\angle$ deE = 60° is 32 *Prop.* 1 B.) afgenomen, is $\angle$ BEf = $\angle$ eBE; dus Be = Ee, 5 *Prop.* 1 B.: maar dE = Ee = de: 4. 1 B. 15 *Def.*; dus Be = de = eD, waar uit 3 Be = BD.

Dat te bewyzen was.

Hier uit volgt nu deeze Oplosſing.

Be is gegeeven gelyk 21, Dus de middellyn De = 3 Be = Be = 2 Be = 42. Voorts is volgens de proportie van *Archimedes*,

$$7 : 22 :: 42 : x = \frac{22 \times 42}{7} = 6 \times 22 + 12 = 144$$

den omtrek des ingeſchreeven Cirkels.

Eindelyk $14 : 11 :: 42 \times 42 : x = \frac{11 \times 42 \times 42}{14}$

$= \frac{3 \times 11 \times 42}{1} = 1386$ den inhoud des ingeſchreeven Cirkels.

Dat te vinden was.

AN-

ANDERS.

Door A. VREEDE.

De lyn BD tot het punt D in de zyde AC verlengd, dan is BD loodregt op AC, en 't punt D 't raakpunt des *Cirkels dE*, tot het raakpunt getrokken, fnydt de zyde BA in tweeën gelyk.

Steld de zyde $BA = 2x$;
dan is $BE = DC = x$,
en de *perpend.* $BD = \sqrt{3}.x$.

De $\square$ DB $= 21\sqrt{3}.x = \square$ BE xx (36 *P. III. B. Euclid.*)

x

$x = 21\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{3}.x = 63$ BD

21 B

42 *e* D, de *Diameter.*

7 : 22 :: *e* D (*Diam.*) : de omtrek des *Cirkels.*

of 7 : 22 :: 42 : de omtrek

koms 132 de omtrek,

en $\frac{42}{2} \times \frac{132}{2} = 1386$ de inhoud des *Cirkels* P.

Dat te vinden was.

LXXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *en nog anders door* C. BREEVILT, J. DE GELDER, H. DRESSELHUIS, J. SCHEFFER, S GRAAF, J. VAN TWISK en K. AKER.

De begeerde deelen zyn x en y.

$$x+y=a$$
$$xx+2xy+yy=a^2$$
$$x^2+y^2=-2xy+a^2$$
$$x^3y+xy^3=-2x^2y^2+a^2xy.$$

De som der Teerl. is x^3+y^3
de som der *Quadraaten* $xx+yy$
mult.
komt $x^4+x^3y^3+x^2y^2+y^4=b$.

$$x+y=a$$
$$x^4-x^3y+2x^2y^2-xy^3+y^4=\frac{b}{a}$$
$$x^4+2x^2y^2+y^4=x^3y+xy^3+\frac{b}{a}$$
$$x^2+y^2=\sqrt{x^3y+xy^3+\frac{b}{a}}=-2xy+a^2$$
$$x^3y+xy^3+\frac{b}{a}=4x^2y^2-4a^2xy+a^4$$
$$x^3y+$$

$$a^3y + xy^3 = -2x^2y^2 + a^2xy = 4x^2y^2 - 4a^2xy + a^4 = \frac{b}{a}$$

$$6x^2y^2 - 5a^2xy = \frac{b}{a} - a^4$$

$$6$$

$$a^2y^2 - \frac{5}{6}a^2xy = \frac{b}{6a} - \frac{1}{6}a^4.$$ Een

(vierk. *Æquatie.*

$$\left| \frac{5}{12}a^2 \right|^2 = \frac{25}{144}a^4$$

$$a^2y^2 - \frac{5}{6}a^2xy + \frac{5}{12}a^2 \Big| = \frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4$$

$$V$$

$$xy - \frac{5}{12}a^2 = \pm V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right).$$

$$xy = \frac{5}{12}a^2 \pm V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right).$$

Maar xy, 't vermenigvuldigde der deelen, kan niet meer dan $\frac{1}{4}a^2$ zyn, gevolglyk kan het dubbeld teken alleenlyk $-$ zyn, en de waarde van $xy =$

$$\frac{5}{12}a^2 - V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right).$$

Stelle $xy = \frac{5}{12}a^2 - \sqrt{\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4} = c$.

$4xy = 4c$

$x^2 + 2xy + y^2 = a^2$ — subst.

$x^2 - 2xy + y^2 = a^2 - 4c$

$\sqrt{\quad}$

$x - y = \sqrt{a^2 - 4c}$

$x + y = a$ — add. en subst.

$2x = a + \sqrt{a^2 - 4c}$, en $2y = a - \sqrt{a^2 - 4c}$

2

komt $x = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$, en $y = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$

} de begeerde deelen.

Laat het gegeeven getal $a = 12$ zyn.
$b = 34632$.

Dan is $\frac{5}{12}a - \sqrt{\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4} = c = 35$.

Komt $x = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2} = 7$

$y = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2} = 5$

} de deelen.

Dat te vinden was.

AAN-

AANMERKING VAN DEN OPGEEVER.

Daar veelligt iemand zou kunnen denken, dat ik my in de Noot op dit Voorſtel eenigzins te ſcherp uitgedrukt hebbe, zo als my reeds vóór eenigen tyd door eenen myner Vrienden, en tevens Lid van dit Genootſchap, is voorgehouden, acht ik my verpligt my in dat opzicht te rechtvaerdigen, door allerduidelykst aan te toonen, dat niet zoo zeer myne drift-ten, als wel de voorbaarige oordeelveliing van een zich zo noemend Genootſchap van Liefhebbers der Wiskunde (in hunne *uitgewerkte* P. VENEMA'S ALGEBRA) over eenen Leerregel, die zy toonen zelven niet te verſtaan, my genoopt hebben voor de eere van P. VENEMA op te komen; en wyders te betoogen, dat zy beter gedaan hadden zich nog eenigen tyd van de leſen eens kundigen Meesters te bedienen, dan eenen last op hunne ſchouders te leggen, die zy niet kunnen torſen, en eenen taak over te neemen, waar toe zy geene de minſte bekwaamheid hebben.

VENEMA zegt in zyne ALGEBRA pag. 28, Voorſt. 9: *De √ uit* 7000, *komt* BYNA 83 $\frac{111}{166}$. Elk die eenigzins regelmaatig heeft leeren denken, begrypt in den eerſten opſlag, dat het woord BYNA eene onvolmaaktheid inſluit, en dat VENEMA hier te kennen geeft, dat uit 7000 geen volkomen Wortel te vinden is: echter ontziet zich dat Genootſchap niet deezen Autheur in 't openbaar te hoonen, door de volgende ſchampere aanmerking by gelegenheid van het evengemelde Voorſtel te berde te brengen (*zie hun Werk* pag. 48).

„ Onzen Autheur ſchynt gemeend te hebben, dat
„ 'er geen *irrationaale getallen* zyn. Want hy trekt,
„ naar zyn gevoelen, den Wortel in geheelen en
„ deelen uit allerlei getallen, op deeze wyze: hy
„ trekt den Wortel uit de voorgeſtelde grootheid;
„ blyft 'er iets over, ſtelt hy, dat dit de teller van
„ een Breuk is, wiens noemer tweemaal meer een-
„ heden bevat, dan het Wortelgetal geheelen heeft."

Voorts tracht dat Genootſchap, door zyne verdere redeneering, de Leezers in den waan te brengen, dat VENEMA ſchynt gemeend te hebben, dat een aldus benaderde Wortel de waare Wortel uit het voorgeſtelde getal is: ik heb dit voorgeeven hier boven reeds met de eigene woorden van den Autheur gelogenſtraft; dus komt het 'er nu nog maar op aan te toonen, dat de benadering, waar van VENEMA gebruik maakt, op eenen Wiskundigen grond gevestigd is.

Laat dus $aa + b$ de algemeene uitdrukking van eene *irrationaale* grootheid zyn, waar uit de Wortel niet anders als door benadering getrokken kan worden; dan is a het *Quotient* der Worteltrekking, en b het overblyvende getal, en dus volgens VENEMA de Wortel $= a + \frac{b}{2a}$.

Maar de Wortel uit $aa + b$ in eene *Series* uitgedrukt, door uit de evengemelde grootheid daadelyk den Wortel te trekken, is

$$a + \frac{b}{2a} - \frac{b^2}{8a^3} + \frac{b^3}{32a^5} - \frac{b^4}{128a^7} + \frac{b^5}{512a^9} - \&c.$$

Welke *Séries*, wat de twee eerſte *Termen* belangt, de zelfde is waar van VENEMA zich bediend heeft; weshalven zyne Leerwyze niets ongerymds insluit, maar op eenen Wiskundigen grond ſteunt. Dat zyn gevondene Wortel niet zeer naauwkeurig is, moet daar aan toegeſchreeven worden, dat hy de *Séries* ſlegts tot twee *Termen* voortzet; daar hy, om nader tot de waarheid te komen, meerdere *Termen* hadt moeten gebruiken. Dat echter de Decimaal-Rekening hier toe een gereeder weg is, behoefde ons het gemelde Genootſchap niet te onderrichten, vermits ik zulks in myne *Inleiding tot de Mathematiſche Weetenſchappen*, vóór eenige Jaaren in druk gegeeven, vry wat duidelyker dan die Liefhebbers der Wiskunde in hunne misgeboorte heb aangetoond.

VEN

Dat hun Werk een misgeboorte is, blykt onder anderen duidelyk in hunne Ontbindingen der Voorſt. 97, 98, 99, 100 (*), 101, 102, en 103 van de *Simpele Vergelykingen*, waar in zy één der Onbekenden, die niet als uit eene gegronde bewerking bepaald kan worden, in den beginne hunner bewerkinge raadender wyze onderſtellen; hebbende zy zelfs de domme vrymoedigheid, om aan het einde hunner Ontbindinge van Voorſtel 97 tot onderrichting, of liever verwarring, by te voegen: *Wanneer in een Voorſtel drie onbekenden gevonden worden, moet men een derzelven ſtellen.*

Wat moet men al verders van de bekwaamheid dier Liefhebbers denken, als zy aan het einde van Voorſt. 217 der *Vierhants-Vergelykingen* pag. 269, den Leezer vryheid geeven, om eene valſche ſtelling te doen, als een getal daar door *rationaal* wordt; terwyl zy niet eens bezeffen, dat de bedoelde ſtelling niets minder dan valſch is, en openlyk hunne onkunde aan den dag leggen van niet te weeten, dat elke Vergelykinge zoo veel Wortelen heeft, als de *Exponent* der hoogſte magt van die Vergelykinge uitdrukt?

Andere ongerymde ſtellingen en verkeerde begrippen, welke in dat Werk overvloedig voor handen zyn, gaa ik ſtilzwygende voorby.

LXXII. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, *waar mede de* OPGEEVER, J. DE GELDER, J. PAUW, K. AKER, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, S. GRAAF, *en* J. VISSER *overëenkomen.*

Stel het getal $= x$.

Dan

(*) Dit laatſte Voorſtel is volkomen bepaald, en dus ten onrechte onder de onbepaalde Voorſtellen geplaatst. Echter vinden deeze Liefhebbers goed het Voorſtel als onbepaald te beſchouwen; zeggende, als naar gewoonte, ſtel $y = 3$.

Dan is $\frac{xx+x}{2} = \frac{x \times xx+x}{20}$

$xx+x = \frac{xxx+x}{10}$ 20

$10 = x$

Derhalven 't begeerde getal = 10.

LXXIII. VOORSTEL. Fig. 40.

Door C. BREEVILT, *en* J. PAUW, *maar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

Verleng AB tot in K, zoo dat AK = AC is, en voeg CK te saamen; dan is

$\angle A + \angle K + \angle ACK = 180^{\circ}$
$\angle A \ldots\ldots = 59^{\circ}\ 29'$ afg.
$\angle K + \angle ACK = 120^{\circ}\ 31'$
2
$\angle K = \angle ACK = 60^{\circ}\ 15'\ 30''$

Nu is BC : *Sinus* $\angle$ K :: BK : *Sin.* $\angle$ BCK
14 : 86827 :: 2 : *Sin.* $\angle$ BCK

komt *Sin.* $\angle$ BCK = 12404
dus $\angle$ BCK = 7° 7' 30" } afg.
$\angle$ ACK = 60° 15' 30" }

$\angle ACB = 53^{\circ}\ 8'$

Wederom *Sin.* $\angle$ A : AC :: *Sin.* $\angle$ ACB : AB
86148 : 14 :: 8000 : AB

Komt AB = 13
AC − AB = 2

AC = 15

AN-

ANDERS. *Fig.* 41.

Door J. DE GELDER.

Zy ABC als vooren de begeerde Driehoek, maak in denzelven AB = AK en trek de rechte lyn BD; dan is ∠ ABK = ∠ AKB 4 *Prop.* 1 *B.*, en ∠ CKB = ∠ A + ∠ ABK = ∠ A + ½ *Supp.* ∠ A; dewyl nu ∠ A bekend gegeeven is, is ook deszelfs *Supplement*, en ∠ A + ½ *Suppl.* ∠ A bekend gegeeven; daarenboven zyn CK = AC − AB, en CB, (*Const.* en *Voorst.*) bekend gegeeven. In den Driehoek BCK zyn dus drie termen bekend, en 't lede overige; dus ook ∠ C en ABC zyn bekend; en door deezen, met behulp van ∠ A en BC, in △ ABC de zyden AB en AC.

In dit Voorſtel is ∠ A = 59° 19', BC = 14, CK = 2; dus *Sup.* ∠ A = 120° 31' en ½ S. ∠ A = 60° 15½'.

Nu is BC : CK :: S. ½ *Supp.* ∠ A : S. ∠ CBK.

9, 9386553
0, 3010300

10, 2396853
1, 1461280

9, 0935573 = *Log.* S. ∠ CBK = 7° 7½'

Maar ∠ ABK = 60° 15½

Dus ∠ CBK + ∠ ABK = 67° 23' = ∠ ABC.

Wederom is S. ∠A : S. ∠ABC :: BC : AC

1,	1461280	
9,	9652480	
11,	1113760	
9,	9352459	
1,	1761301	= N. *Log.* 15,0014 = AC
	hier	2 = CK afn.
		blyft 13,0014 = AB.

LXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *en* J. VAN TWISK.

1. Zoo de ſtof door het Water niet beſchadigd wordt, kan men het Lighaam in een vierkante Bak onder het Water dompelen, en door het opryzen des Waters den Inhoud ligtelyk vinden. Of de Bak zoo Waters zynde, kan men het uitgeloopen Water meeten, welks uitgebreidheid met die van het ingedompeld Lighaam zal overeenkomen.

2. Zoo het geen Water lydt, zonder nadeel kan men, in plaats van Water, fyn zand gebruiken.

3. Men zou ook, door eenige kleevende ſtof daar aan te hechten, hetzelve tot een geſchikt Lighaam kunnen vormen, den Inhoud daar van berekenen, als mede van de bygevoegde ſtoffe, en 't laatſte van het eerſte trekken, de reſt zal de Inhoud zyn.

4. Zoo de ſoortelyke zwaarte der ſtoffe bekend is, kan men het Lighaam weegen, en vervolgens, door rekening, den Inhoud ligtelyk vinden.

NB. *De*

NB. *De fraaije Verhandeling van* J. DE GELDER *over dit Voorſtel zullen wy voor het* MENGELWERK *beſpaaren.*

LXXV. VOORSTEL. *Fig.* 42.

Door den OPGEEVER.

Beſchryf uit A *Perpend.* op EF den boog AG, en uit het midden D van den *Baſis* AB den boog DG, zodanig dat dezelve aan den boog DE gelyk zy. Snydt alsdan op den grootſten Cirkel ECF uit F den boog FC = AG af, en voeg de punten A en B met C door boogen van grootſte Cirkelen te ſaamen, zo is ABC de begeerde Driehoek.

BEWYS.

Men ſtelle EA = *a*, EB = *b*, EC *z*, en den hoek AEC = *s*, zo is eerſtelyk $AD = \frac{b-a}{2}$ en $ED = \frac{b+a}{2}$. In den rechthoekigen Driehoek DAG is *Cof.* DG = *Cof.* ED = *Cof.* AD. *Cof.* AG; by gevolg

$$Cof.\ AG = \frac{Cof.\ ED}{Cof.\ AD} = \frac{Cof.\ \frac{b+a}{2}}{Cof.\ \frac{b-a}{2}}.$$ Dus moet beweezen worden, dat ook *Cof.* FC = *Cof.*

$$\frac{Cos.\frac{b+a}{2}}{Cos.\frac{b-a}{2}}$$ zal zyn, wanneer de Inhoud des Driehoeks ABC tot een *Maximum* gemaakt wordt.

Wanneer men den Inhoud des Driehoeks EBC door X, en den Inhoud des Driehoeks EAC door Y uitdrukt, zo is de oppervlakte des gezochten Driehoeks ABC $=$ X $-$ Y. Deeze moet een *Maximum* zyn; by gevolg $dX - dY = 0$.

Als men hier den gewoonen weg wilde inslaan, om den Inhoud der beide Driehoeken door de bekende uitdrukkingen te zoeken, en de *Differentiaalen* te neemen, zoude men tot *Formulen* komen, welke den arbeidzaamsten Rekenaar zouden afschrikken. De volgende Methode zal ons op eene zeer gemaklyke wyze tot het oogmerk brengen.

Trek naar het punt c, oneindig dicht by het punt C, uit A en B de boogen Ac en Bc, zo verkrygt men twee *Elementaire* Driehoeken CAc en CBc, welkers Inhoud het *Differentiaal* des Inhouds van de Driehoeken ECA en ECB is; dus CAc $=$ dY, en CBc $= dX$.

Nu beschouwen wy eerstelyk den Driehoek CAc, wiens Inhoud, als men den hoek CAc $= d\omega$, en den boog AC $= p$ stelt, uitgedrukt wordt door $d\omega\,(1 - Cos.\,p.)$

Men neeme den hoek ECA $= \varphi$; dan is in den Driehoek CAc; $dz : d\omega = Sin.\,p : Sin.\,\varphi$. Dus is ook $d\omega\ Sin.p = dz\ Sin.\varphi$; of $d\omega = \frac{dz\ Sin\ \varphi}{Sin.\,p.}$

by gevolg $dY = \frac{dz\ Sin.\,\varphi\ (1 - Cos\ p)}{Sin.\,p.}$.

Om

Om den boog p en den hoek φ uit deeze uitdrukking te doen verdwynen, beſchouwen wy den Driehoek EAC, waar in wy hebben

$$Sin.\ a : Sin.\ \varphi = Sin.\ p : Sin.\ \alpha, \text{ en}$$

$$Cof.\ p = Cof.\ a\ Cof.\ z + Sin.\ a\ Sin.\ z.\ Cof.\ \alpha.$$

De laatſte Evenredigheid geeft $Sin.\ \varphi = \frac{Sin.\ a.\ Sin.\ \alpha.}{Sin\ p.}$,

en dienvolgens wordt

$$dY = \frac{dz\ Sin.\ a\ Sin\ \alpha\ (1 - Cof.\ p)}{Sin.\ p^2}$$

$$\text{of } dY = \frac{dz\ Sin.\ a\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof.\ p} = \frac{dz\ Sin\ a\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof.\ a\ Cof.\ z + Sin.\ a\ Sin.\ z\ Cof.\ \alpha}.$$

Daar nu in deeze uitdrukking ſlegts de boogen a en z, nevens den hoek α voorkomen, en de Driehoek EBC = X van den Driehoek EAC = Y eenig en alleen in den *Baſis* onderſcheiden is, zo is het klaar dat men dX bekomt, als men in dY, in plaats van a, b ſchryft. Dienſvolgens is het onnoodig de zelfde rekening voor den Driehoek CBc te herhalen, vermits

$$dX = \frac{dz\ Sin.\ b.\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof.\ b.\ Cof.\ z + Sin.\ b.\ Sin.\ z.\ Cof.\ \alpha}.$$

Ingevolge de Conditie van den grootſten Inhoud, moet nu $dX - dY = 0$ zyn. Hier uit ontſtaat de volgende Vergelyking, als men naamelyk door $dz\ Sin\ \alpha$ gedeeld heeft:

$$0 =$$

$$0 = \frac{Sin.\ b}{1 + Cos.\ b\ Cos.\ z + Sin.\ b\ Sin.\ z.\ Cos.\ a} - \frac{Sin.\ a}{1 + Cos.\ a\ Cos.\ z + Sin.\ a.\ Sin.\ z.\ Cos.\ a}, \text{ of}$$

$$Sin.\ b + Cos.\ a.\ Cos.\ z.\ Sin.\ b + Sin.\ a.\ Sin.\ b.\ Sin.\ z. - Sin.\ a - Sin.\ a.\ Cos.\ z.\ Cos.\ b - Sin.\ a.\ Sin.\ b.\ Sin.\ z. \left\{ \begin{matrix} Cos.\ a \\ Cos.\ a \end{matrix} \right\} = 0.$$

Welke Vergelyking gemaklyk tot de volgende min ingewikkelder Vergelykinge herleid wordt:

$Sin.\ b - Sin.\ a - Cos.\ z.\ Sin.\ (a - b) = 0$, en uit welke voor $Cos.\ z$ de volgende Waarde gevonden wordt:

$$Cos.\ z = \frac{Sin.\ b - Sin.\ a}{Sin.\ (a - b)}.$$

Eindelyk, naardien $Sin.\ b - Sin.\ a = 2\ Sin.\ \frac{b-a}{2}$, $Cos.\ \frac{b+a}{2}$, en $Sin.\ (a-b) = -2\ Sin.\ \frac{b-a}{2}$. $Cos.\ \frac{b-a}{2}$ is, zo wordt

$$Cos.\ z = Cos.\ EC = \frac{Cos.\ \frac{b+a}{2}}{Cos.\ \frac{b-a}{2}}, \text{ en by gevolg}$$

Cos.

$$Cos.\,FC = -Cos.\,EC = +\frac{Cos.\,\frac{b+a}{2}}{Cos.\,\frac{b-a}{2}}.$$

Dat te bewyzen was.

I. SCHOLIUM.

Vermits $Cos.\,FC = \frac{Cos.\,\frac{b+a}{2}}{Cos.\,\frac{b-a}{2}}$ is, zo wordt $\frac{1 - Cos.\,FC}{1 + Cos.\,FC} =$

$$\frac{Cos.\,\frac{b-a}{2} - Cos.\,\frac{b+a}{2}}{Cos.\,\frac{b-a}{2} + Cos.\,\frac{b+a}{2}},\ \text{of } Tang.\,\tfrac{1}{2}\,FC =$$

$$\sqrt{\frac{Cos.\,\frac{b-a}{2} - Cos.\,\frac{b+a}{2}}{Cos.\,\frac{b-a}{2} + Cos.\,\frac{b+a}{2}}} = \sqrt{Tang.\,\tfrac{1}{2}\,a.\,Tang\,\tfrac{1}{2}\,k},$$

of $Cot.\,\frac{1}{2}\,EC = \sqrt{Tang.\,\frac{1}{2}\,EA.\ Tang.\,\frac{1}{2}\,EB}$. Dus is de *Cotangens* des halven-Boogs EC een Midden-evenredige tusschen de halve-Boogen EA en EB.

II. SCHO-

II. SCHOLIUM.

Wanneer de punten A en B even ver verwyderd zyn van de doorsnydingspunten der beide grootste Cirkelen E en F, zo dat ED en FD *Quadranten* worden, zo is *Cos.* EC = *Cos.* FC = 0, en dus EC = FC = 90°. Dus zal de gezochte Driehoek in dit geval gelykbeenig zyn.

I. AANMERKING.

Het is merkwaardig, dat de grootte des Boogs EC of FC in 't geheel niet afhangt van de neiging der beide grootste Cirkelen, maar enkel en alleen door de Boogen EA en EB bepaald wordt.

II. AANMERKING.

Op eene der te vooren aangemerkte overeenkomstige wyze, doch veel gemakkelyker, laat zich het punt C zodanig bepaalen, dat de som der beide zyden AC + BC een *Maximum* of een *Minimum* wordt; in welk geval echter de neiging der beide grootste Cirkelen in aanmerking genomen moet worden.

LXXVI. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, J. DE GELDER, J. VISSER, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., J. RUYTER, K. AKER, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER.

Aantal Potten 72

2

Aan-

Aantal Koopen 36
min 1

is 35
geduurige opklimming .. 2 Penn.

Verſchil tuſſchen de eerſte en laatſte 70 Penn.
de eerſte ..... 1 "

de laatſte ... 71 "
de eerſte .... 1 "

te ſaamen ... 72 "
à meenigte ... 18 "
verm.
bedraagt 1296 Penn.
16

is 81 Stuiv.
bovendien 15 "

geheele Inkoop .... 96 Stuiv.
de Verkoop van 72 Potten à 2 St... 144 "

Wint dus ..... 48 Stuiv.

LXXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., C. BREEVILT, J. RUYTER, J. VISSER, J. SCHEFFER, S. GRAAF, K. AKER, *en de* OPGEEVER.

Stel voor de Rechthoekszyden des begeerden Driehoeks x en y, voor de ſchuinſe z; dan is

$$x + y + z = 12$$

Dus $x + y = 12 - z$

$x^2 + 2xy + y^2 = 144 - 24z + zz$
Maar $x^2 \ldots\ldots + y^2 = \ldots\ldots\ldots zz$

Derhalven $2xy \ldots\ldots = 144 - 24z$

$2xyz \ldots = 144z - 24zz = 120$

of $24zz - 144z = -120$

$24zz - 144z = -120$

$zz - 6z = -5$

$9 = 9$

$zz - 6z + 9 = 4$

$z - 3 = 2$

Dus $z = 5$

$zz = xx + yy = 25$

$2xy = 24 \left(= 144 - 24z \right)$

afgetr.

$xx - 2xy + yy = 1$

$x - y = 1$

$x + y = 7 \left(= 12 - z \right)$

Dus $2x = 8$, $2y = 6$

$x = 4$, $y = 3$

Derh. 3, 4, 5 de zyden des Driehoeks.

Dat is vinden was.

LXXVIII. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER, J. PAUW, K. AKER, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. SWITSER JANSZ., J. DE GELDER, C. BREEVILT, *en de* OPGEEVER.

Stel het getal der Jaaren na Christi Geboorte $= 2x$, het getal van de Jaaren des Ouderdoms $= y$.

Dan is $x + y = \left(878\frac{549}{730} = \right)\frac{641489}{730}$, en $\frac{1}{2}xy$

$\left(= 17159\frac{19391}{26645}\right.$

Dus $x^2 + 2xy + y^2 = \frac{411508137121}{532900}$, en $4xy =$

$\left(\frac{73155351360}{532900}\right.$

Derhalven $x + y = \frac{641489}{730}$

$x^2 + 2xy + y^2 = \frac{411508137121}{532900}$

$4xy \ldots\ldots = \frac{73155351360}{532900}$

afgetr.

$x^2 - 2xy + y^2 = \frac{338352785761}{532900}$

$\sqrt{}$

$$x-y=\frac{581681}{730}$$
$$x+y=\frac{641489}{730}$$
} Verg. en afgetr.

Komt $2x=\frac{1223317}{73}=1675\frac{42}{73}$

en $2y=\frac{59808}{730}$

x

$y=\frac{29904}{730}=40\frac{352}{365}$ Jaar; weshalven hy 40 Jaaren en 352 Dagen oud was.

AANMERKING.

Schoon de getallen voor de Uitkomst in alle de Ontbindingen de zelfde zyn, komen echter alle de Ontbinders in de bepaaling des tyds, toen K. L. FOPMA geſtorven is, niet overëen. De meesten van hun bepaalen dien tyd op den 29 July 1675, een ander op den 3 Augustus 1675; en de Opgeever ſtelt daarvoor (doch ten aanzien zyner Opgave abuſivelyk) den 11 Aug. 1684. Wy voor ons verklaaren ons voor de volgende Aanmerking van J. PAUW. „ Indien men den Breuk, die over is, in het Jaar „ zelf (naamelyk 1675) laat vallen, zo komt de „ Sterfdag op den 29 July 1675: doch zulks dunkt „ my niet waarſchynlyk te zyn; om dat het Jaar „ reeds vol zynde, de Breuk in hetzelve niet val„ len kan, maar noodzaakelyk tot het volgende „ Jaar

„ Jaar gebragt moet worden; en zo is dan het waa-
„ re Antwoord OVERLEEDEN OP DEN 28 JU-
„ LY 1676, om dat dit Jaar een Schrikkeljaar is,
„ waar in February 29 dagen heeft.“

LXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 43.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *en* C. BREEVILT *overëenkomen.*

Laat ACD de gegeeven *Parabool* zyn, AB de *As*, AP de *Parameter*, CD de grootſte *Applicaat* of *Baſis*, M het middelpunt van den ingeſchreeven Cirkel, die den *Parabool* in F en G raakt. Trek dan de *Normaals* MF, MG uit M, het middelpunt des ingeſchreeven Cirkels; dan zyn deeze rechthoekig en op den *Parabool* en op den Cirkel (*Toepaſſing der Algebra op de Hooge Meetkunde*, Kegelſ. §. 30); dus vallen zy in de punten F en G, waar de Cirkel den *Parabool* raakt. FM = GM = de *Normaal* van F of G; dus FG verëenigende, tot dat zy AB in N ſnydt, is FN = NG de *Applicaat* tot de *Abſciſſe* AN, en MN is de *Subnormaal* van F of G.

Noem nu AP, den *Parameter*, = p, AB = a, CB = d, en BM = x; dan is AM = $a - x$, en AN = AM − MN = $a - x - \frac{1}{2}p$, om dat de *Subnormaal* MN altyd gelyk is aan den halven *Parameter* (*Toep. der Alg. op de Hooge Meetk.*, Kegelſ. §. 35). Maar door de eigenſchap des *Parabools* is $\overline{FN}^2$ = AN, AP (*Ib.* §. 21), = $p \times (a - \frac{1}{2}p - x) = ap - \frac{1}{2}pp - px$. Hier $\overline{MN}^2 = \frac{1}{4}pp$ bygedaan, is $\overline{FM}^2 = ap - \frac{1}{4}pp - px$.

Derhalven $xp - \frac{1}{2}pp = px = xx$

of $xx + px + \frac{1}{4}pp = ap$

$x + \frac{1}{2}p = \sqrt{ap}$

Eindelyk $x = -\frac{1}{2}p + d$ (om dat $\sqrt{ap} = d$ is).

Waar uit blykt, dat de *Parameter*, *Abscisse* en grootste *Applicaat* of *Basis* van een *Parabool* tot de middellyn des ingeschreeven Cirkels zyn, als p, a, d tot $-\frac{1}{2}p + d$. Q. E. I.

I. GEVOLG.

Om dan in een *Parabool* een Cirkel te beschryven, maakt men MB = aan $\frac{CD - Param.}{2}$, en men beschryft uit M als middelpunt met MB als *Radius* een Cirkel; dan is deeze de begeerde Cirkel, die in den *Parabool* beschreeven is. Want de middellyn van den ingeschreeven Cirkel hebben wy gevonden te zyn = CB $-\frac{1}{2}$ *Param.* of $-\frac{1}{2}p + d$. Derh. enz.

II. GEVOLG.

Dewyl de *Ordinaaten* naar het toppunt des *Parabools* geduurig afneemen, tot dat zy in het toppunt zelve = o worden, is het klaar te zien, dat de middellyn of *positif* of *negatif* kan zyn. Laat ons, om hier van de *Limiet* te bepaalen, CB $-\frac{1}{2}$ *Param.* = o ftellen, dan is CB = $\frac{1}{2}$ *Param.*, en dit heeft plaats als CD door het Brandpunt gaat; maar AB is dan de *Radius curvaturæ* van het toppunt A (Zie J. A. Fas *Differentiaal-Rekening* pag. 110 en 111). Dus zal in dit geval en in alle overige gevallen, waar

waar in CB $\geq$ ½ *Param.*, CB $<$ ½ *Param.*, en CB $=$ *Param.* is, de ingeſchreeven Cirkel alleen het toppunt in A en den *Baſis* in B raaken; maar in twee punten F en G, wanneer CB $>$ *Param.* is.

LXXX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER *en* C. BREEVILT *overkomen.*

Dewyl 'er geen bepaaling gemaakt wordt, welke Posten na verloop van een vierendeel jaars het eerst, één uur na den eerſten, drie uuren na den laatstgenoemden arriveeren, moeten 'er ses onderſcheidene beproevingen plaats hebben: wy moeten naamelyk, door de drie Posten in alle mogelyke ordens achter den anderen te onderſtellen te arriveeren, de tyden bepaalen, waar in de Posten in die orde, de tweede één uur na den eerſten, de derde drie uuren na den tweeden, kunnen aankomen. Wanneer wy dit in de zes mogelyke onderſtellingen beproefd zullen hebben, zal door de uitkomſten blyken in welke orde de Posten aangekomen zyn.

De Post uit A kan het eerst, uit B de tweede, uit C de derde arriveeren; dan A, C, B; dan B, A, C; dan B, C, A; dan C, A, B; en eindelyk C, B, A in orde. Laat ons nu in elk één deezer onderſtellingen den tyd bepaalen; waar in de Posten in die orde en met het gegeeven tydverſchil kunnen aankomen.

Wy onderſtellen dan voorereerst, dat eerst de Post uit A, dan de Post uit B, en eindelyk de Post uit C aankomt, noemen het getal van uuren, waar in A aangekomen zynde, B één uur, C vier uuren daar na aankomt, P, en merken aan, dat uit de bepaaling van het Voorſtel volgt, dat P één veelvoud (*multiplex*) van 28, P + 1 een veelvoud van 19, en P + 4 een veelvoud van 15 zyn moet: weshalven P als zodanig moet bepaald worden.

Stel

II. SCHOLIUM.

Wanneer de punten A en B even ver verwyderd zyn van de doorsnydingspunten der beide grootste Cirkelen E en F, zo dat ED en FD *Quadranten* worden, zo is *Cos.* EC = *Cos.* FC = 0, en dus EC = FC = 90°. Dus zal de gezochte Drieboek in dit geval gelykbeenig zyn.

I. AANMERKING.

Het is merkwaardig, dat de grootte des Boogs EC of FC in 't geheel niet afhangt van de neiging der beide grootste Cirkelen, maar enkel en alleen door de Boogen EA en EB bepaald wordt.

II. AANMERKING.

Op eene der te vooren aangemerkte overeenkomstige wyze, doch veel gemaklyker, laat zich het punt C zodanig bepaalen, dat de som der beide zyden AC + BC een *Maximum* of een *Minimum* wordt; in welk geval echter de neiging der beide grootste Cirkelen in aanmerking genomen moet worden.

LXXVI. VOORSTEL.

Door C. BREKVILT, J. DE GELDER, J. VISSER, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., J. RUYTER, K. AKER, J. VAN TWISK, *en de* OPGREVER.

Aantal Potten 72

2

Aan-

Aantal Koopen 36
min 1

is 35
geduurige opklimming .. 2 Penn.

Verſchil tuſſchen de eerſte en laatſte 70 Penn.
de eerſte ..... 1 "

de laatſte ... 71 "
de eerſte .... 1 "

te ſaamen .. 72 "
à meenigte ... 18 "

verm.
bedraagt 1296 Penn.
16

is 81 Stuiv.
bovendien 15 "

geheele Inkoop .... 96 Stuiv.
de Verkoop van 72 Potten à 2 St... 144 "

Wint dus ..... 48 Stuiv.

LXXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., C. BREEVILT, J. RUYTER, J. VISSER, J. SCHEFFER, S. GRAAF, K. AKER, *en de* OPGEEVER.

Stel voor de Rechthoekszyden des begeerden Drichoeks x en y, voor de ſchuinſe z; dan is

$$x + y + z = 12$$

Dus $x + y = 12 - z$

$x^2 + 2xy + y^2 = 144 - 24z + zz$
Maar $x^2 \ldots\ldots + y^2 = \ldots\ldots\ldots zz$

Derhalven $2xy \ldots\ldots = 144 - 24z$

$2xyz \ldots = 144z - 24zz = 120$

of $24zz - 144z = -120$

24

$zz - 6z = -5$

$9 = 9$

$zz - 6z + 9 = 4$

$\sqrt{\quad}$

$z - 3 = 2$

Dus $z = 5$

$zz = xx + yy = 25$

$2xy = 24 \quad (= 144 - 24z)$

afgetr.

$xx - 2xy + yy = 1$

$\sqrt{\quad}$

$x - y = 1$

$x + y = 7 \quad (= 12 - z)$

Dus $2x = 8$, $2y = 6$

2

$x = 4$, $y = 3$

Derh. 3, 4, 5 de zyden des Driehoeks.

Dat te vinden was.

LXXVIII.

LXXVIII. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER, J. PAUW, K. AKER, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. SWITSER JANSZ., J. DE GELDER, C. BREEVILT, *en de* OPGEEVER.

Stel het getal der Jaaren na Christi Geboorte $= 2x$, het getal van de Jaaren des Ouderdoms $= y$.

Dan is $x + y = \left(878\frac{549}{730} =\right)\frac{641489}{730}$, en $\frac{1}{2}xy$

$\left(= 17159\frac{19391}{26645}\right.$

Dus $x^2 + 2xy + y^2 = \frac{411508137121}{532900}$, en $4xy =$

$\left(\frac{73155351360}{532900}\right.$

Derhalven $x + y = \frac{641489}{730}$

$x^2 + 2xy + y^2 = \frac{411508137121}{532900}$

$4xy \ldots\ldots = \frac{73155351360}{532900}$

afgetr.

$x^2 - 2xy + y^2 = \frac{338352785761}{532900}$

geleend wordt, zo zal daar door by 't eerſte Jaar met de Intereſſen 100 Guldens Capit. = 105 Guld. Capitaal en Intereſſen zyn. Uit deeze Proportie de kleinſte in geheele getallen gezocht, zo is 20 : 21; naardien dus de Intereſſen jaarlyks by het Capitaal gevoegd, en mede uitgezet worden, als ook de tyd, dat het Capitaal met het Interest op Interest gerekend Vermogen na 20 Jaaren verdiedigd zal zyn, voor deeze Periode bekend is; zo moet het kleinſte der gevondene Proportien = 20, als het uitgeleend Capitaal van 100; desgelyks het grootſte = 21; als het Capitaal van 100, waartoe reeds de Intereſſen voor 't eerſte Jaar toegeteld worden, naar het getal der gegeevene Jaaren = 20, ook 20 maal ieder met zich zelve verveelvuldigd worden, wyl de jaarlyks daarby komende Intereſſen het Capitaal daar door helpen vermeerderen, vergrooten, of verveelvuldigen. Het verſchil toont alsdan de ſommariſche Intereſſen voor alle Jaaren. Verveelvuldigt men het eerſte *Product*, 't welk het Geheel des Capitaals en Intereſſen voorſtelt, met het 20ſte deel van het in den beginne gegeeven Capitaal (wyl 5 perCt. Intereſſen het 20ſte deel eens Capitaals van 100 Guld. maakt:) zo ontſtaat daar door de totaale ſom des ſommariſchen Capitaals met alle Interest van Interest van gemelde Jaaren, die alsdan door het eerstgevonden verſchil, als de bloote ſommariſche Interest op Interest, afgedeeld wordt, en de afloſſing eens Capitaals te kennen geeft, dat jaarlyks uitgekeerd moet worden. Als:

20^{20} = 104857600000000000000000000 eerſte *Product* van het na 20 Jaaren verveelvuldigd Capitaal.

21^{20} = 278218429446951548637196401 tweede *Product* van het na 20 Jaaren verveelvuldigd Capitaal en Interest van Interest.

De beide *Producten* naar den regel afgetrokken, komt voor 't verſchil 173360829446951548637196401, zynde de Interest van Interest na 20 Jaaren van 100 Guld.

Guld., en de Deeler tot het volgende *Product* van het geheele Capitaal met den Interest van Interest.

Als ade *Prod.* 278218429446951518637196401, met het $\frac{1}{10}$ deel des gegeevenen Capitaals ad *f* 1000 = 500 vermeenigvuldigd, komt 113910921472347577431859820050 0; dit *Product* nu door het bovenſtaande Verſchil gedeeld zynde, zal men eindelyk verkrygen *f* 802 : 8 : 8, welke de Eigenaar jaarlyks moet verteeren, op dat zyn vermogen met alle Intereſſen van Intereſſen na 20 Jaaren geheel vernietigd zy.

LXXXII. VOORSTEL. *Fig.* 44.

Door de OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEPPER, S. GRAAF, K. AKER, J. DE JONGH, J. SWITSER JANSZ. *en* J. VAN TWISK.

$$\begin{aligned} AB &= 43 \\ AC &= 27 - \sqrt{24} + \sqrt{195} \\ BC &= 27 + \sqrt{24} - \sqrt{195} \end{aligned}$$ verg.

$$AB + AC + BC = 97$$

$\frac{1}{2}$ ſom der zyden .... = $48\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ ſom — AB .... = $5\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ ſom — AC .... = $21\frac{1}{2} + \sqrt{24} - \sqrt{195}$
$\frac{1}{2}$ ſom — BC .... = $21\frac{1}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{195}$ verm.

Komt $64886\frac{11}{16} + \sqrt{1332032130}$

$\sqrt{\quad}$

Inh. des Drieh. ABC $\sqrt{64886\frac{11}{16} + \sqrt{1332032130}}$

Dit Voorſtel is te vinden in A. B. STRABBE *Appendix* pag. 88., Voorſt. 244.

LXXXIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK *en den* OPGEEVER.

Stel voor de opgaande *Arithmetische Progressie* de *Termen* $x-3$, x en $x+3$; dan is hun *Product* x^3-9x een *Minimum*.

In *Fluxie* $3x^2\dot{x}-9\dot{x}=0$,
Dus $x^2=3$,
waar door $x=\sqrt{3}$,
en $\sqrt{3}-3$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}+3$ de begeerde *Progressie* is.

LXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. DE GELDER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* C. BREEVILT.

De gegeevene Vergelykingen $x^3-4x^2y+5xy^2-2y^3$, en $x^4+16xy=1584$ zynde, deel de eerste door $\overline{x+y}|^2$, dan is het *Quotient* $x-2y=0$; dus $x=2y$, of $y=\frac{1}{2}x$. Deeze Waarde in $x^4+16xy=1584$ gesubstitueerd, heeft men

$$\begin{array}{r} x^4+8x^2=1584 \\ 16=16 \\ \hline x^4+8x^2+16=1600 \\ \sqrt{} \\ x^2+4=40 \\ \hline x^2=36 \\ \sqrt{} \\ x=6 \\ \text{Dus } y=\frac{1}{2}x=3 \end{array}\Bigg\}\text{ de begeerde getallen.}$$

LXXXV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. SCHERRER, C. BREEVILT, T. SWITSER JANSZ., S. GRAAF, J. VAN TWISK, J. PAUW, *en den* OPGEVER.

Stel voor de begeerde getallen $2x$ en $7x$; dan zyn deeze in *ratione ſubtripla ſubſes qui altera*, naar den eiſch des Voorſtels.

De Pronikten zyn $4xx + 2x$
en $49xx + 7x$
hun ſom $53xx + 9x$

Nu is door het Voorſtel

$$53xx + 9x \times 2x = 252\frac{1}{2} \times 7x$$

en verder herleid

$$106x^2 + 18x = 1768 \quad | \times 106$$

$$\overline{106}|^2\, x^2 + 106 \times 18x = 187408$$

$$\overline{9}|^2 = \ldots 81$$

$$\overline{106}|^2\, x^2 + 106 \times 18x + \overline{9}|^2 = 187489$$

$$106x + 9 = 433$$

$$106x = 424$$

$$x = 4$$

waar door $2x = 8$, en $7x = 28$ de begeerde getallen zyn.

LXXXVI. VOORSTEL.

Door C. BREVIET en J. SCHEFFER.

Stel dat de eerste x, de tweede y, de derde z, en de vierde u Guldens betaalt.

Dan moet $x+y+z+u=3600$ zyn.

Maar $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u=3600$ volgens het Voorst.

Derhalven $x+y+z+u=x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

Of $y+z+u=\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

$y+z+u$

By gevolg $1=\frac{1}{2}$ welk onmogelyk is.

Dus is het Voorstel ongerymd, zo lang men onderstelt, dat de gefourneerde Penningen en de Waarde van het Schip gelyk zyn.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* S. GRAAF, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. SWITSER JANSZ., K. AKER, J. VLASER, *en de* OPGEEVER *overëenkomen.*

Stel de som die de eerste, tweede, derde en vierde der Koopers betaalen $=x$, y, z en u, stel 3600 Gulden $=a$, $x+y+z+u=a+p$; dan is

$$x+\tfrac{1}{2}y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{2}y+z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{3}y+\tfrac{1}{3}z+u=a$$

Deeze Vergelykingen van de bovenstaande $x+y+z+u=a+p$ afgetrokken en herleid; heeft men

$y+z+u = 2p$ (A)
$x+z+u = 1\frac{1}{2}p$
$x+y+u = 1\frac{2}{3}p$
$x+y+z = 1\frac{1}{4}p$

Deeze Vergelykingen by elkander voegende, is de som $3(x+y+z+u) = 3p+3p = 6\frac{1}{2}p$

dus $3\frac{1}{12}p = 3$

en $p = \frac{36a}{37}$

$p+a = \frac{73a}{37}$.

$2p = \frac{72a}{37}$, $1\frac{1}{2}p = \frac{54a}{37}$, $1\frac{2}{3}p = \frac{48a}{37}$ en $1\frac{1}{4}p = \frac{45a}{37}$.

Trekkende nu de Vergelykingen (A) van de Vergelyking $x+y+z+u = \frac{73a}{37}$, ieder afzonderlyk;

dan zyn de *respective* resten $x = \frac{a}{37}$, $y = \frac{19a}{37}$, $z = \frac{25a}{37}$ en $u = \frac{28a}{37}$.

Nu is $a = 3600$, dus $x = \frac{3600}{37} = 97\frac{31}{37}$, $y = \frac{19 \times 3600}{37} = 1848\frac{24}{37}$, $z = \frac{25 \times 3600}{37} = 2432\frac{16}{37}$, en $u = \frac{28 \times 3600}{37} = 2724\frac{12}{37}$.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Men ziet uit deeze bewerking, dat dit Voorſtel ſlechts een byzonder geval van *Voorſtel* 42 is, het welk men op twee onderſcheidene wyzen pag. 122 *&c. ſeqq.* vindt opgelost.

LXXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 45.

Door den OPGEVER *en* C. BREEVILT.

Laat AB de ſchuine hoogte des Kegels zyn: uit het punt B met de wydte BA beſchryf een Cirkel AECDA; dan is AB de halve *Diameter*; verleng dus AB tot C. Uit A deel den Cirkel in vier gelyke deelen door de deelpunten E, C, D, A; dan heeft men vier *Quadranten*, waar van één, als ABDFA; het Vlak tot den begeerden Kegel is; dus deszelfs kanten AB en DB tot elkander gebragt zynde, is de Kegel gemaakt.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Dit Vraagſtuk, in het afgetrokkene beſchouwd zynde, komt hoofdzaakelyk hier op uit: om op een vlak de geboogene oppervlakte van een Kégel te beſchryven. Wy zullen in de onderſtelling, dat de Heer Opgeever de Kégel als gegeeven aanmerke (†), onderſcheidene Oplosſingen van het Vraagſtuk opgeeven.

I. OP-

(†) Wanneer wy een Kégel onderſtellen gegeeven te zyn, dan is de *Baſis* en opſtaande zyde in grootheid gegeeven, ook den lichaamlyken tophoek; maar deeze wordt niet wel dan door de *Hooge Meetkunde* bepaald, —— gelyk uit het Slot van onze volgende redeneeringen, duidelyk genoeg blyken zal.

LOPLOSSING.

Zy ABC (*Fig. 46. a.*) de gegeevene gelykzydige Kégel, AB de middellyn van den *Baſis*; AC, en CB de opſtaande zyden; CD de As. Beſchryf dan op eenig vlak, uit een willekeurig middelpunt M met AM (*Fig. 46. b.*) = AC (in *Fig. a.*) als Radius een Cirkel, verleng AM tot in E, en maak AE = AB (*Fig. a.*) de *Baſis* des Kégels; deel AE in N midden door, en beſchryf uit N, met de tuſſchenruimte AN, eenen kleinen Cirkel AGEH. Laat dan deezen kleinen Cirkel AGEH, met zynen omtrek, langs den grooten Cirkel ACBD zodanig ontrold worden, dat alle de deelen van den omtrek AGEH achtereenvolgend op de deelen van den omtrek AEBD van den anderen Cirkel *geapplicceerd* worden; dan beſchryft eenig vaſt punt A aan den omtrek des kleinen Cirkels de kromme AGFB, bekend onder den naam van *Cyclois* (*), waar van ACB de *Baſis* aan den omtrek des teelenden Cirkels gelyk is. Trekt dan uit M tot de uiteinden A en B van den *Baſis* de *Radien* AM en BM, dan is de *Sector* ACBMA = aan de oppervlakte van den gegeeven Kégel; want

ACB

(*) Deeze lyn bezit zeer fraaije eigenſchappen, onder anderen is zy die kromme lyn, welke de natuur doet de ſaamenkomst der lichtſtraalen vormt, die alle evenwydig aan elkander, binnen den omtrek van een Cirkel vallende, te rugge gekaatst worden, met een hoek gelyk aan den hoek van invalling, waar van men de proef neemen kan, door een glazen Vaas met Water gevuld aan het licht der zonne bloot te ſtellen. —— Wy zullen in het vervolg gelegenheid vinden, om den Vaderlanderen, die geen uitheemſche Talen machtig zyn, veele aanmerkenswaardige eigenſchappen van deeze en andere kromme lynen te leeren. Zie *le Marquis de l'Hopital Analyſe des Infiniment- petits pag.* 142. *& ſeqq.* NEWTON *Princ. Math. prop.* 49. *Tom. I. cum Comm. à Jaquier et le Seur.*

ACB = AGEH door de teeling, en AE, AM zyn *reſpectivè* aan de middellyn van den *Baſis* en opſtaande zyde van den Kégel gelyk. Derhalven enz.

II. OPLOSSING.

Behalven de voorgaande Oplosſing, die zuiver Meetkundig, maar in de practyk niet zeer applicabel is; om dat de kromme lynen van die natuur, niet dan met zeer veel moeite naauwkeurig kunnen beſchreeven worden, zullen wy, om dit gebrek eenigzins te vergoeden, aantoonen hoe men in de practyk, zich met eenen enkelen *régel van Propertie* en den *Transporteur* vergenoegende, de voorgeſtelde vraag oplosſen kan.

Maak (*Fig.* 46. *b.*) den *Sector* NQHAN gelykvormig aan den *Sector* MABCM; dan is *Sect.* MACBM: *Cirk.* AGEH :: *Boog* ACB × AM : *Omt.* AGEH × AN.

derh. *Sect.* MACBM: *Cirk.* AGEH :: AM : AN;

maar *Cirk.* AGEH : *Sect.* NQHAN :: 360°: ∠AMB = ∠ANQ

derh. *Sect.* MACBM : *Sect.* NQHAN :: AM × 360° : AN × ∠AMB

maar *Sect.* MACBM : *Sect.* NQHAN :: AM^2 : AN^2

derh. AM^2 : AN^2 :: AM × 360° : AN × ∠AMB,

of $AM : AN :: 360° : \angle AMB = \frac{AN}{AM} \times 360°$

Nu is ∠AMB, gelyk de lichaamlyke tophoek des Kégels AN = de halve middellyn der *Baſis* AM, de opſtaande zyde. Waar uit blykt, dat *de lichaamelyke tophoek eenes Kégels tot vier rechte hoeken ſtaat, als de halve middellyn der Baſis tot de opſtaande zyde.* Men zonde dus den lichaamlyken tophoek zeer wél door de *Quadratrix Dineſtrati* kunnen vinden, indien het niet te veel moeite koste om deeze krom-

me

me lyn te beſchryven; — dan wy ſlaan eenen anderen weg in.

Onderſtel, dat (*Fig. a.*) AC = 18, AD = 3 is, dán is de lichaamlyke tophoek des Kégels = $\frac{3}{18} \times 360^{\circ}$ = 100°. Maak dan met behulp van een *Transporteur* een hoek AMB (*Fig. c.*) = 100°, en beſchryf uit M als tophoek, met de opſtaande zyde des Kégels als *Radius*, een Cirkel, dan is de *Sector* AMB de begeerde oppervlakte.

AANMERKING.

Indien (*Fig. a.*) AC een twee-, drie-, vier-, vyf-, zes-, agt-, tien-, twaalfvoud enz. van AD is, zal de hoegrootheid van den lichaamlyken tophoek des Kégels, volgens de gemeene Meetkunde, door de inſchryving eenes veelhoeks in een Cirkel kunnen bepaald worden.

LXXXVIII. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, *waar mede* J. DE GELDER *en de* OPGEVER *overëenkomen.*

De Oppervlakte eener vierzydige *Piramide* beſtaat in vier gelykbeenige Driehoeken, van welken de *Baſes* de zyden van het Grondvlak der *Piramide*, en de Beenen de Hoeklynen der *Piramide* zyn.

Om derhalven het begeerde te verrichten, heeft men het Lood ſlegts tot vier zulke Driehoeken te ſnyden, welkers toppunten allen in één punt te ſaamen komen, en welkers aanëenpaalende zyden aan elkander gevoegd blyven. Deeze aan elkander gevoegd, zo dat de *Baſes* eenen Vierhoek vormen, en de buitenſte zyden tot elkander komen, zal het begeerde verricht zyn.

LXXXIX. VOORSTEL.

Door J. SCHEPPER, *waar mede* J. VAN TWISK, S. GRAAF, K. AKER, J. SWITSER JANSZ. *en de* OPGERVER *overeenkomen.*

Stel de Cyfferletters $= x$, y, en z.

Dan is volgens de eerste Voorwaarde.

$$(100x+10y+z)\times 16=(100z+10y+x)\times 16-1584$$

dat is $1600x+160y+16z=1600z+160y+16x-1584$

$$1584x-1584z=-1584$$

$$1584 \quad x-z=-1$$

$$z=2$$

$$x=1 \quad \text{Verg.}$$

Volgens de tweede Voorwaarde is:

$$(100x+10y+z)\times 16=(100x+10z+y)\times 16+144$$

dat is $1600x+160y+16z=1600x+160z+16y+144$

$$144y-144=z\,144$$

$$144 \quad y-z=1$$

Eindelyk is, volgens de derde Voorwaarde:

$$(100x+10y+z)\times 16=(100x+10y+z)\times 61-5940$$

dat is $1600x+160y+16z=6100x+610y+61z-5940$

$$4500x+450y+45z=5940$$

$$45 \quad 100x+10y+z=132$$

$$100x-100z\ldots\ldots=-100$$

$$10y+101z=232 \quad \text{afget.}$$

$$107 - 10 z = 1$$
afgetr.
$$111 z = 222$$
$$111 \quad z = 2.$$

Dus $100 x + 10 y + z = 132$, het begeerde getal Deelen.

AANMERKING.

Uit deeze Ontbinding blykt, dat de laatst gegeevene voorwaarde alleen genoeg geweest zoude zyn, om het begeerde getal Deelen te vinden. Wanneer de Opgeever niet bedoeld heeft, om iedere Letter van dit Getal in 't byzonder te vinden.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* C. BREEVILT, J. PAUW, *en* J. RUYTER *overeenkomen.*

Stel voor het begeerde getal van Deelen x; dan is, volgens de rekening van den Heer Opgeever, het beloop der Deelen in gelde 16 x Stuivers, en volgens de rekening van den Knegt *Joannes*, die het tegen 61 Stuiv. per abuis berekent, 61 x: dus $61 x - 16 x = 45 x = 5940$. Waar door $x = 132$ Deelen. *Dat te vinden was.*

Men ziet uit deeze Oplossing, dat 'er in de opgave twee overtollige voorwaarden zyn.

XC. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER *overeenkomen.*

Stel de Intrest van 1 Guld. in één tyd $= x$.
Laat het aantal tyden $= z$,

het

LXXXVI. VOORSTEL.

Door C. Breeviet en J. Scheffer.

Stel dat de eerste x, de tweede y, de derde z, en de vierde u Guldens betaalt.

Dan moet $x+y+z+u=3600$ zyn.

Maar $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u=3600$ volgens het Voorſt.

Derhalven $x+y+z+u=x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

Of $y+z+u=\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

$y+z+u$

By gevolg $1=\frac{1}{2}$ welk onmogelyk is.

Dus is het Voorſtel ongerymd, zo lang men onderſtelt, dat de gefourneerde Penningen en de Waarde van het Schip gelyk zyn.

ANDERS.

Door J. de Gelder, *waar mede* S. Graaf, J. Pauw, J. van Twisk, J. Switser Jansz., K. Aker, J. Visser, *en de* Oprerver *overeenkomen.*

Stel de ſom die de eerſte, tweede, derde en vierde der Koopers betaalen $=x$, y, z en u, ſtel 3600 Gulden $=a$, $x+y+z+u=a+p$; dan is

$$x+\tfrac{1}{2}y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{2}y+z+\tfrac{1}{4}u=a$$
$$\tfrac{1}{2}x+\tfrac{1}{3}y+\tfrac{1}{3}z+u=a$$

Deeze Vergelykingen van de bovenſtaande $x+y+z+u=a+p$ afgetrokken en herleid; heeft men

y+

XCI. VOORSTEL. Fig. 47.

Door M. J. ZUIDHOF.

180 — o
108 — o ∠ BAD

72 — o
2

36 — o ∠ BAC = ∠ DAE
90 — o ∠ C = ∠ E

54 — o ∠ ABC = ∠ ADE.

Van 36 en 54 graaden zyn de respective *Sinus's* $V\frac{5}{8} - \frac{1}{8}V5$ en $\frac{1}{4}V5 + \frac{1}{4}$; waar over men, onder anderen, de nieuwe Driehoeksmeeting van den Heere STRABBE, met zeer groot verlangen, in het licht verwacht.

Stel nu de hoegte DE = $x + 10$
en BC = $x - 10$.

Daar mede dan de twee rechthoekige Driehoeken byzonder bewerkt:

Sin. ∠ A : DE :: *Sin.* ∠ D : AE.

$V\frac{5}{8} - \frac{1}{8}V5$ — $x + 10$ — $\frac{1}{4}V5 + \frac{1}{4}$

$V10 - 2V5$ — $V5 + 1$

$10 - 2V5$ — $6 + 2V5$

$10 + 2V5$ Tegendeel : $10 + 2V5$

90 deeler — $80 + 32V5$

$1 + \frac{1}{5}V5$

Derhalven $x + 10 \times V\,1 + \frac{2}{5}V5$ AB,
en $x - 10 \times V\,1 + \frac{2}{5}V5$ AC,
om dat de hoeken wederzyds gelyk zyn.

Hier van doet de ſom

$$2 \times \sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 600 \text{ CE}$$

$$2 \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$x\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 300$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}\sqrt{}$$

$$\overline{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5} \times xx = 90000}$$

$$\sqrt{\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}}$$

$$xx = 450000 - 180000\sqrt{5}.$$

$$x = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}}$$

Dus $x+10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}} + 10$ DE.

en $x-10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}} - 10$ BC.

ieder byzonder met $\sqrt{1+\frac{1}{4}\sqrt{5}}$ vermenigv.

komt $x+10 \times \sqrt{1+\frac{1}{4}\sqrt{5}} = 300+\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AE.

en $x-10 \times \sqrt{1+\frac{1}{4}\sqrt{5}} = 300-\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AC.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. PAUW *overëenkomt.*

Laat (in de Figuur) BC de kleinſte, en DE de grootſte Toren verbeelden.

Nu is $\angle CAB + \angle BAD + \angle DAE = 180° : 0'$

$\angle BAD = 108° : 0'$

afg. $\angle CAB + \angle DAE = 72° : 0'$

Maar $\angle CAB = \angle DAE$; dus ieder $= 36° : 0'$

en $\angle CBA = AED = (90° - 36° =) 54° : 0'$

De *Sinus* van $36°$ is (als de *Rad.* $= 1$ is) $= \sqrt{\frac{5}{8} - \sqrt{\frac{5}{64}}}$.

en de *Sinus* van $54° = \sqrt{\frac{5}{8}} + \sqrt{\frac{5}{64}}$.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken CBA, ADE

AE : AC :: DE : BC

divid-

Divid. AE − AC : AC :: DE − BC : BC
Invert. BC : AC :: DE − BC : AE − AC
Maar *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: BC : AC
Dus ook *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: DE − BC : AE − AC
of $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{4}} : \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{4}} :: 20 : AE - AC$

Komt AE − AC = $20 \times \sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}$;
AE + AC = 300
verg. en afg.

2 AE = $300 + 20\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}$; 2 AC = $300 - 20\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}$

AE = $150 + 10\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}$; AC = $150 - 10\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}$.
Wedetom AE : AC :: DE : BC.
Divid. en *Comp.* AE − AC : AE + AC :: DE − BC : (DE + BC

$20 : \sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{2}}} : 300 :: 20 : DE + BC$

DE + BC = $300 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
DE − BC = 20
verg. en afg.

2 DE = $300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 20$; 2 BC = $300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 20$

DE = $150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10$. BC = $150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$.

XCII VOORSTEL. *Fig.* 48.

Door den OPGEVER.

Verleng den *Basis* AB tot wederzyden; als tot E en F; boven en *parallel* met denzelven trek (naar goedvinden wat hoogte) de *Horizon* Lyn H ⊙. Bepaal op den *Basis* den stand van het Oogpunt;

als, by voorbeeld, in G, en uit dat punt trek opwaarts tot de *Horizon* Lyn H ⊙ den *Perpend.* G ⊙; dan is ⊙ het Oogpunt. — Voorts van het punt G bepaal op den *Basis* de lengte van den afstand des Zieners Oog, als, by voorbeeld, in E; uit dat punt tot de *Horizon* Lyn richt op den *Perpendicular* E H; dan is de afstand van des Zieners oog tot het Glas of Tafereel gelyk aan H ⊙.

Voorts uit de punten A en B tot het Oogpunt ⊙ trek de Straalen A ⊙, B ⊙. — In B zet den Passer, en met de wydte BD, als de lengte of diepte der gegeevene grondvlakte, beschryf tot op den *Basis* den Cirkelboog D K F; dan is B F = B A, en uit de punten A, B, E tot het afstandpunt H trek de Straalen F A en B H; deeze doorsnyden de Straalen A ⊙, B ⊙ in L en M. Derhalven getrokken de Lyn L M; dan is het Vierkant A B C D A Perspectivisch overgebragt in het Vierkant A L M B A.—

Dit begeerd was.

XCIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER.

Stel de eerste Letter = x,
en de laatste Letter = y;
dan is zyn ouderdom = $10x + y$.
En door 't Voorstel is:

$$3y - 2x = 25$$
$$2x = 3y - 25$$
$$x = \frac{3y - 25}{2}$$

We-

Wederom is $yy+y-10=10\times y-x$,

$10x=-yy+9y+10$

Dus $5\times 3y-25=-yy+9y+10$

Door herleid. $yy+6y=155-1$

$3^2=9$

$yy+6y+3^2=144$

$y+3=12$

$y=9$

$x=\left(\frac{3\times 9-25}{10}\right)^2=1$,

en $10x+y=19$.

XCIV. VOORSTEL. *Fig.* 49.

Door den OPGEEVER, *waar mede* M. J. ZUIDHOF *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Ik zal in drie gevallen van dit Voorstel 't begeerde bepaalen.

I. Als de geheele Boog minder dan 90 Graaden is.

II. Als die meer is dan 90 Graaden, maar dezelfs deelen ieder byzonder minder dan 90 Graaden.

III. Als een deezer deelen (de geheele boog en rond te boven gaande) meer dan 90 Graaden is.

Op 't I. *Geval.*

De voorgestelde Boog is BDC, DE *Sinus* van 't eene stuk $=a$, CF *Sinus* van 't ander stuk $=b$, *Radius* $=1$; wy moeten vinden CH *Sinus* des geheelen boogs. Uit F is getrokken, *perpend.* op AB, de lyn FG; en op CH, FI.

$\square AC = 1$
$\square CF = b^2$
$\square AF = 1 - b^2$
$AF = \sqrt{1-b^2}$

$AD : DE :: AF : FG$
$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : FG$
Dus $FG = IH = a\sqrt{1-b^2}$.

$\angle AFC = \angle IFG$ beide regt zynde.
$\angle AFI = \angle AFI$
ſubſt.
dus $\angle CFI = \angle AFG = \angle ADE$, hierom zyn de rechthoekige Driehoeken CIF en AED gelykformig, weshalven ſtaat

$AD : AE :: CF : CI$
maar AE is $= \sqrt{\square AD - \square DE} = \sqrt{1-a^2}$
ergo $1 : \sqrt{1-a^2} :: b : CI$
$CI = b\sqrt{1-a^2}$
$IH = a\sqrt{1-b^2}$ te vooren gevonden.

Komt $CH = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$.

Op 't II. Geval.

Laat nu KCB de ongedeelde boog zyn, *Sinus* van het eene ſtuk $CH = a$, en van 't andere ſtuk $KL = b$, is te vinden KO, *Sinus* van den geheelen boog of van 't vervulſel tot het halfrond; LM is op AB, en LN op KO *perpend.* geſteld.

Men vind als vooren $AL = \sqrt{1-b^2}$
en $AH = \sqrt{1-a^2}$,

Ook dat de Driehoeken NKL en ACH gelykvormig zyn,

AC

$$AC : CH :: AL : LM$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : LM$$
$$LM = ON = a\sqrt{1-b^2}.$$

$$AC : AH :: KL : NK$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : NK$$
$$NK = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ON = a\sqrt{1-b^2}$$
$$\text{komt } KO = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}.$$

Op 't III. Geval.

Laat in dit Geval PKCB de geheele boog, PK en KCB deszelfs deelen zyn, de *Sinus* KO is gegeeven $= a$, en de *Sinus* PQ $= b$, men moet vinden de *Sinus* PT. QR is loodregt op AT, en QS op de verlengde TP getrokken.

AQ vind men $= \sqrt{1-a^2}$, en AQ $= \sqrt{1-b^2}$, als ook de Driehoeken AKO en PSQ gelykvormig.

$$AK : KO :: AQ : QR$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : QR$$
$$QR = ST = a\sqrt{1-b^2}$$
$$AK : AO :: PQ : PS$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : PS$$
$$PS = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ST = a\sqrt{1-b^2}$$
subst.
$$\text{Rest } PT = a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}.$$
De begeerde Sinus.

Wanneer dus de beide deelen van den voorgeſtelden boog ieder minder zyn dan 90 graaden, wier *Sinuſſen* zyn gegeeven $= a$ en b, dan is, evenveel of de geheele boog meer of minder is als een $\frac{1}{4}$ rond, de algemeene uitdrukking (*Radius* 1 zynde) van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond $= a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$. Maar is een der deelen des boogs meer als 90 graaden, waar van de *Sinus* gegeeven is $= a$, en *Sinus* van het ander deel is $= b$, dan is $a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$ de algemeene uitdrukking van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond.

NB. Nog andere gevallen, welke men zou kunnen denken door dit Voorſtel vervat te worden, vallen niet in ons oogmerk, en zyn van eenen anderen aart.

XCV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

In het begin van dit Voorſtel iets uitgelaaten zynde, zullen wy het Voorſtel zelf, zo als het ons van den Opgeever is toegekomen, hier laaten volgen.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen ſenige Ponden Speceryen, doch A 20 ℔ *meer dan* B: *de ſom der Ponden van* A *is een Pronik-getal, en die van* B $15\frac{1}{4}$ *maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?*

OPLOSSING.

Stel de Ponden van A $= x^2 + x$

Zo zyn die van B $= \ldots 15\frac{1}{4}x$

afgetr.

$x^2 - 14\frac{1}{4}x = 20$

64

$$64x^2 - 944x = 1280$$
$$59^2 = 3481$$
$$64x^2 - 944x + 59^2 = 4761$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$8x - 59 = 69$$
$$8x = 128$$
$$8$$
$$x = 16$$

Dus $x^2 + x = 272$ @ A,
en $15\frac{1}{2}x = 250$ @ B gekocht.

XCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel de getallen der gegeevene *Progressie* 1, 2, $\frac{1}{2}$, 4, 5, 6 gelyk a, b, c, d, e, f,
De Multiplicanten $u = z - p$,
$v = z - q$,
$w = z - r$,
$x = z - s$,
$y = z - t$,
$z = z$.

Dan is

$z = p \times a = az - ap$
$z = q \times b = bz - bq$
$z = r \times c = cz - cr$
$z = s \times d = dz - ds$
$z = t \times e = ez - et$
$z \ldots \times f = fz$

verg. $az + bz + cz + dz + ez + fz - ap - bq - cr - ds - et$

of $a + b + c + d + e + f \times z - ap - bq - cr - ds - et$.

Hier van doet de ſom

$$2 \quad \frac{2x\sqrt{1+\frac{1}{5}\sqrt{5}} = 600 \text{ CE}}{x\sqrt{1+\frac{1}{5}\sqrt{5}} = 300}$$

$$\sqrt{\frac{}{1+\frac{1}{5}\sqrt{5} \times xx = 90000}}$$

$$\sqrt{\frac{xx = 450000 - 180000\sqrt{5}.}{x = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}}}}$$

Dus $x+10 = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}} + 10$ DE.

en $x-10 = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}} - 10$ BC.

Ieder byzonder met $\sqrt{1+\frac{1}{5}\sqrt{5}}$ vermenigv.

komt $x+10 \times \sqrt{1+\frac{1}{5}\sqrt{5}} = 300 + \sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AE.

en $x-10 \times \sqrt{1+\frac{1}{5}\sqrt{5}} = 300 - \sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AC.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. PAUW *overëenkomt.*

Laaſt (in de Figuur) BC de kleinſte, en DE de grootſte Toren verbeelden.

Nu is $\angle CAB + \angle BAD + \angle DAE = 180° : 0'$

$\angle BAD = 108° : 0'$

afg. $\angle CAB + \angle DAE = 72° : 0'$

Maar $\angle CAB = \angle DAE$; dus ieder $= 36° : 0'$

en $\angle CBA = ADE = (90° - 36° =) 54° : 0'$

De *Sinus* van $36°$ is (als de *Rad.* $= 1$ is) $= \sqrt{\frac{1}{8} - \sqrt{\frac{1}{80}}}$.

en de *Sinus* van $54° = \sqrt{\frac{1}{8} + \sqrt{\frac{1}{80}}}$.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken CBA, ADE

AE : AC :: DE : BC

divid.

Divid. AE − AC : AC :: DE − BC : BC
Invert. BC : AC :: DB − BC : AE − AC
Maar *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: BC : AC
Dus ook *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: DE − BC : AE − AC
of $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{4}} : \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{4}} :: 20 : AE - AC$

Komt $AE - AC = 20 \times \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$
$AE + AC = 300$
verg. en afg.

$2AE = 300 + 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$; $2AC = 300 - 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$

$AE = 150 + 10\times\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$; $AC = 150 - 10\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$.
Wederom AE : AC :: DE : BC.
Divid. en *Comp.* AE − AC : AE + AC :: DE − BC : DE + BC

$20 : \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}} : 300 :: 20 : DE + BC$

$DE + BC = 300 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$DE - BC = 20$
verg. en afg.

$2DE = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 20$; $2BC = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 20$

$DE = 150\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10$. $BC = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$.

XCII. VOORSTEL. *Fig.* 48.

Door den OPGEVER.

Verleng den *Basis* AB tot wederzyden; als tot E en F; boven en *parallel* met denzelven trek (naar goedvinden wat hoogte) de *Horizon* Lyn H ⊙. Bepaal op den *Basis* den stand van het Oogpunt, als;

Hier van doet de ſom

$$2x\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 600 \text{ CE}$$

$$2$$

$$x\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 300$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5} \times xx = 90000$$

$$xx = 450000 - 180000\sqrt{5}.$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}}$$

Dus $x+10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}}+10$ DE.

en $x-10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}}-10$ BC.

ieder byzonder met $\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}}$ vermenigv.

komt $x+10\times\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 300+\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AE.

en $x-10\times\sqrt{1+\tfrac{1}{4}\sqrt{5}} = 300-\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AC.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. PAUW *overëenkomt.*

Laat (in de Figuur) BC de kleinſte, en DE de grootſte Toren verbeelden.

Nu is $\angle CAB + \angle BAD + \angle DAE = 180° : 0'$

$\angle BAD = 108° : 0'$

afg.

$\angle CAB + \angle DAE = 72° : 0'$

Maar $\angle CAB = \angle DAE$; dus ieder $= 36° : 0'$

en $\angle CBA = ADE = (90° - 36° =) 54° : 0'$

De *Sinus* van $36°$ is (als de *Rad.* $= 1$ is) $= \sqrt{\tfrac{1}{2}-\sqrt{\tfrac{3}{20}}}$.

en de *Sinus* van $54° = \sqrt{\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{3}{20}}}$.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken CBA, ADE

$$AE : AC :: DE : BC$$

divid-

divid. AE − AC : AC :: DE − BC : BC
Invert. BC : AG :: DB − BC : AE − AC
Maar *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: BC : AC
Dus ook *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: DE − BC : AE − AC
of $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{4}} : \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{4}} :: 20 : AE - AC$

Komt $AE - AC = 20 \times \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$
$AE + AC = 300$
verg. en afg.

$2AE = 300 + 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$; $2AC = 300 - 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$

$AE = 150 + 10\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$; $AC = 150 - 10\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$.
Wederom AE : AC :: DE : BC.
Divid. en *Comp.* AE − AC : AE + AC :: DE − BC : (DE + BC

$20 : \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}} : 300 :: 20 : DE + BC$

$DE + BC = 300 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$DE - BC = 20$
verg. en afg.

$2DE = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 20$; $2BC = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 20$

$DE = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$. $BC = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$.

XCII. VOORSTEL. *Fig. 48.*

Door den OPGEVER.

Verleng den *Basis* AB tot wederzijden; als tot E en F; boven en *parallel* met denzelven trek (naar goedvinden wat hooger) de *Horizon*-Lyn H ☉. Bepaal op den *Basis* den ſtand van het Oogpunt, als;

als, by voorbeeld, in G, en uit dat punt trek opwaarts tot de *Horizon* - Lyn H ⊙ den *Perpend.* G ⊙; dan is ⊙ het Oogpunt. —— Voorts van het punt G bepaal op den *Basis* de *lengte* van den afstand des Zieners Oog, als, by voorbeeld, in E; uit dat punt tot de *Horizon* - Lyn richt op den *Perpendicular* E H; dan is de afstand van des Zieners oog tot het Glas of Tafereel gelyk aan H ⊙.

Voorts uit de punten A en B tot het Oogpunt ⊙ trek de Straalen A ⊙, B ⊙. — In B zet den Passer, en met de wydte B D, als de lengte of diepte der gegeevene grondvlakte, beschryf tot op den *Basis* den Cirkelboog D K F; dan is B F = B A, en uit de punten A, B, F tot het afstandpunt H trek de Straalen F A en B H; deeze doorsnyden de Straalen A ⊙, B ⊙ in L en M. Derhalven getrokken de Lyn L M; dan is het Vierkant A B C D A Perspectivisch overgebragt in het Vierkant A L M B A.—

Dit begeerd was.

XCIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER.

Stel de eerste Letter = x,
en de laatste Letter = y;
dan is zyn ouderdom = $10x + y$.

En door 't Voorstel is:

$$3y - 2x = 25$$
$$2x = 3y - 25$$
$$x = \frac{3y - 25}{2}$$

We-

Wederom is $yy+y-10=10\times y-x$,

$10x=-yy+9y+10$

Dus $5\times 3y-25=-yy+9y+10$

Door herleid. $yy+6y=155-1$

$8\frac{1}{2}=9$

$yy+6y+9\frac{1}{2}=144$

$y+3=12$

$y=9$

$x=\left(\frac{3\times 9-25}{2}\right)=1$,

en $10x+y=19$.

XCIV. VOORSTEL. *Fig.* 49.

Door den OPGEVER, *waar mede* M. J. ZUIDHOF *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Ik zal in drie gevallen van dit Voorſtel 't begeerde bepaalen.

I. Als de geheele Boog minder dan 90 Graaden is.

II. Als die meer is dan 90 Graaden, maar deszelfs deelen ieder bysonder minder dan 90 Graaden.

III. Als een deezer deelen (de geheele boog een rond te boven gaande) meer dan 90 Graaden is.

Op 't I. *Geval.*

De voorgeſtelde Boog is BDC, DE *Sinus* van 't eene ſtuk $=a$, CF *Sinus* van 't ander ſtuk $=b$, *Radius* $=1$; wy moeten vinden CH *Sinus* des geheelen boogs. Uit F is getrokken, *perpend.* op AB, de lyn FG; en op CH, FI.

$\square AC = 1$
$\square CF = b^2$
$\square AF = 1 - b^2$
$AF = \sqrt{1 - b^2}$

$AD : DE :: AF : FG$
$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : FG$
Dus $FG = IH = a\sqrt{1-b^2}$,

$\angle AFC = \angle IFG$ beide regt zynde.
$\angle AFI = \angle AFI$
subſt.
dus $\angle CFI = \angle AFG = \angle ADE$, hierom zyn de rechthoekige Driehoeken CIF en AED gelykformig, weshalven ſtaat

$AD : AE :: CF : CI$
maar AE is $= \sqrt{\square AD - \square DE} = \sqrt{1-a^2}$
ergo $1 : \sqrt{1-a^2} :: b : CI$

$CI = b\sqrt{1-a^2}$
$IH = a\sqrt{1-b^2}$ te vooren gevonden.

Komt $CH = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$,

Op 't II. Geval.

Laat nu KCB de ongedeelde boog zyn, *Sinus* van het eene ſtuk $GH = a$, en van 't andere ſtuk $KL = b$, is te vinden KO, *Sinus* van den geheelen boog of van 't vervulſel tot het halfrond; LM is op AB, en LN op KO *perpend.* geſteld.

Men vind als vooren $AL = \sqrt{1-b^2}$
en $AH = \sqrt{1-a^2}$,

Ook dat de Driehoeken NKL en ACH gelykvormig zyn;

AC

$$AC : CH :: AL : LM$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : LM$$
$$LM = ON = a\sqrt{1-b^2}.$$
$$AC : AH :: KL : NK$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : NK$$
$$NK = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ON = a\sqrt{1-b^2}$$
komt $KO = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$.

Op 't III. Geval.

Laat in dit Geval PKCB de geheele boog, PK en KCB deszelfs deelen zyn, de *Sinus* KO is gegeeven $= a$, en de *Sinus* $PQ = b$, men moet vinden de *Sinus* PT. QR is loodregt op AT, en QS op de verlengde TP getrokken.

AQ vind men $= \sqrt{1-a^2}$, en $AQ = \sqrt{1-b^2}$, als ook de Driehoeken AKO en PSQ gelykvormig.

$$AK : KO :: AQ : QR$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : QR$$
$$QR = ST = a\sqrt{1-b^2}$$
$$AK : AO :: PQ : PS$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : PS$$
$$PS = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ST = a\sqrt{1-b^2}$$
subst.

Rest $PT = a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$.

De begeerde Sinus.

Wanneer dus de beide deelen van den voorgestelden boog ieder minder zyn dan 90 graaden, wier *Sinussen* zyn gegeeven $= a$ en b, dan is, evenveel of de geheele boog meer of minder is als een $\frac{1}{4}$ rond, de algemeene uitdrukking (*Radius* 1 zynde) van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulsel tot het halfrond $= a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$. Maar is een der deelen des boogs meer als 90 graaden, waar van de *Sinus* gegeeven is $= a$, en *Sinus* van het ander deel is $= b$, dan is $a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$ de algemeene uitdrukking van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulsel tot het halfrond.

NB. Nog andere gevallen, welke men zou kunnen denken door dit Voorstel vervat te worden, vallen niet in ons oogmerk, en zyn van eenen anderen aart.

XCV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

In het begin van dit Voorstel iets uitgelaaten zynde, zullen wy het Voorstel zelf, zo als het ons van den Opgeever is toegekomen; hier laaten volgen.

Twee Kooplieden koopen te saamen eenige Ponden Speceryen, doch A 20 ℔ *meer dan* B; *de som der Ponden van* A *is een Pronik-getal, en die van* B $15\frac{3}{4}$ *maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?*

OPLOSSING.

Stel de Ponden van A $= x^2 + x$

Zo zyn die van B $= \ldots 15\frac{3}{4}x$ afgetr.

$x^2 - 14\frac{3}{4}x = 20$

64

64

$$64x^2 - 944x = 1280$$
$$59^2 = 3481$$
$$64x^2 - 944x + 59^2 = 4761$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$8x - 59 = 69$$
$$8x = 128$$
$$8$$
$$x = 16$$

Dus $x^2 + x = 272$ @ A,
en $15\frac{1}{2}x = 252$ @ B gekocht.

XCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel de getallen der gegeevene *Progressie* 1, 2, $\frac{1}{2}$, 4, 5, 6 gelyk a, b, c, d, e, f.
De Multiplicanten $u = z - p$,
$v = z - q$,
$w = z - r$,
$x = z - s$,
$y = z - t$,
$z = z$.

Dan is

$z - p \times a = az - ap$
$z - q \times b = bz - bq$
$z - r \times c = cz - cr$
$z - s \times d = dz - ds$
$z - t \times e = ez - et$
$z \ldots \times f = fz$

verg. $az + bz + cz + dz + ez + fz - ap - bq - cr - ds - et$

of $a + b + c + d + e + f \times z - ap - bq - cr - ds - et$.

het uitgezette Capitaal $= a$,
Capitaal en Interest ten einde van t tyden $= b$ zyn.
Dan is door het Voorstel

$1 : 1+x :: a : a \cdot \overline{1+x}$, Capitaal over 1 tyd.

$1 : 1+x :: a \cdot \overline{1+x} : a \cdot \overline{1+x}^2$, over 2 tyden.

$1 : 1+x :: a \cdot \overline{1+x}^2 : a \cdot \overline{1+x}^3$, over 3 tyden.

Dus is het Capitaal over t tyden $= a \cdot \overline{1+x}|^t$

Derh. $a \cdot \overline{1+x}|^t = b$

$$\overline{1+x}|^t = \frac{b}{a}$$

$$\sqrt[t]{\frac{b}{a}}$$

$$1+x = \sqrt[t]{\frac{b}{a}}$$

$$x = \sqrt[t]{\frac{b}{a}} - 1$$

in Getallen $x = \sqrt[8]{\frac{921:50:4\frac{475346}{2278125}}{550}} - 1$

$= \sqrt[8]{\frac{755914244096}{550 \cdot 72 \cdot 5 \cdot 2278125}} - 1 = \frac{16}{15} - 1 = \frac{1}{15}$.

Dus is de Interest van 100 Ryksd. in een Jaar

$= 100 \times \frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}$.

XCI. VOORSTEL. *Fig.* 47.

Door M. J. ZUIDHOF.

$$\begin{array}{l} 180 - 0 \\ 108 - 0 \angle BAD \\ \hline 72 - 0 \\ 2 \\ \hline 36 - 0 \angle BAC = \angle DAE \\ 90 - 0 \angle C = \angle E \\ \hline 54 - 0 \angle ABC = \angle ADE. \end{array}$$

Van 36 en 54 graaden zyn de respective *Sinussen* $\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{5}}$ en $\frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{4}$, waar over men, onder anderen, de nieuwe Driehoeksmeeting van den Heere STRABBE, met zeer groot verlangen, in het licht verwacht.

Stel nu de hoogte DE $= x + 10$
en BC $= x - 10$.

Daar mede dan de twee rechthoekige Driehoeken byzonder bewerkt:

Sin. $\angle$ A : DE :: *Sin.* $\angle$ D : AE.

$$\frac{\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{5}}}{4} \text{ — } x + 10 \text{ — } \frac{\frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{4}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{\sqrt{}} \qquad \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{}}$$

$$\begin{array}{ll} 10 - 2\sqrt{5} & 6 + 2\sqrt{5} \\ 10 + 2\sqrt{5} \text{ Tegendeel} \ldots & 10 + 2\sqrt{5} \\ \hline 80 \text{ deeler} & 80 + 32\sqrt{5} \\ & \sqrt{1 + \frac{2}{5}\sqrt{5}} \end{array}$$

Derhalven $x + 10 \times \sqrt{1 + \frac{2}{5}\sqrt{5}}$ AE.
en $x - 10 \times \sqrt{1 + \frac{2}{5}\sqrt{5}}$ AC.

om dat de hoeken wederzyds gelyk zyn:

Hier van doet de ſom

$$2x\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}} = 600 \text{ CE}$$

$$x\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}} = 300$$

$$\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}\times xx} = 90000$$

$$xx = 450000 - 180000\sqrt{5}.$$

$$x = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}}$$

Dus $x+10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}}+10$ DE.

en $x-10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}}-10$ BC.

Ieder byzonder met $\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}}$ vermenigv.

komt $x+10\times\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}} = 300+\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AE.

en $x-10\times\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5}} = 300-\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AC.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. PAUW *overëenkomt.*

Laat (in de Figuur) BC de kleinſte, en DE de grootſte Toren verbeelden.

Nu is $\angle CAB+\angle BAD+\angle DAE = 180°:0'$

$\angle BAD = 108°:0'$

afg.

$\angle CAB+\angle DAE = 72°:0'$

Maar $\angle CAB = \angle DAE$; dus ieder $= 36°:0'$

en $\angle CBA = ADE = (90°-36°) = 54°:0'$

De *Sinus* van $36°$ is (als de *Rad.* $= 1$ is) $= \sqrt{\tfrac{1}{2}-\sqrt{\tfrac{3}{20}}}$.

en de *Sinus* van $54° = \sqrt{\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{5}{80}}}$.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken CBA, ADE

AE : AC :: DE : BC

divid-

divid. AE − AC : AC :: DE − BC : BC
Invert. BC : AG :: DB − BC : AE − AC
Maar *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: BC : AC
Dus ook *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: DE − BC : AE − AC
of $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{16}} : \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}} :: 20 : AE - AC$

Komt $AE - AC = 20 \times \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}}$;
$AE + AC = 300$
verg. en afg.

$2\,AE = 300 + 20\sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}}$; $2\,AC = 300 - 20 . \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}}$

$AE = 150 + 10 \times \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}}$; $AC = 150 - 10\sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}}$.
Wederom AE : AC :: DE : BC.
Divid. en *Comp.* AE − AC : AE + AC :: DE − BC : (DE + BC

$20 : \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{25}} : 300 :: 20 : DE + BC$

$DE + BC = 300 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$DE - BC = 20$
verg. en afg.

$2\,DE = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 20$; $2\,BC = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 20$

$DE = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10$. $BC = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$.

XCII. VOORSTEL. *Fig.* 48.

Door den OPGEVER.

Verleng den *Basis* AB tot wederzijden; als tot E en F; boven en *parallel* met denzelven trek (naar goedvinden wat hoogte) de *Horizon* Lyn H ⊙. Bepaal op den *Basis* den stand van het Oogpunt; als;

als, by voorbeeld, in G, en uit dat punt trek opwaarts tot de *Horizon* de Lyn H ⊙ den *Perpend.* G ⊙; dan is ⊙ het Oogpunt. — Voorts van het punt G bepaal op den *Basis* de lengte van den afstand des Zieners Oog, als, by voorbeeld, in E; uit dat punt tot de *Horizon* de Lyn richt op den *Perpendiculair* E H; dan is de afstand van des Zieners oog tot het Glas of Tafereel gelyk aan H ⊙.

Voorts uit de punten A en B tot het Oogpunt ⊙ trek de Straalen A ⊙, B ⊙. — In B zet den Passer, en met de wydte B D, als de lengte of diepte der gegeevene grondvlakte, beschryf tot op den *Basis* den Cirkelboog D K F; dan is B F = B A, en uit de punten A, B, F tot het afstandpunt H trek de Straalen F A en B H; deeze doorsnyden de Straalen A ⊙, B ⊙ in L en M. Derhalven getrokken de Lyn L M; dan is het Vierkant A B C D A Perspectivisch overgebragt in het Vierkant A L M B A.—

Dit begeerd was.

XCIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER.

Stel de eerste Letter = x,
en de laatste Letter = y;
dan is zyn ouderdom = $10x + y$.

En door 't Voorstel is:

$$3y - 2x = 25 \quad 1$$

$$2x = 3y - 25 \quad 2$$

$$x = \frac{3y - 25}{2}$$

We

Wederom is $yy + y - 10 = 10 \times \overline{y - x}$,

$10x = -yy + 9y + 10$

Dus $5 \times \overline{3y - 25} = -yy + 9y + 10$

Door herleid. $yy + 6y = 155$

$\overline{3}|^2 = 9$

$yy + 6y + \overline{3}|^2 = 144$

$y + 3 = 12$

$y = 9$

$x = \left(\frac{3 \times 9 - 25}{2}\right) = 1$,

en $10x + y = 19$.

XCIV. VOORSTEL. *Fig.* 49.

Door den OPGEEVER, *waar mede* M. J. ZUIDHOF *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Ik zal in drie gevallen van dit Voorstel 't begeerde bepaalen.

I. Als de geheele Boog minder dan 90 Graaden is.

II. Als die meer is dan 90 Graaden, maar deszelfs deelen ieder byzonder minder dan 90 Graaden.

III. Als een deezer deelen (de geheele boog een $\frac{1}{4}$ rond te boven gaande) meer dan 90 Graaden is.

Op 't I. Geval.

De voorgestelde Boog is BDC, DE *Sinus* van 't eene stuk $= a$, CF *Sinus* van 't ander stuk $= b$, *Radius* $= 1$; wy moeten vinden CH *Sinus* des geheelen boogs. Uit F is getrokken, *perpend.* op AB, de lyn FG; en op CH, FI.

$\square AC = 1$
$\square CF = b^2$
$\square AF = 1 - b^2$
$AF = \sqrt{1-b^2}$

$AD : DE :: AF : FG$
$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : FG$
Dus $FG = IH = a\sqrt{1-b^2}$.

$\angle AFC = \angle IFG$ beide regt zynde.
$\angle AFI = \angle AFI$ *subſt.*
dus $\angle CFI = \angle AFG = \angle ADE$, hierom zyn de rechthoekige Driehoeken CIF en AED gelykformig, weshalven ſtaat

$AD : AE :: CF : CI$
maar AE is $= \sqrt{\square AD - \square DE} = \sqrt{1-a^2}$
ergo $1 : \sqrt{1-a^2} :: b : CI$

$CI = b\sqrt{1-a^2}$
$IH = a\sqrt{1-b^2}$ te vooren gevonden.

Komt $CH = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$.

Op 't II. *Geval.*

Laat nu KCB de ongedeelde boog zyn, *Sinus* van het eene ſtuk $CH = a$, en van 't andere ſtuk $KL = b$, is te vinden KO, *Sinus* van den geheelen boog of van 't vervulſel tot het halfrond; LM is op AB, en LN op KO *perpend.* geſteld.

Men vind als vooren $AL = \sqrt{1-b^2}$
en $AH = \sqrt{1-a^2}$.

Ook dat de Driehoeken NKL en ACH gelykvormig zyn,

AC

$$AC : CH :: AL : LM$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : LM$$
$$LM = ON = a\sqrt{1-b^2}.$$

$$AC : AH :: KL : NK$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : NK$$
$$NK = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ON = a\sqrt{1-b^2}$$
$$\text{komt } KO = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}.$$

Op 't III. Geval.

Laat in dit Geval PKCB de geheele boog, PK en KCB deszelfs deelen zyn, de *Sinus* KO is gegeeven $= a$, en de *Sinus* PQ $= b$, men moet vinden de *Sinus* PT. QR is loodregt op AT, en QS op de verlengde TP getrokken.

AQ vind men $= \sqrt{1-a^2}$, en AQ $= \sqrt{1-b^2}$, als ook de Driehoeken AKO en PSQ gelykvormig.

$$AK : KO :: AQ : QR$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : QR$$
$$QR = ST = a\sqrt{1-b^2}$$
$$AK : AO :: PQ : PS$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : PS$$
$$PS = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ST = a\sqrt{1-b^2}$$
subst.
$$\text{Rest } PT = a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}.$$
De begeerde Sinus.

Wanneer dus de beide deelen van den voorgeſtelden boog ieder minder zyn dan 90 graaden, wier *Sinuſſen* zyn gegeeven $= a$ en b, dan is, evenveel of de geheele boog meer of minder is als een $\frac{1}{4}$ rond, de algemeene uitdrukking (*Radius* 1 zynde) van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond $= a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}$. Maar is een der deelen des boogs meer als 90 graaden, waar van de *Sinus* gegeeven is $= a$, en *Sinus* van het ander deel is $= b$, dan is $a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}$ de algemeene uitdrukking van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond.

NB. Nog andere gevallen, welke men zou kunnen denken door dit Voorſtel vervat te worden, vallen niet in ons oogmerk, en zyn van eenen anderen aart.

XCV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

In het begin van dit Voorſtel iets uitgelaaten zynde, zullen wy het Voorſtel zelf, zo als het ons van den Opgeever is toegekomen, hier laaten volgen.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen eenige Ponden Speceryen, doch A 20 ℔ *meer dan* B: *de ſom der Ponden van* A *is een Proſik-getal, en die van* B $15\frac{3}{4}$ *maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?*

OPLOSSING.

Stel de Ponden van A $= x^2+x$

Zo zyn die van B $= \ldots 15\frac{3}{4}x$

afgetr. $x^2-14\frac{3}{4}x = 20$

$= 64$

C4

$$64x^2 - 944x = 1280$$
$$59\Big|^2 = 3481$$
$$64x^2 - 944x + 59\Big|^2 = 4761$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$8x - 59 = 69$$
$$8x = 128$$
$$8$$
$$x = 16$$

Dus $x^2 + x = 272$ ℔ A,
en $15\frac{1}{2}x = 252$ ℔ B gekocht.

XCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER.

Stel de getallen der gegevene *Progressie* 1, 2, 3, 4, 5, 6 gelyk a, b, c, d, e, f.
De Multiplicanten $u = z - p$,
$v = z - q$,
$w = z - r$,
$x = z - s$,
$y = z - t$,
$z = z$.

Dan is

$z - p \times a = az - ap$
$z - q \times b = bz - bq$
$z - r \times c = cz - cr$
$z - s \times d = dz - ds$
$z - t \times e = ez - et$
$z \quad \times f = fz$

verg. $az + bz + cz + dz + ez + fz - ap - bq - cr - ds - et$

of $a + b + c + d + e + f \times z - ap - bq - cr - ds - et$.

Wanneer dus de beide deelen van den voorgeſtelden boog ieder minder zyn dan 90 graaden, wier *Sinuſſen* zyn gegeeven $= a$ en b, dan is, evenveel of de geheele boog meer of minder is als een $\frac{1}{4}$ rond, de algemeene uitdrukking (*Radius* 1 zynde) van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond $= a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$. Maar is een der deelen des boogs meer als 90 graaden, waar van de *Sinus* gegeeven is $= a$, en *Sinus* van het ander deel is $= b$, dan is $a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$ de algemeene uitdrukking van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond.

NB. Nog andere gevallen, welke men zou kunnen denken door dit Voorſtel vervat te worden, vallen niet in ons oogmerk, en zyn van eenen anderen aart.

XCV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

In het begin van dit Voorſtel iets uitgelaaten zynde, zullen wy het Voorſtel zelf, zo als het ons van den Opgeever is toegekomen, hier laaten volgen.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen eenige Ponden Speceryen, doch A 20 ℔ *meer dan* B: *de ſom der Ponden van* A *is een Pronik-getal, en die van* B $15\frac{1}{4}$ *maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?*

OPLOSSING.

Stel de Ponden van A $= x^2 + x$

Zo zyn die van B $= \ldots 15\frac{1}{4}x$

afgetr.

$x^2 - 14\frac{1}{4}x = 20$

64

$$64x^2 - 944x = 1280$$
$$59^2 = 3481$$
$$64x^2 - 944x + 59^2 = 4761$$
$$8x - 59 = 69$$
$$8x = 128$$
$$x = 16$$

Dus $x^2 + x = 272$ ℔ A,
en $15\frac{1}{2}x = 252$ ℔ B gekocht.

XCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel de getallen der gegevene *Progressie* 1, 2, 3, 4, 5, 6 gelyk a, b, c, d, e, f.
De Multiplicanten $u = z - p$,
$v = z - q$,
$w = z - r$,
$x = z - s$,
$y = z - t$,
$z = z$.

Dan is

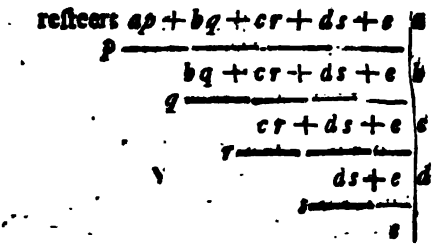
$$z - p \times a = az - ap$$
$$z - q \times b = bz - bq$$
$$z - r \times c = cz - cr$$
$$z - s \times d = dz - ds$$
$$z - t \times e = ez - et$$
$$z \ldots \times f = fz$$

verg.

$$az + bz + cz + dz + ez + fz - ap - bq - cr - ds - et$$

of $a + b + c + d + e + f \times z - ap - bq - cr - ds - et$.

Zo men nu $a+b+c+d+e+f \times z$ stelt $= n$, en hier van de gevondene som aftrekt,



Om nu te bepaalen welke getallen voor de geſtelde letteren moeten genomen worden, op dat zy de kleinſten zyn met welken men, in alle mogelyke gevallen, zeker gaa; moet men aanmerken, dat de *Diviſoren* altyd 1 grooter moeten zyn dan het mogelyk grootſte overſchot; derhalven moet $s = e + 1$ zyn; maar e is op 't grootst $= 6$; dus $s = 6 + 1$ of 7. Voorts

moet $r = ds + e + 1$ zyn,
of $r = 6 \times 7 + 5 + 1 = 48$.
$q = cr + ds + e + 1$,
of $q = 6 \times 48 + 5 \times 7 + 4 + 1 = 328$.
$p = bq + cr + ds + e + 1$,
of $p = 6 \times 328 + 5 \times 48 + 4 \times 7 + 3 + 1 = 2242$.

Dewyl nu $z - p$, om den naam van *Multiplicant* te kunnen dragen, grooter dan 1 moet zyn, zo is op het kleinst $z - p = 2$,

of $z = p + 2 = 2242$. Derhalven

$z - p = 2$,
$z - q = 1914$,
$z - r = 2194$,
$z - s = 2235$,
$z - 1 = 2241$,
$z = 2242$,

} de Multiplicanten.

$\overline{a+b+c+d+e+f} \times z = n = 47082$, 't getal waar van men trok.

$$\left.\begin{array}{rl} p = & 2240, \\ q = & 308, \\ r = & 48, \\ \text{en } s = & 7. \end{array}\right\} \text{de Divisoren.}$$

AANMERKING.

1. Zo men in plaats van 6 maar 5 getallen begeerde, heeft men e op 't grootst $= 5$.

Dat is $s = e + 1 = 5 + 1 = 6$,
en $r = ds + e + 1$,
of $r = 5 \times 6 + 4 + 1 = 35$.

$$q = cr + ds + e + 1,$$

of $q = 35 \times 5 + 6 \times 4 + 3 + 1 = 203$; dewyl 't getal 1 verminderd is, komt p niet in aanmerking.

Voorts is $z - q = 2$, of $z = q + 2 = 205$.

$\overline{b+c+d+e+f} \times z = 15 \times 205 = 3075 = n$.

$$\left.\begin{array}{rl} \text{en } z - q = & 2 \\ z - r = & 170 \\ z - s = & 199 \\ z - 1 = & 204 \\ z = & 205 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$n = 3075$ 't getal waar van men trok.

$$\left.\begin{array}{l} q = 203 \\ r = 35 \\ s = 6 \end{array}\right\} \text{de Divisoren.}$$

2. Zo men 4 getallen begeert, is e op 't grootst $= 4$, en $s = e + 1 = 5$.

$r =$

$r = ds + e + 1$
of $r = 4 \times 5 + 3 + 1$. Hier is ook q onnoodig.

$z - r = 2$, of $z = r + 2 = 26$.

$\overline{c + d + e + f} \times z = 10 \times 26 = 260$.

dat is:

$$\left.\begin{array}{l} z - r = 2 \\ z - s = 21 \\ z - 1 = 25 \\ z - \ldots = 26 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$\overline{c + d + e + f} \times z$ of $n = 260$, het getal waarvan men trok.

$$\left.\begin{array}{l} r = 24 \\ s = 5 \end{array}\right\}$$ de Divisoren, zynde de zelfde getallen, als by M. WILKENS *Embdenaar* in de 106de. zyner *Vermaaklyke Questien.*

3. Zo men drie getallen begeert, is $e = 3$, $s = e + 1 = 4$. Hier heeft men ook r niet noodig.

$z = s + 2 = 6$,

$\overline{d + e + f} \times z = 6 \times 6 = 36 = n$.

$$\text{Dus } \left.\begin{array}{l} z - s = 2 \\ z - 1 = 5 \\ z \ldots = 6 \end{array}\right\} \text{de kleinste Multiplicanten.}$$

$n = 36$, 't getal waar van men moet trekken,

en $s = 4$ de Divisor.

Zo men neemt $s = e + 5 = 8$,
is $z = s + 2 = 10$.

$$\text{en } \left.\begin{array}{l} z - s = 2 \\ z - 1 = 9 \\ z \ldots = 10 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$n =$

$z = d + e + f \times z = 60$, 't getal waar van men trok, en $s = 8$ de Divisor.

4. Dus kunnen wy niet alleen zien, hoe de Divisoren in de 104, 105 en 106 der *Vermaaklyke Questien* van M. WILKENS kunnen gevonden zyn; maar ook hoe die voor vyf, zes of meer getallen kunnen gevonden worden.

XCVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VISSER, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Stel voort de twee eerste deelen x en y: dan is het derde deel $a - x - y$.

De *Quadraaten* der deelen zyn

$$\left.\begin{matrix} ax - xx - xy \\ ay - yy - xy \end{matrix}\right\} = c$$

$$\begin{array}{l} xx \\ yy \\ \hline aa - 2ax + xx - 2ay + 2xy + yy \\ \hline aa - 2ax + 2xx - 2ay + 2xy + \\ \qquad (2y^2 = b \\ + 2ax - 2xx + 2ay - 4xy - 2 \\ \qquad (y^2 = cf \\ \hline aa \ldots\ldots\ldots\ldots - 2xy \\ \qquad (= b + 2c \\ 2xy = aa - b - 2c, \\ xy = \tfrac{1}{2}aa - \tfrac{1}{2}b - c = \end{array}$$

(*y* ftellende.

Voorts is $a \times \overline{x+y} - \overline{x+y}^2 = c$

of $\overline{x+y}|^2 - a \times \overline{x+y} = -c$

$\frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa$

$\overline{x+y}|^2 - a \times \overline{x+y} + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - c$

$x + y - \frac{1}{2}a = \pm\sqrt{\frac{1}{4}aa - c}$

$x + y = +\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - c} = q$ stell.

Nu is $xx + 2xy + yy = qq$

$4xy = 4p$

$xx - 2xy + yy = qq - 4p$ afgetr.

$x - y = \sqrt{qq - 4p}$

$x + y = q$

$2x = q + \sqrt{qq - 4p}$

$2y = q - \sqrt{qq - 4p}$

$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}\sqrt{qq - 4p} \\ y = \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}\sqrt{qq - 4p} \end{array}\right\}$ de twee eerste deelen.

Nu is in getallen gegeeven $a = 12$, $b = 50$, $c = 35$; dus $p = \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}b - c = 72 - 25 - 35 = 12$, $q = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - c} = 6 \pm \sqrt{36 - 35} = 7$ of 5, en $\sqrt{qq - 4p} = \sqrt{49 - 48}$ of $\sqrt{25 - 48}$, dat is 1 of $\sqrt{-23}$; de laatste grootheid, als ingebeeld zynde, verwerpen wy, en maaken van de eerste alleen gebruik, en dan is $x = 3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$, en $y = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$; en $a - x - y = 5$, zynde de deelen van het getal 12, die de begeerde eigenschap hebben.

Dat te vinden was.

XCVIII.

CIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Volgens de *Beginſelen der Natuurkunde* van den Heer MUSSCHENBROEK zyn de krachten van even lange Balken in reden, als de *producten* der *horizontaale* met de vierkanten der *verticaale* dikte. De krachten der zwaarte verminderen, en die der Balken moeten gevolglyk verminderen, in reden van de afſtand der gewigten van het rustpunt. Dus heeft men

beg. lengte : geg. lengte :: geg. gewigt : beg. gewigt.

$$4 : 3 :: 600 : x$$

$$4x = 1800$$

$$x = 450$$ ℔ welke aan den gegeeven Balk op den begeerden afſtand van 4 voeten kunnen worden opgehyst.

Verders is

$$8^{d} \times 6 : 12^{d} \times 9 :: 450 : y$$

of $4 : 27 :: 225 : y$

Komt $1518\frac{3}{4}$ ℔ $= y$, welke men aan den begeerden Balk zou kunnen ophaalen.

CV.

26° 5′ = ED = EP.
60
1565

2449225 = $\overline{EP}^2$
279524 = $\overline{OP}^2$

2169701 = $\overline{EO}^2$

Na genoeg 1473 = EO
1136 = AE

337 = AO

Verga. En.
O op 50° NBr. ... 3474. 5
P op 44 ..... 2945. 8

OP = 6. OP = 528. 7

AB = 17° $\overline{OP}^2$ = 279523. 69
= 1020′
AO = 337 Om de 1ste Koers te vinden.

BO = 683 OP: Rad. :: AO: Tang. ∠ APO.
528.7 — 100000 — 337.0

Komt 63744 Tang. van 32°31′ = ∠ APO
van 90°00′

57°29′ = ∠ OAP ben. zuiden 't Oost.
ZO ¼ Z 56 15

Dus 1°14′ zuidelyker dan ZO ¼ Z.

Om

Om de tweede Koers te vinden.

OP : *Rad.* :: BO : *Tang.* ∠ OPB.
528.7 — 100000 — 683.0

Komt 129185 *Tang.* van 52°15′ = ∠ OPB beoosten 't Noord.
NO : O 56 15

Dus 4° Noordelyker dan NO : O.

Om de Verheden te vinden.

Rad. : OP :: *Sin.* ∠ APO : AP.
100000 — 360′ — 118591

Komt 427′
4

8 — 11 — 106¾ Mylen AP de Verheid op de 1ſte Koers.

Komt 146¾ Mylen PB de Verheid op de 2de Koers.

XCIX. VOORSTEL.

Dit Voorſtel is waarſchynlyk ons twee maal gezonden, en dus abuſivelyk twee maal geplaatst. Men vindt hetzelve in die Deel *Voorſtel* 19, en de Oplosſing onder de Ontbindingen pag. 51, waaraan wy ons refereeren.

C. VOORSTEL.

Door den OPGEVER *en* J. VAN TWISK.

Stel voor de grootheden x^4, x^3y, xy^3, y^4; dan zyn de ſom der *Cubi*, $x^6+x^5y^3+x^3y^5+y^6=b$, en $x^6y^6=aa$, of $x^3y^3=a$. Of men heeft $(x^6+y^6)\times(y^3+x^3)=b$.

Stel nu $x^3+y^3=v$: dan is $x^6+y^6=\frac{b}{v}$

en $x^6+2x^3y^3+y^6=vv$

$2x^3y^3=2a$ afgetrokkende

blyft $x^6+y^6=vv-2a$

maar $x^6+y^6=\frac{b}{v}$ (gevonden)

derhalven $vv-2a=\frac{b}{v}$

$v^4-2av-b=0$, eene *equatie* waar door v bekend wordt. In getallen is $a^2=64$, en $b=585$; dus $v^4-16v-585=0$

Stel $v=-1$	602	1, 2, 7, 14, 43, enz.	14
$v=0$	585	1, 3, 5, 9, 195 enz.	9
$v=1$	600	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, enz.	4

$v^3-16v-585=v^4+9v+65$

$v=9$.

Dus hebben wy de waarde van $v=9$ bepaald; ſtel dezelve $=c$.

Nu

Nu is $x^3+y^3=c$

dus $x^6+2x^3y^3+y^6=cc$

$4x^3y^3=4a$ afgetr.

$x^6-2x^3y^3+y^6=cc-4a$

$x^3-y^3=\sqrt{cc-4a}=\sqrt{81-32}=7$

$x^3+y^3=c=9$.

Dus $2x^3=c+\sqrt{cc-4a}=16$.

$2y^3=c-\sqrt{cc-4a}=2$.

Dus $x^3=8$, en $x=2$.

$y^3=1$, en $y=1$.

en de begeerde getallen x^3, x^2y, enz. zyn 8, 4, 2 en 1.

Dat te vinden was.

CL. VOORSTEL. *Fig.* 51.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, S. GRAAF, *en de* OPGEEVER.

Van den Driehoek DQE verleng uit Q den *Basis* DQ tot in G, en getrokken EG *parallel* BC of OC; dan is de Driehoek DEG gelykvormig den Driehoek DOC.

Nu is $\left.\begin{matrix}\overline{AB}^2=169\\ \overline{BC}^2=225\end{matrix}\right\}$ afgetr.

$AC=14\frac{56}{4}$ dit by

$AC = 14$

18

$FC = 9$

$\overline{FC} = 81$ } afgetr.
$\overline{BC} = 225$ }

$\overline{BF} = 144$

$BF = 12$

Nu hebben wy deeze evenredigheid:

$BF : FC :: EQ : QG.$

Of $12 : 9 :: 10 : QG.$

Dus $QG = 7\frac{1}{2}$
$DQ = 24$

$DG = 31\frac{1}{2}$

Wederom $DG : QE :: DC : OH.$

of $31\frac{1}{2} : 10 :: 8 : OH$

Dus $OH = \frac{2}{7}$
$\frac{1}{4} DC = 1\frac{1}{2}$

Komt $1\frac{2}{7}$ voor den Inh. des Drie-hoeks DOC.

CII. VOORSTEL.

Geen andere Oplossing van dit Voorstel is ons ter hand gekomen, dan die van den Opgeever. Doch alzoo deeze laatste ons zeer duister, om niet te zeggen onmogelyk in de uitvoering, voorkomt, en daar benevens het Bewys der Constructie, dat aan alle Wiskundige redeneeringen het zegel moet hechten, daar aan ontbreekt, hebben wy, om aan het doelwit van 't Genootschap, dat zonder Bewys niets voor waar of valsch kan aanneemen, te voldoen, van dezelve geen gebruik kunnen maaken. Waarom wy by deeze onzen geëerde Medeleden vriendelyk verzoeken, dit Voorstel in ernstige overweeging te neemen, en hunne gedachten over deszelfs mogelyk- of onmogelykheid, gesterkt door Wiskundige betoogingen, ons gunstig mede te deelen, om in een volgend Stukje daarvan gebruik te kunnen maaken.

CIII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS *en* S. GRAAF.

Stel de Rechthoekszyden van den eersten Driehoek $= b$ en c en de schuinsche zyde $= h$.

De rechthoekszyden van den tweeden Driehoek $= \frac{b}{x}$ en cx,

en de schuinsche $= \sqrt{\frac{bb}{xx} + ccxx} = \sqrt{\frac{bb + ccx^4}{xx}}$,

dan is de Inhoud van ieder $= \frac{1}{2} bc$.

Stel den Wortel van $bb + ccx^4 = cxx - d$
dan is $bb + ccx^4 = ccx^4 - 2cdxx + dd$

$$2cdxx = dd - bb$$

$$xx = \frac{dd - bb}{2cd}$$

Stel $2cd = 4cee$

$$2d = \frac{\quad}{\quad}$$

dan is $d = 2cee$

Derhalven $xx = \dfrac{4cee^4 - bb}{4cc\,ee}$

Stel $4cee^4 - bb = f - 2cee^{\frac{1}{2}}$

$$4cf\,ee = ff + bb$$

$$ee = \frac{ff + bb}{4cf}$$

Stel $4cf = 4ccgg$

$$4f = \frac{\quad}{\quad}$$

$$f = cgg$$

Dus $ee = \dfrac{ccg + bb}{4ccgg}$

Neem $g = 1$,

Dan is $ee = \dfrac{cc + bb}{4cc} = \dfrac{hh}{4cc}$.

$$\sqrt{\quad}$$

$$e = \frac{\quad}{\quad} = \frac{h}{2c}$$

$$f = c$$

$d =$

$$g = \frac{hh}{2c}$$

$$\text{en } x = \frac{f - 2ccg}{2cg} = \frac{2cc - hh}{2ch}$$

Dus $cx = \frac{2cc - hh}{2h}$ } de twee Rechthoekszyden.

$$\frac{b}{x} = \frac{2bch}{2cc - hh}$$

$$\text{en } \sqrt{xxcc + \frac{bb}{xx}} = \frac{2h^4 - cc - bb|^2}{2h \times cc - bb} \text{ de schuinsche.}$$

Neem $b = 3$, $c = 4$, en $h = 5$

$$\text{dan is } cx = \frac{2 \times 16 - 25}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{b}{x} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{2 \times 16 - 25} = \frac{120}{7}$$

$$\sqrt{xxcc + \frac{bb}{xx}} = \frac{2 \times 5|^2 - 16 - 9|^2}{2 \times 5 \times 16 - 9} = \frac{1201}{70}$$

Nu zyn 'er twee rechthoekige Driehoeken gevonden, van welke iedere Inhoud $= 6$ is. Om nu een derde rechthoekige Driehoek te bepaalen, welkers Inhoud ook $= 6$ is, zo neem $b = \frac{7}{10}$

$$c = \frac{120}{7}$$

$$\text{en } k = \frac{1201}{70}$$

$$\text{Dan is } cx = \frac{2 \times 120\frac{1}{2}^2 - 1201\frac{1}{2}^2}{49} \cdot \frac{70}{1} = \frac{1437599}{168140}$$

$$\frac{b}{c} = 2 \times \frac{7}{10} \times \frac{120}{7} \times \frac{1201}{70} = \frac{2017680}{1437599}$$

$$\text{en } \sqrt{ccxx + \frac{bb}{xx}} = \sqrt{\frac{1437599^2}{161840^2} + \frac{2017680^2}{14377599^2}} =$$

$$\left(\frac{3095355404801}{1437599 \times 70}\right.$$

Indien men nu wederom $b = \frac{1437599}{168140}$, $c = \frac{2017680}{1437599}$

en $k = \frac{3095355404801}{1437599 \times 70}$ neemt, dan zal 'er op nieuw een rechthoekige Driehoek voortkomen, wiens Inhoud ook $= 6$ is; en hier uit blykt dus, dat, indien de getallen niet te groot wierden, men deeze Rekening tot n rechthoekige Driehoeken zou kunnen vervolgen.

CIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Volgens de *Beginſelen der Natuurkunde* van den Heer MUSSCHENBROEK zyn de krachten van even lange Balken in reden, als de *producten* der *horizontaale* met de vierkanten der *verticaale* dikte. De krachten der zwaarte verminderen, en die der Balken moeten gevolglyk verminderen, in reden van de afſtand der gewigten van het rustpunt. Dus heeft men

beg. lengte : geg. lengte :: geg. gewigt : beg. gewigt.

$$4 : 3 \quad :: \quad 600 \quad : \quad x$$

$$3x = 2400$$

$$x = 450 \text{ ℔}$$

welke aan den gegeeven Balk op den begeerden afſtand van 4 voeten kunnen worden opgehyst.

Verders is

$$8^{st} \times 6 : 12^{st} \times 9 :: 450 : y$$

of $4 : 27 :: 225 : y$

Roms $1518\frac{3}{4}$ ℔ $= y$, welke men aan den begeerden Balk zou kunnen ophaalen.

CV.

CV. VOORSTEL. Fig. 52.

Door den OPGEEVER.

Laat AB de Muur zyn; BC de Katrolbalk, welks lengte BC $= a$, en de *verticaale* dikte aan den Muur BG $= b$ gesteld wordt; D zy een punt willekeurig genomen, op eenen afstand van het draagpunt der Katrol C $= x$, en de *verticaale* dikte des houts ter zelver plaatse zy DF $= y$. Dan is, om dat het hout *horizontaal* eene gelyke dikte heeft,

$$y^2 : b^2$$
$$\text{[illegible]} = \text{[illegible]}$$
$$a : a$$
$$\text{[illegible]} = x^2$$
$$b^2 x = a y^2$$

Dat is $x : a :: y^2 : b^2$.

Of DC : BC :: $\overline{DF}^2 : \overline{BG}^2$, de Vergelyking op den *Parabool*, welks gedaante dus aan de *verticaale* zyde moet gegeeven worden.

CVI. VOORSTEL. Fig. 53.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISE *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

Laat ABCDA een Balk zyn, en tot eene *Piramide* verlengd worden in G.

Stel

et dikste einde AB $= a$,
der doorsneede EF $= x$,
van het dunne einde DC $= b$,
Inhoud des Balks . . $= B$,
van 't afgesn. stuk EFCDE $= S$,
en die der *Piramide* DCGD $= P$.

Dan is $a^3 : b^3 :: B + P : P$

Dividendo $a^3 - b^3 : b^3 :: B : P$

Alternando $a^3 - b^3 : B :: b^3 : P$

Wederom

$x^3 : b^3 :: S + P : P$

Dividendo $x^3 - b^3 : b^3 :: S : P$

Alternando $x^3 - b^3 : S :: b^3 : P$

By gevolg $a^3 - b^3 : B :: x^3 - b^3 : S$, volgens MEETK. B. IV. *Ax.* 7.

$$Sa^3 - Sb^3 = Bx^3 - Bb^3$$

$$Bx^3 = Bb^3 + Sa^3 - Sb^3$$

$$x^3 = b^3 + \frac{\overline{a^3 - b^3} \times S}{B}$$

$$x = \sqrt[3]{b^3 + \overline{a^3 - b^3} \times \frac{S}{B}}$$, dat is zoo;

men moet den Inhoud des stuks door den Balk deelen, of wel derzelver verkorte reden met dit *Quotient*,

tient, het verſchil der teerlingen op de beide einden des Balks, vermeenigvuldigen, en 't *Product* tot den kleinſten teerling vergaaren, om den teerling der doorſneede te vinden: of.

gelyk de Balk is tot het afgeſneeden ſtuk, alzo het verſchil der teerlingen van deszelfs einden tot het verſchil des teerlings van eene zyde der doorſneede en van het dunſte einde; want

$$B : S :: a^3 - b^3 : x^3 - b^3.$$

Dewyl gegeeven is $a = 18$,

$b = 12$,

$B : S :: 2 : 1$,

Zo is $x = \sqrt[3]{3780} = 3\sqrt[3]{140}$.

Hier door vindt men ligtelyk de plaats der doorſneede; want

$$AB - DC : AD :: EF - DC : ED.$$

Dat is $6 : -12 + 3\sqrt[3]{140} :: 40 : -80 + 20\sqrt[3]{140}$, de afſtand der doorſneede van het dunſte einde.

CVII.

CVII. VOORSTEL.

Door den OPMERKER *en* J. VAN TWISK.

Deel den Teller door den Noemer, zal komen

$$a+b+3c+5d+\frac{5a+8b+3c+5d}{20}$$

en ftel deeze resteerende breuk

$$\frac{5a+8b+3c+5d}{20} = e \text{ een geheel getal}$$

$$5a+8b+3c+5d = 20e$$

$$5a = 20e-8b-3c-5d$$

$$a = 4e-b-d-\frac{3b+3c}{5}$$

Stel $\frac{3b+3c}{5} = f$

$$3b+3c = 5f$$

$$3b = 5f-3c$$

$$b = f-c+\frac{2f}{3}$$

Stel $\frac{2f}{3} = g$

$$2f = 3g$$

$$f = \frac{3g}{2} \text{ of } g+\frac{g}{2}$$

Stel $\frac{g}{2} = h$.

Neem op het allerkleinſte, alle letteren die zich, op het eerſte aanzien, zodanig laaten bepaalen.

$g = 2h$
$f = 3h$
$b = 5h - e$
$a = 4e - 8h + c - d$

Als $h = 1$, $c = 1$, $d = 1$, komt $g = 2$, $f = c$, $b = 4$;

Voorts komt $a = 4e - 8$

Neem e nu op het allerkleinſte $= 3$, komt $a = 4$,
Derhalven is de gegeevene Breuk $= 19$.

CVIII. VOORSTEL.

Dit Voorſtel, zynde N°. 7 van dit eerſte Deel der *Wisk. Verlustiging*, abuſivelyk ten tweeden maale geplaatst zynde, refereeren wy ons tot de oplosſing van hetzelve, welke hier voor op pag. 20 der Ontbindingen te vinden is.

CIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. PAUW, *en* J. DE JONGH.

Stel de percento die A betaald $= y$
dan is die van B $= y + \frac{1}{2}$

Na

Nu is door 't Voorſtel

$$yy + \tfrac{1}{2}y = 24\tfrac{3}{16}$$
$$\overline{\tfrac{1}{2}}^{2} = \tfrac{1}{16}$$
$$yy + \tfrac{1}{2}y + \overline{\tfrac{1}{2}}^{2} = 25$$
$$y + \tfrac{1}{4} = 5$$
$$y = 4\tfrac{3}{4}$$
$$y + \tfrac{1}{2} = 5\tfrac{1}{4}$$

Volgens 't voorſtel betaalen Rd. Groot Schwar.
A en B te ſaamen aan Intrest f 185 : 22 : 2½
en B betaald meer als A . . . . 7 : 13 : 2½

derh. betaald A = $\frac{178 : 9 : 0}{2}$ = f 89 : 4 : 2½

en B = $\frac{192 : 36 : 0}{2}$ = 96 : 18 : 0

Maand. Intt. Maand.
12 — 4¾ — 9

Komt 37⅛

Intt. Cap. Ryksd.
37⅛ — 100 — 8914 : 2½

Komt 2500 Ryksd. 't Capt. van A.
A heeft meer als B 500

dus heeft B 2000 Ryksd. op Intt. genomen

Cap.	Intr.	Cap.
100	— $5\frac{1}{2}$ —	2000

Komt 105

Intr.	Maand.	Intr.
105	— 12 —	$96\frac{1}{2}$

Komt 11 Maanden dat B het Geld op Interest gehad heeft.

CX. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER; J. PAUW, J. DE JONGH, *en de* OPGEVER.

Stel den *basis* $= x$
de *cathetus* $= y$
en de *hypotenusa* $= z$
dan is door de natuur der rechthoekige Driehoeken $xx + yy = zz$
en door 't Voorstel $xx + yy + zz = 338$

derhalven $zz + zz = 2zz = 338$

$zz = 169$

$z = 13$

Ook is $2^2 - x^2 = 2072$

$$\overline{13|}^2 - x^2 = 2072$$

$$x^2 = 125$$

$$\sqrt[2]{}$$

$$x = 5$$

$$y = \left(\sqrt{zz - xx} = \sqrt{\overline{13|}^2 - \overline{5|}^2} = \right) 12$$

CXI. VOORSTEL.

Door C. HOKKEBARENDSZ., J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. APPEL, J. B. NOORDINK, J. RUITER, *en de* OPGEEVER.

$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{15}$ af

Rest $\frac{1}{30}$ = *f* 233 : 6 : 12

Portie 1 = *f* 7000 : 2 : 8 30

3

f 21000 : 7 : 8 nagelaaten som.

De bepaaling dat 'er voor den 10den, 15den, en 20sten Penning te saamen *f* 1516 : 13 : 14 (niet 4 Penn.) betaald is, is in dit Voorstel (blykens bovengem. Ontbinding) volstrekt onnoodig.

CXII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ., J. VAN TWISK, J. B. NOORDINK, J. APPEL, *en* J. PAUW.

Dit Voorſtel bepaalt niets, als het geene overtollig is; want dat de 10de Penning van ¼ der Erfportie 6 maal meerder is, dan de 20ſte Penning van ¼ der Erfportie, is eene waarheid, die in den aart der zaaken ligt opgeſloten, en blyft eene waarheid, of 'er (per exempel) 40 Duiten, dan of 'er 40,000 Guld. door N. N. nagelaaten zyn.

Dit Voorſtel laat derhalven zo veele voldoende Oplosſingen toe, als 'er Geldſommen bedacht of gepoemd kunnen worden.

CXIII. VOORSTEL.

Door J. APPEL, S. GRAAF, J. B. NOORDINK, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, *en de* OPGEEVER.

Koop.

4ſte Penning 2½ — 100 — 149½

Komt *f* 5980

2 ———

4990

10 Gl. by en af.

Komt *f* 3000 waarde van 't Land.
f 2980 waarde van 't Huis.

f 5980

CXIV. VOORSTEL.

Door J. APPEL, J. PAUW, J. VISSER, J. RUITER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER.

	Capit.	
80ste Penn. 1½	100	*f* 45

Komt *f* 3600.

80 — 100 — *f* 3600

Antw. *f* 4500.

CXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. APPEL, J. PAUW, S. RAAF, J. RUITER, en J. VISSER.

Noordholland ſtaat de ordinaire Verponding tot de ½ extraordinaire Verponding van de Huizen als 2 tot 1,
van de Landen als 4 tot 1,
en van de Heerlyke Goederen als 4 tot 3.

Derhalven, als 't van Huizen betaald is, dan is de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\ 139:17:8}{3} = f\ 46:12:8,$$

de ordin. Verponding = 93 : 5 : —;

van Landeryen de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\ 139:17:8}{5} = f\ 27:17:8,$$

de ordinaire Verponding = 112 : — : —,

en van Heerlyke Goederen, dan is de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\ 139:17:8}{7} \times 3 = f\ 59:18:15 \text{ na genoeg.}$$

en de ordinaire Verponding *f* 79 : 8 : 9.

CXVI.

CXVI. VOORSTEL.

Door J. APPEL, J. VISSER, J. PAUW, J. RUITER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, en J. VAN TWISK.

In de op één na laatste regel van dit Voorstel staat *f* 56:10:—, leest *f* 56:5:—; dan heeft men de volgende bewerking:

f 440
4
f 1760

98 —— 100 —— *f* 1760

f 2000 de 1ste Prys.

f 11½
8
f 90

90 —— 100 —— *f* 90

f 100 de 2de Prys.

f 56½
16
f 936

90 —— 100 —— *f* 936

f 1040 de 3de Prys.

CXVII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF, J. B. NOORDINK, J. RUITER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, *en de* OPGEEVER.

	Rl. 500 zyn *f* 3000.		
100	25	*f* 3000?	
		Komt *f* 750	
af de 100ste Penn....		$7\frac{1}{2}$	
f 15000	*f* $742\frac{1}{2}$	100?	

Antw. $4\frac{19}{80}$ ten 100 nieuw Capitaal.

CXVIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK; *en* S. GRAAF.

Capit.	Uitd.	Capit.
100	5	33000

1650 uitdeeling.
600 onkosten.

f 1050 Jaarlyksche uitdeeling.
150

7 Persoonen, dit

van

van 208 Persoonen

201

ieder Jaar vermindert 6 ——

na $33\frac{1}{3}$ Jaaren ieder der overblyvende ieder 150 Guldens.

CXIX. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. RUITER, J. B. NOORDINK, J. APPEL, *en* S. GRAAF.

100 — *f* 3 : 11 : 5 — 10.000000

Komt *f* 356562 : 10 : —

Contrib. Contrib.

108000 — *f* 356562 : 10 : — — 1?

Antw. *f* 3 : 6 : $0\frac{1}{4}$.

CXX.

CXX. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. APPEL, S. GRAAF, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. RUITER, en J. B. NOORDINK.

1 Dertiend'half $12\frac{1}{2}$ ſt.
1 Zesthalf .... $5\frac{1}{2}$ ſt.

van elks Guld.
18 ſt. —— 1 —— $9\frac{3}{4}$

Komt 10 Dertiend'halven *A.*
en 10 Zesthalven B.

CXXI. VOORSTEL.

Door JACOBUS APPEL, *waar mede* J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. VISSER, J. B. NOORDINK, J. PAUW, *en* J. RUITER *overëenkamen.*

Dewyl de Zest'halven tot de Dertiend'halven ſtaan als 11 tot 25, zo volgt dat, om A en B even ryk te doen zyn, A 11 Dertiend'halven moet hebben tegen B 25 Zest'halven, 't geen het minst is in geheele getallen.

CXXII.

CXXII. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. RUITER, J. APPEL, J. PAUW, J. B. NOORDIJK, S. GRAAF, en J. VAN TWISK.

A 14 Guld.		XVI.
B 7 —		21
	van elks	6
21	1	126 ?

Komt 6 ſtuks van elks....6
A 14 B 7

Dus A heeft *f* 84 en B heeft *f* 42 in de Goudbeurs.

CXXIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, en J. RUITER.

Stel dat A in 4 Weeken wint *x* Guld., en B zo veel in 5 Weeken; als mede dat A in 8 Weeken aan kostgeld verteert *y* Guld., en B zo veel in 9 Weeken.

Wee-

Week. Winst Week.

4 — x — 52 | 13 x Winst van A } in een Jaar.
5 — x — 52 | 10⅖ x Winst van B }

— afgetr.

2⅗ x Guld. heeft A meer dan B in een Jaar gewonnen.

f 49 : 8 : —
= 13 : — : —

Derh. 2⅗ x = f 62 : 8 : —

13 x = 312

x = 24 Guld. die A in 4, en B in 5 Weeken gewonnen heeft.

Wederom

Weeken Verteer. Weeken

8 — y — 52 | 6½ y
9 — y — 52 | 5⅗ y

— Guld.

1⅛ y = 13

y = 18 Guld. die A in 8, en B in 9 Weeken verteerd heeft.

Weeken Winst Weeken
4 — 24 — 52 | 312 Guld. A gewonnen.

Weeken Verteer. Weeken
8 — 18 — 52 | 117 Guld. A verteerd.

Weeken Winst Weeken
5 — 24 — 52 | 249 Gl. 12 St. B gewonn.

Weeken Verteer. Weeken
9 — 18 — 52 | 104 Guld. B verteerd.

ANDERS.

Door S. GRAAF.

A wint 5 tegen B 4 — *f* 49 : 8 : — / *f* 13 : — : —

1 — *f* 62 : 8 : —

— { 5 | 312 Guld. A } in een Jaar ge-
{ 4 | 249⅗ — B } wonnen.

A verteert 9 tegen B 8

1 — *f* 13 — { 9 | 117 Guld. B } in een Jaar
{ 8 | 104 — A } verteerd.

CXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, en J. APPEL.

18 Voet lang
⅝ Voet breed — Plank — 85½ Voet lang.
20 Voet breed.

15 — 1 — 1710

Komt 114 Planken.

CXX.

CXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW; J. APPEL, J. VAN TWISK, *en* J. VISSER.

	Penn.	
1 Penn.	1	
2 Stuiv.	32	
4 Guld.	1280	
	Stuk van ieder	Guld.
1313	1	14?

Komt $3\frac{441}{1313}$ Penn.
2
$6\frac{1111}{1313}$ Stuiv.
2
$13\frac{1111}{1313}$ Guld.

CXXVI. VOORSTEL.

Door J. VISSER, S. GRAAF, J. APPEL, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. B. NOORDINK, *en* J. RUITER.

Knecht	Knechts
1 — *f* 8 : 5 : —	4?

Komt *f* 33
3
f 11 de Baas zyn voordeel van de Knechts.
f 12

Week	*f* 12 zyn eigen verdienſte.	Weeken
1	23	52?

Komt *f* 1196 Jaarl. Inkomſte van den Baas;
„ 956 kost zyn Huishouding.

Dus *f* 240 in dat Jaar overgewonnen.

CXXVII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ.

Naardien het *Quotient* met den *Divisor* vermeenigvuldigd, en by het *Product* het Overblyfſel vergaard, de ſom gelyk aan het Deeltal moet zyn, ziet men in den eerſten opſlag, dat $3\square + 9$ bepaald wordt door 0 Eenheden.

Dus $3\square + 9 = x$ Tienen

Of $3\square + 9 = 10x$ Eenheden

$3\square = 10x - 9$

$\square = 3x - 3 + \frac{x}{3}$.

x moet derhalven door 3 deelbaar zyn;
dus $x = 3, 6, 9,$ &c.
Maar $\square$ kan op zyn hoogst $= 9$ zyn;
dus x niet anders als 3.

Derhalven $\square = 3x - 3 + \frac{x}{3} = 7$.

ANDERS.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

Stel $\square = x$,

dan is $\frac{1010000x + 101600}{1000x + 493} = 950 + x + \frac{100x + 99}{1000x + 493}$

$1010000x + 101600 = 468449 + 950593x + 1000xx$

$1000xx - 59407x = -366849$

$10000xx - 594070x = -3668490$

$\frac{59407}{20}\Big|^2 = \frac{3529191649}{400}$

$10000xx - 594070x + \frac{59407}{20}\Big|^2 = \frac{2061795649}{400}$

$100x - \frac{59407}{20} = \pm\frac{45407}{20}$

$100x = \frac{14090}{20} = 709$

100

$x = 7$ als boven.

CXXVIII.

CXXVIII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ., *en nog anders door den* OPGEEVER, J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. RUITER.

De ſom der achterſte Ry, of de Ry der Eenheden is 2 meerder dan een zeker getal Tienen, volgens het Voorſtel; dus moet $\square + \triangle + \square$ een effen getal Tienen zyn.

Stel dan $\square + \triangle + \square$, of $2\square + \triangle = x$ Tienen.

$1 = 1$ verg.

$2\square + \triangle + 1 = 10x + 1$ Eenh.

Maar $\square = \triangle + 1$ volgens het Voorſtel.

Dus $3\square = 10x + 1$.

$$\square = \frac{10x+1}{3} = 3x + \frac{x+1}{3}.$$

Stel $\frac{x+1}{3} = z$ een heel getal,

Dan is $x = 3z - 1$

en $10x + 1 = (10 \times \overline{3z-1} + 1) = 30z - 9$.

By gevolg $\square = \frac{10x+1}{3} = 10z - 3$.

Dewyl nu $\square$ niet grooter dan 9 kan zyn, zo is

$$\begin{array}{r} 10z - 3 \text{ kleiner dan } 10 \\ 3 = 3 \\ \hline 10z \text{ kleiner dan } 13 \\ 10 \overline{} \\ z \text{ kleiner dan } 1\tfrac{3}{10} \end{array} \text{ verg.}$$

Derhalven kan z niet anders als 1 zyn.

Dus $\square = 10z - 3 = 7$,
en $\square - 1 = \ldots\ldots\ldots 6$.

CXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

Door de JAAR-TAFELEN.

Wortel	24 Jaaren	Capitaal
10000000 —	63411807 —	*f* 63000?

Antw. *f* 399494 : 7 : $10\frac{114}{125}$ Cap. en Winst.

ANDERS *door Logarithmi.*

$$\begin{array}{r} 100 - 108 \text{ voor één Jaar,} \\ 4 \overline{} \\ 25 - 27 \end{array}$$

Log. 27 = 1.43136376
Log. 25 = 1.39794001 afgetr.

0.03342375

0.03342375
——— 24 Jaaren
0.80217000
Log. 63000 = 4.79934050
——— verg.
5.60151050 N. *Log.* van 399494,35.

Dus na genoeg *f* 399494 : 7 : —.

CXXX. VOORSTEL.

Door J. APPEL, S. GRAAF, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, *en den* OPGEEVER.

Hazespr. Hondespr. Hazespr.
7 ——— 5 ——— 5?

$3\frac{4}{7}$ Hondespr. doet de Haas
tegen de Hond 4
——— Hondespr.
Winst $\frac{3}{7}$ ——— 4 ——— 246?

Antw. 2296 sprongen.

CXXXI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. APPEL, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Graad Mylen Graaden
1 —— 15 —— 360?

Myl Sprongen
1 —— 5000 —— 5400 Mylen?

Hondesp. Hazesp.
5 —— 7 —— 27000000 Hondesprongen.

Komt 37800000 Hazesprongen.

CXXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. APPEL, S. GRAAF, *en* J. VISSER.

$4\frac{1}{2}$ Percent
S
—— Cap.
verſ. $1\frac{1}{2}$ —— 100 —— *f* 60 verſchil.

Antw. *f* 4000:— het eerſte Capitaal.

à $4\frac{1}{2}$ Percent

Cap. —

Perc. 3 — 100 — *f* 180 Winst?

en *f* 6000:— Cap. moet het nu zyn, om dezelve Interest te hebben.

CXXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, J. APPEL, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. VISSER.

100 — $3\frac{1}{2}$ — *f* 6000

Maand.

225 — 12 — *f* 168:15:—

Komt 9 Maanden tyd van A.

f 168 : 15 : —

» 28 : 15 : — afgetr.

$3\frac{1}{2}$ — 100 — *f* 140 : — : —

Komt *f* 4000 Capitaal van B.

CXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VISSER, J. APPEL, *en* J. VAN TWISK.

D 1
C $1\frac{1}{6}$
B $1\frac{1}{3}$
A $2\frac{1}{2}$
$6\frac{11}{12}$ — *f* 2150 — $2\frac{1}{32}$ | *f* 750 het Dorp A.
$1\frac{7}{8}$ | *f* 600 —— B.
$1\frac{1}{2}$ | *f* 480 —— C.
1 | *f* 300 —— D.

CXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK.

Hier by kan men aanmerken:

Dat, als 'er maar 1 man uitging, 109 veranderingen mogelyk zyn.

Als 'er 2 Perſoonen uitgingen, 200 is het getal der veranderingen, de ſom eener *Arithm. Progr.* van 108 *Termen*, wiens begin en opklimming 1 is; en de ſom een *Trigonaal*-getal.

Drie

Drie mannen uitgaande, zo is het getal der veranderingen een *Pyramidaal*-getal uit *Trigonaal*-getallen van het eerſte lighaamlyke geſlacht, wiens Wortel 107 is.

Hier uit volgt: dat, als 'er telkens 9 Perſoonen uitgaan, zoo is het getal der veranderingen een *Pyramidaal*-getal uit *Trigonaal*-getallen van 't zevende lighaamlyke geſlacht, wiens Wortel 101 is.

En wordt aldus gevonden:

De Wortel $\overline{101-1} \times 1$ verſchil $=$ 100,

$100+1$ de eerſte Term $=$ 101 *extremum majus*,

$$101+8 = 109 \times \frac{101}{2} \times \frac{102}{3} \times \frac{103}{4} \times \frac{104}{5} \times \frac{105}{6} \times \frac{106}{7} \times \frac{107}{8} \times \frac{108}{9}.$$

Komt: 4263421511271. maalen.

NOTA. *Deza Oplosſing is afkomſtig van Wylen* S. GUNTHER.

CXXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Stel den Wortel van het eerſte $= 5x$

dan is $x^3 + 27x^2 + x = 25x^2$

x

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$x + 1 = 0$

$x = -1$

Derhalven $x^3 + 27x^2 + x = 25$ het *Quadraat*, waar van $+5$ de *Wortel* is.

Voorts ſtel den Wortel uit het tweede $= 25\frac{1}{2}$

dan is $3a^3 + 2\frac{1}{4} = 650\frac{3}{4}$

$3a^3 = 648$

$a^3 = 216$

$\sqrt[3]{\quad}$

$a = 6$

CXXXVII. VOORSTEL. *Fig. 54.*

Door de OPGEEVERS *en* J. J. BOUWENS.

Stel de *Sinus* der Booge BD $= x$,

dan is:

Cof. CD $= \sqrt{CB^2 - BD^2} = \sqrt{1 - xx}$

En *Cof.* CD : *Sin.* BD :: *Rad.* CA : *Tang* AE

of $\sqrt{1 - xx} : x :: 1 : Tang$ AE

Komt *Tang.* AE $= \frac{x}{\sqrt{1-xx}}$

Wederom *Cof.* CD : *Rad.* CB :: *Rad.* CB : *Sec.* CE

of $\sqrt{1-xx} : 1 :: 1 : Sec.$ CE

Komt *Sec.* CE $= \frac{1}{\sqrt{1-xx}}$

Der-

Derhalven is door het Voorstel x, $\frac{x}{\sqrt{1-xx}}$ en $\frac{1}{\sqrt{1-xx}}$ eene *Arithmetische Progressie*.

Gevolglyk $x + \frac{1}{\sqrt{1-xx}} = \frac{2x}{\sqrt{1-xx}}$

$$\sqrt{1-xx}$$

$$x\sqrt{1-xx} + 1 = 2x$$

$$x\sqrt{1-xx} = 2x - 1$$

$$\sqrt{}$$

$$xx - x^4 = 4xx - 4x + 1$$

$$x^4 + 3xx - 4x = -1$$

Stel $x = 0.8 - y$

Dan is $x^4 = 0.4096 - 2.048y + 3.84yy$ — &c.

$$3xx = 1.92 - 4.8y + 3yy$$

$$-4x = -3.2 + 4y$$

$$-0.8704 - 2.848y + 6.84yy = -1$$

$$6.84yy - 2.848y = -0.1296$$

$$6.84$$

$$\overline{6.84y}|^2 - 2.848 \times 6.84y = -0.886564$$

$$\overline{1.424}|^2 = 2.027776$$

$$\sqrt{\overline{6.84y}|^2 - 2.848 \times 6.84y + \overline{1.424}|^2} = 1.141212$$

$$6.84y - 1.424 = 1.068$$

$$6.84\ y = 0.356$$

$$6.84 \qquad y = 0.06$$

Hierdoor $x = 0.8 - y = 0.74$.

Stel wederom $x = 0.74 + y$,

Dan is $x^4 = 0.29986576 + 1.620896\,y + 3.2856\,yy$ + &c.)

$$3xx = 1.6428 \quad + 4.44 \quad y + 3\,yy$$
$$-4x = -2.96 \quad - 4 \quad y$$

$$-1.01733424 + 2.060896\,y + 6.2856\,yy = -1$$

$$6.2856\,yy + 2.060896\,y = 0.01733424 \qquad 6.2856$$

$$\overline{6.2856\,y}\,|^2 + 2.060896 \times 6.2856\,y = 0.108956098944$$
$$\overline{1.030448}\,|^2 = 1.061823080704$$

$$\overline{6.2856\,y}\,|^2 + 2.060896 \times 6.2856\,y + \overline{1.030448}\,|^2 = 1.170779179648)$$

$$6.2856\,y + 1.030448 = 1.082025$$

$$6.2856 \qquad 6.2856\,y = 0.051577$$

$$y = 0.00825$$

Derh. $x = 0.74 + y = 0.74825$, de *Sinus* des begeerden Boogs, zynde 48° 26′.

CXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. J. BOUWENS, J. VAN TWISK, *en* K. AKER.

Dewyl een Bombe, by verſchillende elevatien van 't Mortier, met gelyke laading *Paraboolen* beſchryft, welker wydten tot elkander in reden zyn als de *Sinus* van den dubbelen hoek der verheffing, (Zie BELIDOR *Nouveau Cours de Mathematique* 1746, 747), zoo heeft men:

gegeev. verh.: beg. verh.:: *Sin.* 2 × 15° (of *Sin.* 30°): de gezochte elevatie.

Dat is 180 : 180 :: 50000 : *x*

20

9 : 14 :: 50000 : *x*

Komt 77778 - *Sin.* van 51°4′ voor den dubbelen hoek der elevatie; hier van de helft, komt 25°32′ de begeerde verheffing. Dit gevondene van 90° afgetrokken, rest 64°28′, met welke men tot dezelfde verheid zal ſchieten: dewyl de verheden, de verheffing zoo veel boven als beneden de 90° geſteld zynde, gelyk zyn.

CXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 55.

Door den OPGEEVER.

Laat P de Noord- en Z de Zuid-Pool zyn. C zy *Canton* in China, en A *Amſterdam*; ÆQ de *Equinoctiaal*; dan is PAZ de *Meridiaan* van *Amſterdam*, en PCQZ die van *Canton*; de ∠APC is = 108°4′

het verſchil der Lengte tuſſchen de beide Steeden. Voorts zyn AP = 37°37′ en PC = 66°52′ de Complementen der N. Breedte. Dewyl de hoek APC ſtomp is, zal de *Perpendiculair* AB op de verlengde PC vallen. Derhalven is

Rad. B : *Cof.* ∠P :: *Tang.* AP : *Tang.* BP.

9.8868105
9.4915345

19.3783450 *Log. Tang.* van 13° 26′ 24″ = BP.

PC = 66° 52′ 00″
BP = 13° 26′ 24″
verg.
BC = 80° 18′ 24″

Cof. BP : *Cof.* AP :: *Cof.* BC : *Cof.* AC.

9.2262769
9.8987867

19.1250636
9.9879405

9.1371231 *Log. Cof.* van 82° 7′ 6″ = AC.

Dewyl nu ieder Graad 15 Duitſche Mylen bevat, heeft men 1231, 775 of zeer na 1232 Duitſche Mylen voor den gezochten afſtand der beide Steeden.

Dit Voorſtel is mede ontbonden door J. Visser, J. Pauw, K. Aker, en J. van Twisk; doch alzo dezelve van de *vergrootende Breedte* gebruik gemaakt hebben, is hun gevonden antwoord minder naauwkeurig; alzo de Tafelen van vergrootende Breedte niet ingericht zyn voor eenen zoo grooten afſtand, als hier gevonden moet worden. Zy vinden, de een min de ander meer, 1325¼ Duitſche Mylen voor den afſtand der beide Steeden.

CXL.

CXL. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* K. AKER, J. VAN TWISK, *en* A. ROOS *overëenkomen.*

Stel de getallen x, $\frac{2xy}{x+y}$ en y; dan zyn dezelve reede in eene *Harmoniſche Progreſſie*: hunne *Quadraaten* zyn xx, $\frac{4xxyy}{(x+y)^2}$ en yy; en door het Voorſtel is

$$x+y+\frac{2xy}{x+y}=a, \text{ en } x^2+y^2+\frac{4xxyy}{\overline{x+y}|^2}=b$$

of $\overline{x+y}|^2+2xy=a(x+y)$, en $\overline{x^2+y^2}.\overline{x+y}|^2=(4xxyy=b(x+y)^2$

Stel nu $x+y=p$,

$xy=q$:

dan is $x^2+y^2=pp-2q$.

Deeze waarden in elk der twee gevondene Vergelykingen overbrengende, worden zy veranderd: de eerſte in

$$p^2+2q=ap,$$

waar door $2q=ap-p^2=\overline{a-p}.p$,

en $4qq=4xxyy=(a-p)^2pp$.

De tweede in $pp-2q.pp+4qq=bpp$, waar in de waarden van $2q$ in $4qq$, zoo even bepaald, overgebragt, heeft men

$$\overline{2pp-ap}.pp+\overline{a-p}|^2\times pp=bpp;$$

en door pp deelende;

$$2pp - ap + aa - 2ap + pp = h,$$
$$\text{of } 3pp - 3ap = b - aa$$
$$pp - ap = \tfrac{1}{3}b - \tfrac{1}{3}aa$$
$$\tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa \text{ bydoende, heeft men}$$
$$pp - ap + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{3}b - \tfrac{1}{12}aa$$

hier door $p = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{3}b - \frac{1}{12}aa}$ bekend,
en $2q = (a-p)p$ insgelyks bekend.

Nu moeten alleen nog maar x en y gevonden worden, waar van de som en het *Product* bekend gegeeven zyn. Een byzonder Voorſtel, meer dan eens behandeld.

$$x = \tfrac{1}{2}p + \tfrac{1}{2}\sqrt{pp - 4q}, \text{ het eerſte getal;}$$
$$y = \tfrac{1}{2}p - \tfrac{1}{2}\sqrt{pp - 4q}, \text{ het derde,}$$
$$\text{en } \frac{2xy}{x+y} = \frac{2q}{p}, \text{ het tweede Q. E. I.}$$

Toepaſſing. In getallen is gegeeven $a = 26$, $b = 344$; hier door is $p = 18$ of 8. Beide Wortels geeven $q = 72$: dan wy maaken alleen gebruik van $p = 18$: dewyl de andere waarde voor x en y *imaginaria* geeven; en dan vindt men $x = 12$, $y = 6$ en $\frac{2xy}{x+y} = 8$; Weshalven 6, 8, 12 de begeerde getallen in eene *Harmoniſche Progreſſie* zyn.

Dat te vinden was.

CXLI.

CXLI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. VAN TWISK, J. PAUW, A. ROOS, *en* K. AKER.

Stel voor de *Progreſſie* $x-3y$, $x-2y$, $x-y$, x, $x+y$, $x+2y$, en $x+3y$; dan is $7x$ derzelver ſom, en de *Quadraaten* der *Termen* zyn:

$$x^2-6xy+9y^2$$
$$x^2-4xy+4y^2$$
$$x^2-2xy+y^2$$
$$x^2$$
$$x^2+2xy+y^2$$
$$x^2+4xy+4y^2$$
$$x^2+6xy+9y^2$$

waar van $7x^2+28y^2$ de ſom is.

De *Cubi* der *Termen* zyn

$$x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$$
$$x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$$
$$x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$$
$$x^3$$
$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$
$$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$$
$$x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$$

van deeze is de ſom $7x^3+84xy^2$.

Nu zyn $7x$, $7x^2+28y^2$ en $7x^2+84xy^2$ als p, q, en r: waar uit wy deeze volgende twee *Proportien* hebben:

1°. $7x : 7x^2+84xy^2 :: p : r$

$1 : x^2+12y^2 :: p : r$

dus $x^2+12y^2=\frac{r}{p}$

2°. $7x : 7x^2+28y^2 :: p : q$

$x : x^2+4y^2 :: p : q$

$x^2+4y^2=\frac{qx}{p}$

(3

$3x^2+12y^2=\frac{3qx}{p}$

$x^2+12y^2=\frac{r}{p}$ afgetrokken.

$2x^2=\frac{3qx}{p}-\frac{r}{p}$

$2x^2-\frac{3qx}{p}=-\frac{r}{p}$

$x^2-\frac{3qx}{2p}=-\frac{r}{2p}$

$\frac{9qq}{16pp}=\frac{9qq}{16pp}$

x^2

$$x^2 - \frac{3qx}{2p} + \frac{9qq}{16pp} = \frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}$$

$$x - \frac{3q}{4p} = \pm \sqrt{\frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}}$$

en $x = + \frac{3q}{4p} \pm \sqrt{\frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}}$, ftel $= s$;

dan is in $x^4 + 12y^2 = \frac{r}{p}$

$$12y^2 = \frac{r}{p} - ss$$

$$y^2 = \frac{1}{12} \times \frac{r}{p} - ss$$

$$y^2 = \sqrt{\frac{r}{12p} - \frac{1}{12}ss}.$$

Nu is in getallen $p = 1$, $q = 5$, $r = 28$, welke op de *Formulas* toegepast zynde, gevven $x = 4$ of $3\frac{1}{2}$, en de overeenkomftige waarden van $y = 1$ of $\frac{1}{2}\sqrt{7}$. Dus zyn $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, of $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$ en $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$, de begeerde getallen.

Dat te vinden was.

CXLII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER, *en* K. AKER, *overëenkomen.*

$4 \times 1 = 4$
$7 \times 2 = 14$
$8 \times 4 = 32$

50

$6\frac{4}{7} \times 1 = 6\frac{4}{7}$
$6\frac{4}{7} \times 2 = 13\frac{1}{7}$
$6\frac{4}{7} \times 4 = 27\frac{3}{7}$

verg... $47\frac{1}{7}$ } afgetrokk.

$2\frac{6}{7}$

$6\frac{4}{7} \times 400$
5×400

afgetr.

$1\frac{1}{7} \times 400 = 720$

$2\frac{6}{7}$

Komt *f* 300 de eerſte ſom.
Dus *f* 600 de derde,
en *f* 1200 de laatſte ſom.

CXLIII.

CXLIII. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. J. BOUWENS, K. AKER, *en* J. PAUW, *waar mede, met eenige verandering, de* OPGERVER *en* J. VAN TWISK, *overkomen.*

Roed.		Roed.
85	lang en	40 breed
12		12
1020 Voet.	....	480 Voet.

5)

in de Langte 204 Boomen ... 96 in de Breedte.

Boom St.
1 — 5½ — 19584 Boomen?

St. Duc.
105 — 1 — 107712

Komt 1025$\frac{12}{17}$ Ducaaten.

CXLIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGERVER.

In de Opgaaf ſtaat: na 6 maanden bedraagt de Interest ¼ van 't Capitaal; maar in MEISZNER's *Rozenkrans* ſtaat: na 6 maanden bedraagt de Interest ¼ van het Capitaal, *plus* 20 Guldens.

Stel

Stel 't getal Guldens $= x$,

Maand Maanden.

$1 — \frac{2}{20} — 6?$

$1 — \frac{3}{10} — x$

$\frac{3}{10} x$

$\frac{3}{4} x$

— afgetr.

$\frac{1}{20} x = 20$

— 20

$x = 400$ Guld.

CXLV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, K. AKER, *en* J. VAN TWISK.

Maanden

3
6
9
12
15

45

$\frac{1}{3}$)

Maand. Perc. Maand.

$12 — 6\frac{1}{3} — 9$

Komt 5 Winst

100

105 —— 100 —— f 6300?

Stukken 1200 —— f 6000 —— 1 Stuk?

Answ. f 5:- het Stuk Contant.

CXLVI. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEREVER, J. VAN TWISK, *en* K. AKER *overkomen.*

Stel den Intrest ten honderd in 't Jaar = y,
en het Capitaal = $4x$;

Zo betaalt hy Inter. van $4x$ over $\frac{1}{2}$ Jaar
van $3x$ over 1 Jaar
van $2x$ over $1\frac{1}{2}$ Jaar
van x over 2 Jaar

100 — $\frac{1}{2}y$ — $10x$?

$\therefore xy$ Inter. = 200, en $360y = 4x$
—— 20 4 —— y
$xy = 4000$ $90y^2 = xy$
$xy = 90y^2$
—— vergel.
$90y^2 = 4000$
10 ——

$9y^2$

Stel 't getal Guldens

Maand M

1 — $\frac{1}{20}$ — 20

1 — $6\frac{2}{3}$ Intr. ten 100 in 't Jaar.

f 2400 Capitaal.

f 2400	f 80 Inter. het eerste	half Jaar.
f 1800	f 60 Inter. het tweede	
f 1200	f 40 Inter. het derde	
f 600	f 20 Inter. het vierde	

CXLVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. J. BOUWENS, *en* J. VAN TWISK.

De Oplossing van dit Voorstel heeft niets gemeen met Wiskundige naspooringen; maar behoort enkel tot zodanige Classe van Voorstellen, als in de *Recréations Mathématiques* van OZANAM *en* GUYOT, in *der Arithmetischer Zeitvertreiber* en *Arithmetische Ruhestunden* van J. J. RESSING, en in de *Mathematische Vermaakelykheden* van W. VAN WESTEN gevonden worden. Derhalven is *Fig.* 56, N. I. en II. genoegzaam ter verklaaring van dit Voorstel.

CXLVIII.

XLVIII. VOORSTEL.

voor den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Laat de oppervlakte des Kegels met den *Basis* te saamen $= V$ eene standvastige grootheid zyn; noem de middellyn van den *Basis* x; de reden van de middellyn tot den omtrek des cirkels c; dan is de omtrek van den *Basis* cx; en de Inhoud $\frac{1}{4}cxx$; waar uit volgt, dat de Inhoud der bovenste oppervlakte $= V - \frac{1}{4}cxx$; deeze door den halven omtrek van den *Basis* $= \frac{1}{2}cx$ gedeeld, geeft $\frac{2V}{cx} - \frac{1}{2}x$ voor de Lengte der opstaande zyden. De Inhoud nu van een gelykbeenigen Driehoek, die door den As des Kegels gaat, is, volgens het bekende *Theorema* der Driehoeken, $\frac{1}{4}x\sqrt{\left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)}$; deeze laatste uitdrukking door de som der drie zyden deelende, welke $= \frac{4V}{cx}$ is, geeft voor de halve *Radius* des cirkels, in den gelykbeenigen Driehoek beschreeven, $\frac{1}{4}x \times \sqrt{\left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)} \times \frac{cx}{4V} = \frac{cxx}{16V} \times \left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^2 - \frac{cx^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Indien men nu onderstelt, dat deeze gelykbeenige Driehoek met zyn ingeschreeven Cirkel om de middellyn (dat is de lyn van den tophoek op den *Basis* getrokken) wordt omgevoerd, teelt by den Kegel, en de ingeschreeven Cirkel den Kloot in den Kegel geplaatst; nu worde de Inhoud deezes Kloots aldus be-

paald: de middellyn vermeenigvuldigd met c geeft voor den omtrek $c\left(x^2-\frac{cx^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}$; de Inhoud van den Kloot vindt men $=\frac{1}{6}c\left(x^3-\frac{cx^4}{2V}\right)^{\frac{3}{2}}$: deeze moet een *maximum* zyn.

Hier van is de *Differentiaal*:

$$\frac{1}{4}c\left(x^2-\frac{cx^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(2xdx-\frac{4cx^3dx}{2V}\right)=0$$

$$\text{of } 1-\frac{cx^2}{V}=0$$

$$cx^2=V$$

$$x^2=\frac{V}{c} \text{ of } x=\sqrt{\frac{V}{c}}.$$

Dat is, de middellyn van den *Basis* moet gelyk genomen worden aan den *Quadraat*-wortel uit de Oppervlakte, in reden van de middellyn tot den omtrek van den *Basis* verminderd.

Dat te vinden was.

CXLIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel den halven grooten-As $=a$,
den halven kleinen-As $=b$,
de *Abscisse* $=x$,
de *Applicate* $=y$.

Dan

Dan is door de natuur der *Ellips* $x(2a-x) = \frac{a^2y^2}{b^2}$ (A)

of $x^2 - 2ax = -\frac{a^2y^2}{b^2}$; by beide aa voegende;

zal $xx - 2ax + aa = \frac{a^2b^2 - a^2y^2}{b^2}$, en dus $x - a = \frac{a}{b}\sqrt{bb - yy}$ zyn.

De *Equatie* (A) gedifferentieerd, geeft $2xdx = 2adx = -\frac{2a^2ydy}{b^2}$; waar uit $dx = -\frac{a^2ydy}{b^2(x-a)} = -\frac{aydy}{b\sqrt{(bb-yy)}}$ (voor $x - a$ deszelfs waarde $\frac{a}{b}\sqrt{(bb-yy)}$ ſtellende:) dus is $dx^2 = \frac{aayydy^2}{b^2(b^2-y^2)}$ en $dx^2 + dy^2 = dz$ (= de Differentiaal des Boogs) $= dy^2 \times \left(1 + \frac{aayy}{b^2(bb-yy)}\right)$, en $dz = dy\sqrt{\left(1 + \frac{aayy}{bb(bb-yy)}\right)}$.

Brengt nu $\frac{aayy}{bb(bb-yy)}$ door diviſie tot eene oneindige *Séries*, aldus:

$$b^4 - b^2y^2 \left\{ \begin{array}{l} a^2y^2 \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{a^2y^2}{b^4} + \frac{a^4y^4}{b^6} + \frac{a^6y^6}{b^8} \\ \end{array} \right. \sqrt{}$$

+ enz. *ad infin.*

$$\begin{array}{r} a^2y^4 - \dfrac{a^4y^4}{b^2} \\ \hline + \dfrac{a^4y^4}{b^2} \\ + \dfrac{a^4y^4}{b^2} - \dfrac{a^4y^6}{b^4} \\ \hline * \quad + \dfrac{a^4y^6}{b^4} \end{array}$$

Hier door verkrygt men $dz = dy \times \sqrt{}\left(1 + \dfrac{a^2y^2}{b^2} + \dfrac{a^2y^4}{b^4} + \dfrac{a^2y^6}{b^6} + \text{enz.}\right)$.

Om nu den *Quadraat*-wortel uit dit *Multinomium* te trekken, zo ſtel dezelve aan deeze Reeks $1 + Ay^2 + By^4 + Cy^6 + Dy^8 + Ey^{10} + \text{enz.}$ gelyk te zyn. Deeze *Reeks* tot het Quadraat gebragt zynde, heeft men

$$\begin{array}{r} 1 + 2Ay^2 + 2By^4 + 2Cy^6 + 2Dy^8 + 2Ey^{10} + \textit{enz.} \\ A^2y^4 + 2ABy^6 + 2ACy^8 + 2ADy^{10} + \textit{enz.} \\ + B^2y^8 + 2BCy^{10} + \textit{enz.} \\ \text{enz.} \end{array}$$

Welke Reeks gelyk moet zyn aan de voorgeſtelde: vergelykende dan de *Coefficienten* van de gelyke afmeetingen, heeft men

$2A =$

$$2A = \frac{a^2}{b^4} \text{ hier uit } A = \frac{a^2}{2b^4}.$$

$$2B + A^2 = \frac{a^4}{b^6} \qquad B = \frac{a^2}{2b^6} - \frac{a^4}{8b^8}.$$

$$2C + 2AB = \frac{a^3}{b^8} \qquad C = \frac{a}{2b^2} - \frac{a^4}{4b^{10}} + \frac{a^6}{16b^{12}}.$$

$$2D + 2AC + B^2 = \frac{a^2}{b^{10}} \quad D = \frac{a^2}{2b^{10}} - \frac{3a^4}{8b^{12}} + \frac{3a^6}{16b^{14}} - \frac{5a^8}{128b^{16}}.$$

enz. enz.

Derhalven is $dz = dy$

$$+ \frac{a^2}{2b^4} y^3 dy$$

$$+ \left(\frac{a^2}{2b^6} - \frac{a^4}{8b^8}\right) y^5 dy$$

$$+ \left(\frac{a^2}{2b^8} - \frac{a^4}{4b^{10}} + \frac{a^6}{16b^{12}}\right) y^7 dy$$

$$+ \left(\frac{a^2}{2b^{10}} - \frac{3a^4}{8b^{12}} + \frac{3a^6}{16b^{14}} - \frac{5a^8}{128b^{16}}\right) y^9 dy$$

enz.

En hier van de *Integraal* neemende, verkrygt men:

$$z = y + \frac{a^2}{2b^4} \times \frac{y^3}{3}$$

$$+\left(\frac{a^2}{2b^6}-\frac{a^4}{8b^8}\right)+\frac{y^5}{5}$$
$$+\left(\frac{a^2}{2b^8}-\frac{a^4}{4b^{10}}+\frac{a^6}{16b^{12}}\right)\times\frac{y^7}{7}$$
$$+\left(\frac{a^2}{2b^{10}}-\frac{3a^4}{8b^{12}}+\frac{3a^6}{16b^{14}}-\frac{5a^8}{128b^{16}}\right)\times\frac{y^9}{9}$$

enz. *ad infinitum.*

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien $a=b=1$ geſteld wordt, verkrygt men:

$$z=y+\frac{y^3}{2\cdot3}+\frac{3y^5}{3.4.5}+\frac{3\cdot5\cdot y^7}{2.4.6.7}+\frac{3\cdot5\cdot7y^9}{2.4.6.8.9}$$

$+$ *enz.*, zynde de bekende oneindige *Séries* voor de waarde eens Cirkelboogs, waar van de *Radius* $=1$ is.

CL. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

De deelers, waar in de voorgeſtelde grootheid kan ontleedigd worden, zyn 1° a^m, b^n en c^n: 2°. De eerſte wordt in $1, a, a^2, a^3$ *enz.*, tot m *Termen* ingeſlooten, ontleedigd; de tweede in b, b^2, b^3 *enz.* tot n *Termen*; de derde in c, c^2, c^3 *enz.* tot p *Termen*. Nu is het aantal der *Termen* in de eerſte Reeks $m+1$; dat is a^m heeft $m+1$ deelers.

Alle

Alle de deelers van a^m moeten met alle de deelers van b^n, welke n in getal zyn, vermeenigvuldigd worden: dit zal $(m+1) \times n$ deelers geeven: hier by moeten de voorgaande $m+1$ gevoegd worden; dat $(m+1)\,n + m + 1 = (m+1) \times (n+1)$ deelers, welke in $a^m\ b^n$ gevonden worden, geeven zal.

De deelers nu, welke in $a^m\ b^n$ gevonden worden, moeten met elk der deelers van c^p vermeenigvuldigd worden, hetwelk een aantal van $(m+1)\,(n+1) \times p$ deelers geeft, by welke de voorgaande $(m+1) \times (n+1)$ gevoegd zynde, voor het getal der deelers in $a^m\ b^n\ c^p$ geeft $(m+1) \times (n+1) \times (p+1)$.

Dat te bewyzen was.

GEVOLGEN.

Hier uit volgt dat,

1°. Indien $m = n = p$ is; dat het getal der deelers in $a^m\ b^n\ c^p$ enz. $=$ is aan $(m+1)^3$.

2°. Indien $m = n = p = 1$ is, dat het getal der deelers in $abc =$ is aan $2^3 = 8$.

3°. Hier uit volgt, hoe men het aantal der deelers van een getal, hetzelve in zyne eerſte deelers ontleedigd hebbende, bepaalen kan. By voorbeeld, om het aantal der deelers in 4620 te vinden, ontleedigt men het getal in deszelfs eerſte deelers $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$, en dan is het getal der deelers $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$; zo veele deelers heeft het getal 4620, welke alle door den gewoonen Regel kunnen gevonden worden.

CLL. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEVER *overeenkomt.*

Laat $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ *enz. ad inf.* $= x$ zyn.

$\sqrt{2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ *enz. ad inf.* $= x^2$

of $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ *enz. ad inf.* $= x^2 - 2$

Maar $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ *enz. ad inf.* $= x$

vergel.

$x^2 - 2 = x$

of $x^2 - x = 2$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

verg.

$x^2 - x + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$

$\sqrt{\quad}$

$x - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

$x = 2$

Derh. $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ *enz. ad inf.* $= 2$.

Q. E. D.

CLII.

CLII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS.

Stel de *Sinusſen* der begeerde Boogen $= x$ en y.

Dan zyn hunne *Tangenten* $= \frac{x}{\sqrt{1-xx}}$ en $\frac{y}{\sqrt{1-yy}}$

Derhalven $x : y :: p : q$

$qx = py$ en $y = \frac{qx}{p}$

$qqxx = ppyy$

$qqssxx = ppssyy$

Wederom $\frac{x}{\sqrt{1-xx}} : \frac{y}{\sqrt{1-yy}} :: r : s$ } ged.

$x : y :: p : q$

$\sqrt{1-xx} : \sqrt{1-yy} :: \frac{p}{r} : \frac{q}{s}$

Dat is $\sqrt{1-xx} : \sqrt{1-yy} :: ps : qr$

$1-xx : 1-yy :: ppss : qqrr$

$qqrr - qqrrxx = ppss - ppssyy$

$qqrrxx = qqrr - ppss + ppssyy$ } afgetr.
$qqssxx = \ldots\ldots\ldots ppssxx$ } bov. gev.

$$qqssxx - qqrrxx = ppss - qqrr$$

$$xx = \frac{1}{qq} \times \frac{ppss - qqrr}{ss - rr}$$

$$x = \frac{1}{q} \times \sqrt{\frac{ppss - qqrr}{ss - rr}}$$

Dus zyn de *Sinusſen* $= x = \frac{1}{q} \times \sqrt{\frac{ppss - qqrr}{ss - rr}}$

$$\text{en } y = \frac{qx}{p} = \frac{1}{p} \times \sqrt{\frac{ppss - qqrr}{ss - rr}},$$

Gegeeven zynde $p = 2$, $q = 3$, $r = 3$, en $s = 5$;

Dan is $x = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{4 \times 25 - 9 \times 9}{25 - 9}} = 0.36324$ &c.

$$\text{en } y = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{4 \times 25 - 9 \times 9}{25 - 9}} = 0.54486 \text{ &c.}$$

Zynde de *Sinusſen* van 21° 18′, en 33° 1′.

CLIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. PAUW, A. ROOS, K. AKER, J. VAN TWISK, P. BRECHT, S. GRAAF, *en* J. VISSER.

Lees in den op één na laatſten regel van dit Voorſtel, in plaats van 11 Weeken, 14 Weeken.

Dan hadt hy overgewonnen $28 - 3x$

en verteerd $36 + 11x$

verg.

$$64 + 8x = 40x$$

$$32x = 64$$

$$32$$

$x = 2$ Ryksd. of 5 Gl. 's Weeks verdiend.

CLIV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, S. GRAAF, K. AKER, A. ROOS, *en* J. VISSER *overeenkomen.*

6 generaale Teller, waar in alle de Tellers deezer Breuken gedeeld kunnen worden,

[illegible]	8
[illegible]	10
[illegible]	15
[illegible]	18

℔

51 — 102 — { 8 | 16 ℔ de eerste,
10 | 20 ℔ de tweede,
15 | 30 ℔ de derde,
18 | 36 ℔ de vierde Kaas.

CLV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, S. GRAAF, K. AKER, J. PAUW, *en* P. BRECHT.

Stel de waarde van ieder stuk Goudgeld $= x$ Guld., en van ieder stuk Zilvergeld $= y$ Guld.

Dan

Dan is $9x = 15y$, en $12x - 12y = 25\frac{1}{2}$

3 — 4

$8x = 5y$ — $3x - 3y = 6\frac{3}{8}$

$3x = 5y$

$2y = 6\frac{3}{8}$

2

$y = 3\frac{1}{16}$ Guld. ieder ſtuk Zilver,

en $x = \frac{5y}{8} = 5\frac{1}{8}$ Guld. ieder ſtuk Goud.

Dus zyn in 't eene Zakje 12 Ducaaten of 63 Guld.
en in 't andet Zakje 12 Ducatons of 37 Guld. 16 St.

CLVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, K. AKER, en den OPGERVER.

N°. 1.	100 Daalders à 30 Stuiv.	f 150
N°. 2.	100 Gguld. à 28 Stuiv.	f 140
N°. 3.	100 Guldens	f 100
		f 390

3

Dus de waarde van elk Zakje f 130

Stel nu dat in ieder Zak gaan x Daldr., y Ggl., en z Guldens.

Dan is $x + y + z = 100$, en $1\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{7}y + z = 130$

15 — 10

$15x + 15y + 15z = 1500$ — $15x + 14y + 10z = 1300$

$15x + 14y + 10z = 1300$

$y +$

$$y + 5z = 200$$

$$5z = 200 - y$$

$$z = 40 - \frac{y}{5}$$, derh. moet y door 5 deelbaar zyn.

Wederom $x + y + z = 100$ (× 10)

$10x + 10y + 10z = 1000$
$15x + 14y + 10z = 1300$ } afgetr.

$$5x + 4y \ldots = 300$$

$$5x = 300 - 4y$$

$$x = 60 - \frac{4y}{5}$$

Uit deeze bepaalingen blykt, dat y op 't kleinst $= 5$, en op 't grootst $= 70$ kan zyn; en dus zyn op dit Voorſtel $\frac{70}{5} = 14$ Antwoorden.

Neemende nu

$y = 5, 10, 15, 20, 25, 30,$ *enz.* tot 70;

Dan is $x = 56, 52, 48, 44, 40, 36,$ *enz.* tot 4;

en $z = 39, 38, 37, 36, 35, 34,$ *enz.* tot 26.

CLVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGEVER.

10ϕ — 11ϕ

100000ϕϕϕ — 21435881 — *f* 1000

Komt *f* 2143 : 11 ; 12 Lyfr. Capt. en Inter.
f 1000 : — : — 't Capitaal.
afgetr.
f 1143 : 11 : 12 Lyfr. dieqle Erfgenaamen kunnen trekken.

100 — 103

1000000000000ϕϕϕ — 1266770081387616 — *f* 1000

Komt *f* 1266 : 15 : 6 Capt. en Inter.
f 1043 : 11 : 12 de Lyfrenten.
afgetr.
Rest *f* 123 : 3 : 10 welke het Comptoir 'er voordeel by gehad heeft.

CLVIII. VOORSTEL.

Door K. AKER, *waar mede* J. PAUW *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Diam. 2

14 — 11 — 4? Kt. ⅓ bovenvlak.

Diam.

Diam. $1\frac{1}{3}$

$14 - 11 - 2\frac{1}{4}$? Kt. $\frac{99}{56}$ ondervlak.

verm.

$\frac{1089}{196}$

$\frac{33}{14}$ middenvlak.

$\frac{22}{7}$ bovenvlak.

$\frac{99}{56}$ ondervlak.

verg.

$\frac{407}{56}$

$\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{3}$ hoogte.

verm.

$\frac{2035}{336}$ Inh. van de Mand A.

Op gelyke wyze vindt men voor den Inhoud van de Mand B $\frac{671}{56}$,

en voor den Inhoud van de Mand C $\frac{1001}{48}$.

Derhalven

Stuiv.

$\frac{2035}{336}$ — 30 — $\begin{cases} \frac{6710}{56}? \text{ Kt. } f2:19:6 \text{ de Mand B.} \\ \frac{1001}{48}? \text{ Kt. } f5:3:5 \text{ de Mand C.} \end{cases}$

CLIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* J. J. BOUWENS.

Onderstel de Vraag opgelost te zyn; noem $AB = a$, $BC = b$, $BE = x$: dan is $CE = b - x$, en om de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en CDE is

$$BC : CE :: AB : DE$$

$$\text{of } b : b - x :: a : DE = \frac{a(b-x)}{b}.$$

Nu is de Inhoud des Driehoeks $BDE = \frac{1}{2} BE \times DE = \frac{abx - axx}{2b}$: deeze moet een grootſte zyn.

Deszelfs *differentiaal* $\frac{abdx - 2axdx}{4bb} =$ o ſtellende,

Verkrygt men $b = 2x$,
of $x = \frac{1}{2} b$.

Deel derhalven BC in E midden door, trek DE rechthoekig door BC, welke de *Hypothenuſa* in D ſnydt; trek eindelyk de lyn BD; dan is BDE de begeerde Driehoek, die de grootſte is.

Dat te vinden was.

CLX. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS.

Stel de geheele Nalaatenſchap = z Guldens,

Dan is het deel des Oudſten $= \frac{z}{a} + b$ . . . ſtel $= x$

des Tweeden $= \frac{z-x}{a} + b + c$ ſtel $= x + y$

des

des Derden $= \frac{z-2x+y}{a} + b + 2c + d$, ſtel $= x + 2y$

des Vierden $= \frac{z-3x+3y}{a} + b + 3c + 3d$, ſtel $= x + 3y$.

des Vyfden $= \frac{z-4x+6y}{a} + b + 4c + 6d$, ſtel $= x + 4y$

en zo vervolgens.

Indien wy nu iedere Vergelyking van zyn volgende ſubſtraheeren, dan reſt 'er.

$$-\frac{x}{a} + c = y$$

$$-\frac{x-y}{a} + c + d = y$$

$$-\frac{x+y}{a} + c + 2d = y$$

$$-\frac{x+2y}{a} + c + 3d = y, \text{ enz.}$$

Subſtraheerende van deze weder iedere Vergelyking van zyn volgende.

Zo heeft men $-\frac{y}{a} + d = o$

$$-\frac{y}{a} + d = o$$

$$-\frac{y}{a}+d=0, \text{ dus}$$

derh. $-\frac{y}{a}+d=0$

$$\frac{y}{a}=d$$

q

en $y=a\,d$

Maar $-\frac{x}{a}+c=y$

derh. $-\frac{x}{a}+c=a\,d$

$$\frac{x}{a}=c-a\,d$$

q

$$x=ac-aad$$

Wederom $\frac{z}{a}+b=x$

derh. $\frac{z}{a}+b=ac-aad$

$$\frac{z}{a} = -b + ac - aad$$

En $z = -ab + aac - a^2 d$, de gehcele Nalaatenſchap.

En hun Erfportiën zyn $x = ac - aad$

$$x + y = ac + ad - aad$$

$$x + 2y = ac + 2ad - aad, \text{ enz.}$$

Stel nu de mennigte Kinderen $= n$.

Dan is $x + \overline{x + y} + \overline{x + 2y}$ + &c. tot n *Termen* $= z$.

Maar $x + \overline{x + y} + \overline{x + 2y}$ + &c. tot n *Termen* $= nx +$

$$\left(\frac{n \times \overline{n-1}}{2} \times y\right.$$

derh. $nx + \frac{n \times \overline{n-1}}{2} \times y = z$

of $\frac{1}{2} yn n + \overline{x - \frac{1}{2} y} \times n = z$

$$2y$$

$$yynn + \overline{2x - y} \times yn = 2yz$$

$$\overline{x - \frac{1}{2} y|^2} = \overline{x - \frac{1}{2} y|^2}$$

$$yynn + \overline{2x - y} \times yn + \overline{x - \frac{1}{2} y|^2} = \overline{x - \frac{1}{2} y|^2} + 2yz$$

$$yn+\overline{x-\tfrac{1}{2}y}=\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}$$

$$yn=-\overline{x-\tfrac{1}{2}y}+\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}$$

$$y$$

$$n=\frac{-\overline{x-\tfrac{1}{2}y}+\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}}{y}$$

Gegeeven $a=20$, $b=4600$, $c=1500$, en $d=50$.

dan is $z=-20\times 4600+400\times 1500-8000\times 50=$ 108000 Guldens.

Ieders aandeel $x=20\times 1500-400\times 50\ldots\ldots=$ 10000 Guldens.

$x+y=20\times 1500+20\times 50-400\times 50=$ 11000 Guldens,

$x+2y=20\times 1500+40\times 50-400\times 50=$ 12000 Guldens, enz.

En de meenigte der Kinderen

$$n=\frac{-9500+\sqrt{9500^{2}+2000\times 108000}}{1000}=8.$$

CLXI. VOORSTEL. *Fig.* 58.

Door de OPGEEVERS.

Laat de Voerſtraalen MF $=a$, NF $=b$, de Peeã MN $=c$, en de *Parameter* $=p$ zyn; trek de *Ordinaten* MP, NQ, en MR *parallel* den As des *Paraboels*.

Dan

Dan is $AP = MF - \frac{1}{4}p = a - \frac{1}{4}p$

$AQ = NF - \frac{1}{4}p = b - \frac{1}{4}p.$

Hierdoor $MR = PQ = AQ - AP = b - a.$

Nu is $MP = p \times AP = p \times a - \frac{1}{2}p''$ $MP = QR = \sqrt{a - \frac{1}{4}p \times p}$

$\overline{NQ} = p \times AQ = p \times \overline{b - \frac{1}{4}p}''$ . . . $NQ = \sqrt{b - \frac{1}{4}p \times p}$

Gevolglyk $NR = NQ - QR = \sqrt{b - \frac{1}{4}p \times p} - \sqrt{a - \frac{1}{4}p \times p}$

$$\overline{NR}^2 = bp + ap - \tfrac{1}{2}pp - 2p\sqrt{b - \tfrac{1}{4}p \times a - \tfrac{1}{4}p}$$

Nu is door de eigenſchap der rechthoekige Driehoeken,

$$\overline{MN}^2 = \overline{MR}^2 + \overline{NR}^2$$

dat is $cc = \overline{b-a}^2 + b + a - 2\sqrt{b - \frac{1}{4}p \times a - \frac{1}{4}p} - \frac{1}{2}pp$

$\frac{1}{2}pp - \overline{b+a} \times p + cc - \overline{b-a}^2 = -2p\sqrt{b - \frac{1}{4}p \times a - \frac{1}{4}p}$

Stel $cc - \overline{b-a}^2 = dd$ '' $\frac{1}{2}pp - \overline{b+a} \times p + dd = -2p\sqrt{b - \frac{1}{4}p \times a - \frac{1}{4}p}$

$$\tfrac{1}{2}p^4 - b+a \times p^2 - \overline{b-a}^2 + dd \times pp - \overline{b+a} \times 2ddp + \left(d^4 = 4abpp - \overline{b+a} \times p^2 + \tfrac{1}{2}p\right.$$

$$\overline{b-a}^2 + dd \times pp - \overline{b+a} \times 2ddp = -d^4$$

Maar $\overline{b-a}^2 + dd = cc$

derh. $cc\,pp - \overline{b+a} \times 2ddp = -d^4$

$$pp - \frac{b+a \times 2dd}{2c} \times p = -\frac{d^4}{cc}$$

$$\frac{\overline{b+a} \times dd}{cc}^2 = \frac{\overline{b+a}^2 \times d^4}{c^4}$$

$$pp - \frac{\overline{b+a} \times 2dd}{cc} \times p + \frac{\overline{b+a} \times dd}{cc}^2 = \frac{d^4}{c^4} \times \overline{b+a}^2 - cc$$

$$p - \frac{\overline{b+a} \times dd}{2c} = \frac{dd}{cc} \times \sqrt{\overline{b+a}^2 - cc}$$

$$p = \frac{dd}{cc} \times \overline{b+a} + \sqrt{\overline{b+a}^2 - cc}$$, de begeerde

Waarde des *Parameters*.

Wy zouden hier by kunnen voegen, hoe hetzelve Geometrisch te conſtrueeren, dan dewyl dit by MAUDUIT, *Inleiding tot de Kegelſneeden*, geleerd wordt, dunkt ons zulks hier overtollig te zyn.

CLXII.

CLXII. VOORSTEL. Fig. 59.

Door de Opgeevers.

Laat FGHI de vlakke doorſneede der Kuip, in C het ſtuk Geld, en KBL de bovenkant van het water zyn.

Dan is AB de invallende, en BC de gebroocken ſtraal.

Nu is GF : Rad. :: GH : Tang. ∠GFH,
of 16 : 100000 :: 48 : Tang. ∠GFH.

Komt Tang. ∠GFH = 250000

Dus de hoek der invalling ∠GFH = ∠KBH = ∠ABD = 68° 12'.

Wederom 4 : 3 :: Sin. ∠ABD : Sin. ∠CBE,
of 4 : 3 :: 92849 : Sin. ∠CBE.

Komt Sin. ∠CBE = 69637.

Dus de hoek der breeking ∠CBE = 44° 8'.

Eindelyk is *Tang.* ∠EBH — *Tang.* ∠EBC : GH :: (*Rad.* : BE,
250000 — 97020 : 20 :: (100000 : BE.

Komt BE = 13 duim, na genoeg, de hoogte des Waters.

CLXIII.

CLXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK, J. PAUW, J. J. BOUWENS, K. AKER, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

Dewyl $17x^2+1=\square$ moet zyn, zo ſtel den Wortel $=ax+1$.

Dan is $17x^2+1=a^2x^2+2ax+1$

Of $\overline{17-a^2}.x^2=2ax$

$\overline{17-a^2}.x=2a$

$$x=\frac{2a}{17-a^2}$$

Neemende nu $a=4$, dan is $x=8$ het begeerde.

CLXIV.

CLXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Volgens het Voorſtel zo is

$B \times C = 24231$ } 1, 3, 41, 123, 197, 591, 8077 &c

$C \times D = 106641$ } 1, 3, 9, 17, 41, 51, 123, 153, 289, 369, 697, 867 &c.

$D \times E = 75429$ } 1, 3, 9, 17, 29, 51, 87, 261, 289, 493, 867 &c.

Uit deeze gevondene Deelers is zeer ligt te zien, dat $C = 123$ is.

Dan is $B = 197$
$D = 867$
$E = 87$
verg.
$B+C+D+E = 1274.$

CLXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, K. AKKER, J. J. BOUWENS, *den* OPGEEVER, *en een* ONGENOEMDEN.

Stel den *Baſis* $= x$,
dan is de *Cathetus* $= 11 - x$,
en de *Hypothenuſa* $= \sqrt{121 - 22x + 2xx}$.

Stel

Stel $\sqrt{121 - 22x + 2xx} = 11 - px$

$121 - 22x + 2xx = 121 - 22px + ppxx$

$$x = \frac{22 \times p - 1}{pp - 2}$$

$$\text{en } 11 - x = \frac{11p \cdot p - 2}{pp - 2}$$

Nu kan men p neemen naar believen; alleen met deeze bepaaling, dat p grooter dan 2 zy: want anders wordt $11 - x = 0$ of *negatief*.

Neemt men $p = 3$.

$$\text{Dan is } x = \left(\frac{22 \times 2}{9 - 2} = \right) 4\tfrac{4}{7},$$

$$\text{en } 11 - x = 6\tfrac{3}{7},$$

$$\text{en } 11 - px = 5\tfrac{5}{7}.$$

CLXV. VOORSTEL.

Door J. van Twisk, den Opgever, A. Roos, K. Akker, J. J. Houwens, en J. Pauw.

Stel den *Basis* $= x$,

dan is de *Hypothenusa* $= 11 - x$,

en $\sqrt{11 - x^2 - x^2} = 121 - 22x$ moet een *rationaal Quadraat* zyn.

Stel

Stel $121 - 22x = pp$

$$22x = 121 - pp$$

$$x = \frac{121 - pp}{22}$$

Nu kan men p neemen naar believen, alleen met deeze bepaaling, dat

p kleinder zy dan $\sqrt{121}$

p kleinder dan 11.

Neem $p = 10$, dan is $x = \frac{121 - 100}{22} = \frac{21}{22}$

en $11 - x = \frac{221}{22}$

Neem $p = 9$, dan is $x = \frac{121 - 81}{22} = \frac{40}{22}$,

en $11 - x = \frac{202}{22}$; en zo vervolgens; en als men voor p gebrooken getallen neemt, dan vindt men oneindig veel Antwoorden.

CLXVII.

CLXVII. VOORSTEL. *Fig. 60.*

Door den OPGEVER, S. GRAAF, J. J. BOUWENS, K. AKER, en J. VAN TWISK.

AC 18 't □ is 324
AE 9 't □ is 81

CE² = 243;

CE = √243 of 3√27

DE √27 't □ is 27
DH = 9 't □ is 81

HE² = 54

HE = √54

HG = 2√54

of √216 = IK
of LM
voor 't begeerde.

CLXVIII.

CLXVIII. VOORSTEL.

Door J. van Twisk, *den* Opgeever, J. Pauw, J. J. Bouwens, K. Aker, S. Graaf, en P. Brecht.

De Emmer is boven wyd 14 Duim:
onder 9.

126

14 = 196

9 = 81

403

☐ *Diam.* Inh. 4 de ⅓ hoogte.

14 — 11 — 1612

Komt 1266⅔ Inh. van den Emmer.

CLXIX. VOORSTEL. *Fig.* 61.

Door J. van Twisk, *den* Opgeever, en J. J. Bouwens.

Laat AB de boven, en CD de onderste *Diameter*, AC, BD de schuine, en LC, GD de *perpendiculaire* hoogte zyn. Neem in CL (= DG) CK = DH = 10 Duim, en trek door KH den *Diameter* EF. Nu is

$$\begin{array}{r} AB = 14 \\ CD \pm 9 \\ \hline \text{afgetr.} \\ AL + GB = 5 \\ \hline 2 \\ GB = AL = 2\tfrac{1}{2}. \end{array}$$

Nu is DG : BG :: DH : HF
of 12 : $2\frac{1}{2}$ :: 10 : HF

$$HF = 2\tfrac{1}{12}.$$

Dus ook $EK = 2\frac{1}{12}$

$$\begin{array}{r} KH = 9 \\ \hline \text{verg.} \\ EF = 13\tfrac{1}{12} \\ CD = 9 \\ \hline 118\tfrac{1}{2} \\ \overline{CD}^2 = 81 \\ \overline{EF}^2 = 6\tfrac{241}{576} \\ \hline \text{verg.} \\ 114\tfrac{313}{576} \end{array}$$

de $\frac{1}{3}$ hoogte $\frac{10}{3}$

$$\begin{array}{r} \text{verm.} \\ 14 - 11 - 67\tfrac{115}{384} \end{array}$$

Cub. D. Drag. Grein.
1 — 5 : 20 — $976\frac{440}{768}$

Komt 40 ℔ 11 Oncen 0 Drachm. $13\frac{248}{768}$ Grein.

NOTA: Een Pond is 16 Oncen, een Once is 8 Drachm., een Drachma 60 Greinen.

CLXX. VOORSTEL. *Fig.* 62.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, S. GRAAF, *den* OPGREVER, A. ROOS, J. J. BOUWENS, *en* K. AKER.

De Driehoek rechthoekig zynde, staat BD tot DC als AD tot BD.

Dus $DC \times AD = \square BD$.

Hier uit volgt deeze bewerking.

DC 64 } mult.
AD 36 }

$\square BD = 2304$

$BD = \sqrt{2304} = 48$ de Mylen die het Schip B gezeild heeft.

CLXXI. VOORSTEL.

Door den OPGREVER, J. VAN TWISK, *en* J. J. BOUWENS.

De Bak is lang $2\frac{1}{2}$ Voet,
breed $1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$

hoog 1 Voet.

de *Cubic*-Voet is 1728 Duim,

Komt 6180 *Cubic*-Duimen, Inhoud van de Bak, en zo veel kogels van een Duim *Diameter* gaan 'er ook in de Bak.

□ *Diam.* Inhoud □ *Diam.*

14 : 11 :: 1

1 : $\frac{11}{14}$ :: 6180 kogels.

Komt voor den Inhoud van alle de Kogels 5391$\frac{3}{7}$.

de Inhoud van den Bak 6480

Rest voor de ledige Ruimte 1388$\frac{4}{7}$ *Cubic*-Duimen.

CLXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

De gegeevene Vergelykingen zyn

$$x^{x+y} = y^{n}, \text{ en } y^{x+y} = x^{m}$$

$$\sqrt[n]{x^{x+y}} = y \qquad \sqrt[x+y]{y^{m}} = x$$

$$x^{\frac{x+y}{n}} = y \qquad y = x^{\frac{m}{x+y}}$$

Der-

Derhalven is door vergelyking der *Exponenten*

$$\frac{x+y}{n} = \frac{m}{x+y}$$

Dus $\sqrt{x+y}^{2} = mn$

$x+y = \sqrt{mn}$, ſtel dit $= p$;

dan is $y = x^{\frac{p}{n}}$, $y = x^{\frac{p}{n}}$, en $x^{x+y} = x^{x+x}$.

Maar $x^{x+y} = y^{n}$ zynde, hebben wy andermaal door vergelyking der *Exponenten*.

$$x+x^{\frac{p}{n}} = p.$$

Stel nu $x = z^{n}$; dan hebben wy

$z^{n} + z^{p} = p$, eene Vergelykinge, waar door de waarde van z, en dus ook al het overige, bekend wordt.

Laat, by voorbeeld, $m = 12$, $n = 3$ zyn; dan is $\sqrt{mn} = p = 6$, en dus de Vergelykinge

$$z^{6} + z^{3} = 6$$

Waar uit $z^{3} = 2 = z^{n} = x$.

Derhalven $y = x^{\frac{p}{n}} = x^{\frac{1}{3}} = 4$.

CLXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER, *den* OPGEVER, J. PAUW, K. AKER; *en* A. ROOS.

Stel de *Termen* der *Harmoniſche Progreſſie* $= x$, y, en z.

Dan is door 't voorſtel

$$x + y + z = 69 \qquad xy = 280$$

$$y = \frac{280}{x} \qquad x = \frac{280}{y}$$

$$x + z = \frac{69x - 280}{x}$$

$$z = \frac{69x - xx - 280}{x}$$

En door de natuur der *Harmoniſche Progreſſie* is

$$x : z :: y - x : z - y$$

$$zx - xy = yz - xz$$

$$2xz - yz = xy = 280$$

$$2xxz - xyz = 280x$$

$$xyz = 280z$$

Dus

Dus $2xxz - 280z = 280x$

$$z = \frac{280x}{2xx - 280} = \frac{140x}{xx - 140}$$

Nu is $\frac{140x}{xx-140} = \frac{69x - xx - 285}{x}$

$$140xx = -x^4 + 69x^3 - 140xx - 9660x + 39200$$

$$x^4 - 69x^3 + 280xx + 9660x - 39200 = 0$$

Neem $x = 1$	29328	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 13, 16, &c.	— 13
$x = 0$	39200	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 16, 20, &c.	— 14
$= -1$	48440	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, &c.	— 15
$= -2$	56832	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, &c.	— 16
$= -3$	63716	1, 2, 4 17, &c.	— 17

$x = 14$

$$x^4 - 69x^3 + 280xx + 9660x - 39200 = 0$$

$$x^3 - 55x^2 - 490x + 2800 = 0$$

Derh. $x - 14 = 0$

$$x = 14$$

$$y = \left(\frac{280}{14} =\right) 20$$

$$z = (69 - 14 + 20 =) 35$$

CLXXIV. VOORSTEL, *Fig.* 63.

Door den OPGEEVER, K. AKER, J. VISSER, J. J. BOUWENS, J. VAN TWISK, J. PAUW, S. GRAAF, P. BRECHT, *en* A. ROOS.

Volgens 't Voorſtel zoo is

$$AC : AB :: 8 : 15$$

Dividendo $AB - AC : AB :: 7 : 15$

$$AB - AC = \tfrac{7}{15} AB.$$

Ook is $\dfrac{AB \times AC}{AB - AC} = 34\tfrac{2}{7}$

$$\frac{\dfrac{AB \times AC}{\frac{7}{15} AB} = 34\tfrac{2}{7}}{15 \quad AC = 16}$$

$$AB = \left(\frac{15}{8} \times 16 = \right) 30$$

$$BC = \left(\sqrt{30^2 + 16^2} = \right) 34.$$

CLXXV.

CLXXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, P. BRECHT, J. VISSER, A. ROOS, S. GRAAF, K. AKER, *en* J. PAUW.

Stel de eerste Letter $= x$.

dan is de tweede Letter $= x + 2$.

Nu is $xx + x \backsim \frac{xx + 5x + 6}{2} = \frac{xx + x + \overline{2}|^2}{5}$

of $\frac{-xx + 3x + 6}{2} = \frac{2xx + 4x + 4}{5}$

$-5xx + 15x + 30 = 4xx + 8x + 8$ 10

$9xx - 7x = 22$

$\overline{\tfrac{7}{6}}|^2 = \frac{49}{36}$

$9xx - 7x + \overline{\tfrac{7}{6}}|^2 = \frac{841}{36}$

$\sqrt{}$

$3x - \frac{7}{6} = \frac{29}{6}$

$$3x = \frac{36}{6} = 6$$

$$3$$

$$x = 2$$

$$x+2 = 4$$

Dus de begeerde ouderdom 24.

CLXXVI. VOORSTEL. *Fig.* 63.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER, *den* OPGEVER, J. J. BOUWENS, *en* J. PAUW.

Stel AB $= x$,
en AC $= y$.

Dan is $x = 2y+3$ en $xy = 48+\sqrt{1600}$

$$x-2y=3 \qquad 8xy = 344+240\sqrt{2}$$

$$xx-4xy+4yy=9$$

$$8xy = 344+240\sqrt{2}$$

$$xx+4xy+4yy = 353+240\sqrt{2}$$

$$x+2y = 15+8\sqrt{2}$$

$$x-2y = 3$$

verg. en afg.

$$2x = 18+8\sqrt{2} \qquad 4y = 12+8\sqrt{2}$$

$$x = 9+4\sqrt{2} \qquad y = 3+2\sqrt{2}$$

CLXXVII.

CLXXVII. VOORSTEL. Fig. 64.

Door J. VAN TWISK, *den* OPPERVER, *en* K. AKER.

CONSTRUCTIE.

Verleng BA, tot dat AF = DH is, en trek AC *parallel* de saamengevoegde FD; dan is C het begeerde punt.

BEWYS.

Voeg (in de *Fig.*) CH te saamen.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken BFD, ABC.

BF : AB :: BD : BC.

Divid. BF — AB (DH) : AB :: BD - BC (CD) : BC

Derh. ∠ ACB = ∠ HCD,

en dus C het punt, dat begeerd wierdt.

In Getallen

BF (24 + 16 = 40) : AB (24) :: BD (16) : BC

Komt BC = 18

DC = (30 — 18 =) 12

CLXXVIII.

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

$$a^x = b^y$$

dat is in *Logarithmi*

$$x \times \log. a = y \times \log. b,$$

hier uit

$$x = y \times \frac{\log. b}{\log. a} = c - y;$$ om dat $x + y = c$ is.

Dit herleidende, is

$$y \times \left(\frac{\log. b}{\log. a} + 1 \right) = c$$

$$\text{en } y = \frac{c}{\frac{\log. b}{\log. a} + 1} = \frac{c \times \log. a}{\log. b + \log. c}$$

$$\text{of eindelyk } y = \frac{c \times \log. a}{\log. a\, b},$$

$$\text{en } x = \frac{c \times \log. b}{\log. a\, b}$$ de begeerde getallen.

Q. E. I.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 2$, $b = 8$, en $c = 8$;

dan is $y = \frac{8 \times 0,30103}{1,20412} = \frac{2,40824}{1,20412} = 2$, en $x = c - y = 8 - 2 = 6$, de begeerde getallen.

CLXXIX.

CLXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Om een gewoone Breuk tot een *Decimaale* te herleiden, moeten 'er eenige nullen achter den Teller van den gewoonen Breuk gevoegd worden, en dit *Product* moet door den Noemer des Breuks gedeeld worden; het *Quotient* is de *Decimaale* Breuk, waar in de gegeevene herleid is.

Indien men dan den gegeevenen Breuk $\frac{a}{b}$ noemt (zynde tot de kleinste benaaming gebragt), moet $\frac{a}{b} \times \overline{10|}^{n}$ een heel getal zyn, in het geval, waar in $\frac{a}{b}$ volkomen in eenen *Decimaal*-Breuk kan herleid worden; n is hier onbepaald.

Nu merk ik aan:

I. Naardien a en b eerste getallen onder elkander zyn, kan $\frac{a}{b} \times \overline{10|}^{n}$ geen heel getal zyn, ten zy het getal 10 door b deelbaar zy.

1°. Nu zyn de getallen, waar door 10 evenmaatig kan gedeeld worden, 2 en 5, om dat $2 \times 5 = 10$ is; wanneer dus $b = 2$ of 5 is, zal $a \times 10$ door 2 of door 5 deelbaar zyn. Derhalven alle Breuken,

waar van de Noemer 2 of 5 is, kunnen volkomen in eene *Decimaale* herleid worden.

2°. Maar $\overline{10}^n$ is ook deelbaar door $\overline{2}^n$ of $\overline{5}^n$, en door $\overline{2}^r \times \overline{5}^s$, r en s onbepaald zynde; waar uit dan in het algemeen volgt, dat alle Breuken, welkers Noemers 2 of 5, of eenige magt van 2 of 5 zyn, altyd in eenen *Decimaal*-Breuk kunnen worden uitgedrukt; maar geen andere; want

II. Indien 10 niet door b deelbaar is, zal geen magt van het getal 10, hoe groot ook deszelfs *Exponent* zyn mooge, en dus ook geen veelvoud dier magt, door b, en even min door eenige magt van b, deelbaar zyn.

CLXXX. VOORSTEL. *Fig.* 65.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Laat $DE = x$, $Dn = Fm = \&c. = b$, en de breedte van een Glas $= x$ zyn.

Dan is $DF = GE = 2b + c + 2x$,
en $FG = 2b + 5c + 6x$.

Als men nu (in de *Figuur*) $\overline{FI}$ en $\overline{GK}$ *perpendiculair* op DE trekt,

dan is $\angle DFI = \angle IDF = \angle KGE = \angle KEG$;
dus is ook $DI = IF = KE = KG$.

Nu

Nu is DE $= a$.

FG $= 2b + 5c + 6x$

afg.

Rest DI + KE $= a - 2b + 5c + 6x$

DI $=$ KE $= \frac{1}{2}a - b + \frac{5}{2}c + 3x$

Laat $\frac{1}{2}a - b + \frac{5}{2}c = d$, en $2b + c = 2e$ zyn,

dan is DI $= d - 3x$

$\overline{DI}^2 = dd - 6dx + 9xx$

$\overline{IF}^2 = dd - 6dx + 9xx$

verg.

$\overline{DF}^2 = 2dd - 12dx + 18xx = 2ee + 4ex + 2xx$

$dd - 6dx + 9xx = 2ee + 4ex + 2xx$

$7xx - 6dx + 4ex = 2ee - dd$

$49xx - 6d + 4e \times 7x = 14ee - 7dd$

$3d + 2e = 4ee + 12ed + 9dd$

$49xx - 6d + 4e \times 7x + 3d + 2e^2 = 18ee + 12ed + 2dd$

$7x + 3d + 2e = \pm\sqrt{18ee + 12ed + 2dd}$

$7x = 3d + 2e \pm \sqrt{18ee + 12ed + 2dd}$

7 2

$$2x = \frac{6d+4e \pm 2\sqrt{18ee+12ed+2dd}}{7}$$

$$2z = 2s$$

$$2x+2z = \frac{6d+18e \pm 2\sqrt{18ee+12ed+2dd}}{7}$$

Stel $d+3e=g$;

dan is $DF = 2x + 2z = \frac{6g \pm 2\sqrt{2gg}}{7}$.

Hier door hebben wy deeze evenredigheid

$$7 : 2 :: 3g \pm \sqrt{2gg} : 2x + 2z.$$

CONSTRUCTIE. *Fig.* 66.

1. Maak, in DE, $DL = d$, $DM = e$, en in de verlengde Dn, $DN = g$.

Stel NO gelyk en *perpendiculair* op DN, dan zal dezelve DE in O ontmoeten.

2. Maak in DE, DP en DQ in proportie tot elkander als 2 tot 7, en neem, in de verlengde DN, $DR = 3DN = DO$; trek PF *parallel* de t'ſaamengevoegde QR. Nu $EG = DF$, met een hoek $DEG = \angle EDF$, getrokken, GF te ſaamengevoegd; dan is 't begeerde verricht.

DEMONSTRATIE.

$\overline{DN}^2 = \overline{d+3e}|^2 = gg$

$\overline{NO}^2 = \overline{d+3e}|^2 = gg$

$\overline{DO}^2 = 2gg$

$DO = \sqrt{2gg}$

$DR = 3DN - DO = 3g - \sqrt{2gg}$,

en door de *parallele* lynen QR, PF is

$DQ : DP :: DR : DF.$

$7 : 2 :: 3g - \sqrt{2gg} : 2x + 2e.$

Q. E. D.

CLXXXI. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, J. VAN DER PAARDT, J. PAUW, J. VISSER, S. GRAAF, J. RUITER, *en den* OPGEEVER.

Stellende het aantal Guldens voor de 80 ℔ Boter $= x$.

Dan is $80 : x :: x : 5$

$xx = 400$

$x = 20$ Guldens.

CLXXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, J. PAUW, J. VISSER, *en* S. GRAAF.

Stel de Jaaren van B $= x$, en van C $= y$.

Dan is $x^2 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2}$, en $\frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x = 42875$

x

$x^3 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x$

$42875 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x$

vergel.

$x^3 = 42875$

$\sqrt[3]{\quad}$

$x = 35$ de Jaaren van B.

Derhalven is door ſubſtitutie

$\frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times 35 = 42875$

35

y

$$\frac{y.y-1}{2} = 1225$$

$$\frac{}{8}$$

$$4y^2-4y = 9800$$

$$1 = 1$$

verg.

$$4y^2-4y+1 = 9801$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$2y-1 = 99$$

$$2y = 100$$

$$\frac{}{2}$$

$y = 50$ de Jaaren van C.

CLXXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 67.

Door J. VAN TWISK.

Trek in de Figuur CE en BF *perpendiculair* op AB.

Nu is $AE = \left(\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CE}^2} =\right) \sqrt{\overline{AC}^2-144}$

$EF = (CD =) AC$

en $FB = \sqrt{\overline{DB}^2-\overline{DF}^2} = \sqrt{\overline{AC}^2-144}$

verg.

Komt $AB = AC+2\times\sqrt{\overline{AC}^2-144}$.

Derh. $AC + 2 \times \sqrt{\overline{AC}^2 - 144} = 52$

$2 \times \sqrt{\overline{AC}^2 - 144} = 52 - AC$

$4 \times \overline{AC}^2 - 576 = 2704 - 104\,AC + \overline{AC}^2$

$3 \times \overline{AC}^2 + 104\,AC = 3280$

$9 \times \overline{AC}^2 + 3 \times 104\,AC = 9840$

$\overline{52}^2 = 2704$

$9 \times \overline{AC}^2 + 3 \times 104\,AC + \overline{52}^2 = 12544$

$3\,AC + 52 = 112$

$AC = \left(\frac{112 - 52}{3} =\right) 20$ voeten.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Deeze Oplosſing, door ons aldus ter nedergeſteld, ſcheen ons by de eerſte oppervlakkige beſchouwing aan den eisch van het Voorſtel te voldoen, naamlyk dat het behulp der Algebra daar by zorgvuldig vermyd was; waarom wy ook de Figuur, tot dezelve be-

behoorende, by voorraad in *Plaat* V. geplaatst hebben; doch thans het Voorſtel nader onderzoekende, bevinden wy de Oplosſing niet aan den eisch te voldoen, vermits in dezelve eene Algebraïſche Vierkants-Vergelyking, waar in AC de onbekende x uitdrukt, opgelost wordt, niet door eene Meetkunſtige handelwyze, maar eenig en alleen door het vierkant volkomen te maaken. De Leezer zal dus onze overyling hier in gelieven te verſchoonen, gedachtig zynde, dat het feilen menschlyk is. — De Oplosſing van den Opgeever hebben wy, om dat dezelve meer Lynen in de Figuur vereïscht, nu niet kunnen mededeelen: wy moeten echter, om den Opgeever recht te doen, berichten, dat zyne Oplosſing alleszins aan den eisch voldoet, vermits dezelve door de Regelen der platte Driehoeksmeeting het begeerde leert vinden.

CLXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, *en* J. VAN TWISK.

Stel de getallen $= a, b, c$ en x.

Dan is $abcx = a+b+c+x+6$

$abcx - x = a+b+c+6$

$$x = \frac{a+b+c+6}{abc-1}$$

Neemende nu a, b en c naar welgevallen, als $a=1$, $b=2$, $c=3$; dan is $x=2\frac{1}{2}$; dus zyn de getallen 1, 2, 3 en $2\frac{1}{2}$, en zo kan men, door a, b en c anders te neemen, onteelbaare andere vinden.

CLXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, *en* JAN PAUW.

$$\begin{array}{l|l} 20 - 1 - \frac{1}{4} & \frac{1}{20} \\ 10 - 1 - \frac{3}{4} & \frac{3}{40} \\ \hline & \frac{7}{20} \\ & \frac{5}{20} \\ \hline & \frac{5}{20} - 100 - 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 20 - 1 - \frac{3}{4} & \frac{3}{20} \\ 10 - 1 - \frac{1}{4} & \frac{2}{40} \\ \hline & \frac{5}{40} \end{array}$$

f 4000 de geh. Nalaatenſchap.

Dus de Broeder f 1000
en de Vreemden f 3000.

CLXXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, S. GRAAF, *en* J. RUITER.

Stel ieders aantal Duiten $= x$.

Dan is $28x - 392 = xx$

$$xx - 28x = -392$$
$$-14 = 196$$

xx

$$xx - 28x + \overline{14}|^2 = 4$$

$$x - 14 = \pm 2$$

$x = 16$ of 12 ieders aantal Duiten.

CLXXXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *overëenkomt.*

Stel den *Enneagonaal*-wortel $= x$;

dan is zyne *Enneag.*-*Formule* $= \frac{7xx-5x}{2}$.

Hier door de wortelen der gegeevene *Enneag.*-getallen op de volgende wyze gezocht:

$$\frac{7xx - 5x}{2} = 46 = 94$$

$$7x^2 - 5x = 92 = 48$$

$\frac{1}{7} \ldots . 1 \ldots 7 \ldots 7$ verm.

$$x^2 - 5x = 644 = 336$$

$$\overline{2\tfrac{1}{2}}|^2 = 6\tfrac{1}{4} = 6\tfrac{1}{4}$$ verg.

$$x^2 - 5x + 6\tfrac{1}{4} = 650\tfrac{1}{4} = 342\tfrac{1}{4}$$

$$x - 2\tfrac{1}{2} = \overline{+}\, 25\tfrac{1}{2} = \overline{+}\, 18\tfrac{1}{2}$$

$$7\ x = 28 \text{ of } -23 \text{ of} = 21 \text{ of } 16$$

$$7$$

$$x = 4 \text{ of } \frac{-23}{7} \text{ of} = 3 \text{ of } \frac{-16}{7}$$

Om dat de gegeevene *Enneag.*-getallen zonder Breuken zyn: zoo volgt, dat 4 en 3 de eenvoudigſte wortels in heele getallen daar uit zyn.

Om nu twee zulke getallen te vinden, zoo kan men ſtellen, dat de wortels daar van, of grooter of kleiner zyn moeten: derhalven mult. de gegeevene wortels 4 en 3 met eene onbepaalde grootheid

Neem dan de 2 begeerde wortels $= 4a$ en $3a$; wiens *Enneágenaalen* zyn

$$56\ aa - 10\ a$$
$$31\tfrac{1}{2}\ aa - 7\tfrac{1}{2}\ a$$

afgetr.

rest $24\tfrac{1}{2}\ aa - 2\tfrac{1}{2}\ a = 22$ het verſchil

2

$$49\ aa - 5\ a = 44$$
$$4\tfrac{1}{2} \ldots 1 \ldots 49$$

verm.

$$aa - 5\ a = 2156$$
$$\overline{2\tfrac{1}{2}}^{2} = 6\tfrac{1}{4}.$$

verg.

$$aa - 5\ a + 6\tfrac{1}{4} = 2162\tfrac{1}{4}$$

$$a - 2\tfrac{1}{2} = \pm 46\tfrac{1}{2}$$

$$49\ a = 49 \text{ of } -44$$

49

$$a = 1 \text{ of } \frac{-44}{49} \text{ de vermeerder.}$$

De-

Dewyl 1 niet vermeenigvuldigen kan, zoo moet men $\frac{-44}{49}$ neemen.

Dan komt $56aa - 10a = \frac{18568}{343}$ } de 2 *Enneag.* getallen.

en $31\frac{1}{2}aa - 7\frac{1}{2}a = \frac{11022}{343}$ }

Verſchillende $\frac{7546}{343} = 22$

ANDERS, zonder de getallen van het Voorſtel tot een grondſlag te leggen.

Stel de 2 begeerde *Enneag.* wort. $= x$ en y;

dan zyn de 2 *Formulen* $= \frac{7xx-5x}{2}$ en $\frac{7yy-5y}{2}$.

Neemt men x grooter dan y, zoo is

$$\frac{7xx-5x}{2} = \frac{7yy-5y}{2} + 22$$

$$7xx-5x = 7yy-5y+44$$

$\frac{1}{7} \ldots 1 \ldots 7$ verm.

$$xx-5x = 49yy-35y+308$$

$2\frac{1}{2}$ $= 6\frac{1}{2}$ verg.

$$xx - 5x + 6\tfrac{1}{4} = 49yy - 35y + 314\tfrac{1}{4}$$

$$x - 2\tfrac{1}{2} = \sqrt{49yy - 35y + 314\tfrac{1}{4}}$$

$$7x = 2\tfrac{1}{2} + \sqrt{49yy - 35y + 314\tfrac{1}{4}}$$

$$x = \frac{2\tfrac{1}{2} + \sqrt{49yy - 35y + 314\tfrac{1}{4}}}{7}$$

Stel den wortel van dit Surdische $= 7y + a$

dan is $49yy - 35y + 314\tfrac{1}{4} = 49yy + 14ay + aa$

$$14ay + 35y = 314\tfrac{1}{4} - aa$$

$$y = \frac{1257 - 4aa}{56a + 140}$$

Neem $a = 10$, komt $y = \frac{857}{700}$ en $x = \frac{2107}{700}$.

Dus $\frac{7xx - 5x}{2} = \frac{3385949}{140000}$ } den Eenvoog. getall.

$\frac{7yy - 5y}{2} = \frac{305949}{140000}$

Verschillende $\frac{3080000}{140000} = 22$

AN-

ANDERS, Stel de wortels $= x + y$ en $x - y$,

Dan zyn de *Formulen* $3\frac{1}{2}x^2 + 7xy - 2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}yy - 2\frac{1}{2}y$

en $3\frac{1}{2}x^2 - 7xy - 2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}yy + 2\frac{1}{2}y$

Verschillende . . . $14xy - 5y = 22$

$$14xy = 5y + 22$$

$$14y$$

$$x = \frac{5y + 22}{14y}$$

Neem $y = \frac{2}{3}$, komt $x = 2\frac{5}{7}$; $x + y = 3\frac{2}{21}$, en $x - y = 2\frac{1}{21}$; komen de *Enneag.* getallen $\frac{224}{9}$ en $\frac{86}{21}$ verschillende $\frac{198}{9} = 22$.

Neem $y = \frac{22}{21}$, komt $x = \frac{17}{21}$; $x + y = \frac{61}{21}$ en $x - y = \frac{17}{21}$; alzoo de *Enneag.* get. $= \frac{1403}{63}$ en $\frac{17}{63}$; die 'er door den Autheur bygevoegd zyn.

Dit Voorstel is N°. 276 in HALKENS *Zinnen-Confect.*

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* M. BOELHOUWER *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Stel den wortel van het eene $= x$

Dan is $4x^2 - 3x$ het eene *Decag.* getal; van 52 afgetrokken,

rest $52 + 3x - 4x^2$ het andere.

Stel

Stel den wortel uit dit laatste $= 4 - ax$,

en daar uit een *Decag.* getal gemaakt;

Komt $52 - 29ax + 4aaxx = 52 + 3x - 4xx$

$$4aaxx + 4xx = 29ax + 3x$$

$$x \quad 4aax + 4x = 29a + 3$$

$$4aa + 4 \quad x = \frac{29a + 3}{4aa + 4}$$

Neem $a = 3$, komt $x = 2\frac{1}{4}$, en $4 - ax = -2\frac{3}{4}$

alzoo $4xx - 3x = 12\frac{1}{2}$ } de 2 *Decag.* getallen.
en $52 + 3x - 4x^2 = 38\frac{1}{2}$ }

52 de som.

of $a = \frac{1}{3}$, komt $x = 2\frac{17}{20}$; en de 2 *Decag.* getallen

$\frac{2394}{100}$ en $\frac{2806}{100}$, door den Autheur 'er by gevoegd.

CLXXXIX.

CLXXXIX. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN DER PAARDT, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, *en den* OPGEVER.

Stel het aantal Officieren $= x$,

en de troup Franſchen onder *Bachus* $= y$.

Dan is $y - x = 3x$, $y - x + 11 = x - 1 \times 2$,

$y = 4x$ $y = 3x + 9$

$y - x + 21 = x - 3$

$y = 2x + 18$

Derh. $3x + 9 = 2x + 18$

$x = 9$ Officieren.

Hier door $y = 4x = 36$ Franſch. onder *Bachus*.

Uit deeze Oplóſſing blykt, dat één der conditien van het Voorſtel overtollig is.

CXC. VOORSTEL.

Door J. PAUW, S. GRAAF, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, *en* J. VISSER.

Wyd 8 Duim		$\sqrt{184\frac{8}{9}}$
$\sqrt{}$		$\sqrt{}$
64		$184\frac{8}{9}$
13 hoog.		18 hoog
832	20 ℔	3328?

Komt 80 ℔ Inhoud.

CXCI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, S. GRAAF, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Stel den *Diameter* $= x$.

Dan is $21 : 11 :: x^3 : 1527\frac{3}{7}\,x$

$$11\,x^3 = 32076\,x$$

$$11x \qquad x^2 = 2916$$

$$\sqrt{}$$

$x = 54$ de *Diameter*.

Dus $1527\frac{3}{7}\,x = 82481\frac{1}{7}$ de Inhoud des Kloots.

CXCII.

CXCII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Laat $z = a$ zyn, dan heeft men voor de *Producten*

het 1ste $= a^1$, het 2de $= a^4$, het derde $= a^8$, het 4de $= a^{16}$, het 5de $= a^{32}$, het 6de $= a^{64}$, het 7de $= a^{128}$, het 8ste $= a^{256}$, enz.

Dus het 10de $= a^{1024}$, en het 32ste $= a^{4294967296}$.

Nu is van $a = 2$ de *Log.* 0.30102999566398

Derh. is van a^{256} de *Log.* 77.06367888997888 256

Op gelyke wyze vindt men

van a^{1024} de *Log.* 308.25471555991552,

en van $a^{4294967296}$ de *Log.* 1292913986.4918159 &c.

Dienvolgens beſtaat het 8ſte *Product* uit 78, het 10de *Product* uit 309, en het 32ſte *Product* uit 1292913987 Cyffers.

CXCIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK, *en* J. PAUW *overëenkomen.*

Stel voor de begeerde *Cuben* y^3, x^3 en y^3;
Dan is $y^3 + x^3 + y^3 = z^3$ een *rationaale Cubic.*

Derhalven $x^3+y^3=z^3-y^3$, ſtel $=u$;

dan is $y^3=u-x^3$ } welke *ration. Cuben* moeten zyn.
en $z^3=u+y^3$ }

Stel den Wortel van $u-x^3=t-x$,
en dien van $u+y^3=s+y$.

Dan is eerſtelyk

$$u-x^3=t^3-3t^2x+3tx^2-x^3$$

Dus $u=t^3-3t^2x+3tx^2$.

Ten tweeden

$$u+y^3=s^3+3s^2y+3sy^2+y^3$$

Dus $u=s^3+3s^2y+3sy^2$
$u=t^3-3t^2x+3tx^2$

vergel.

$$t^3-3t^2x+3tx^2=s^3+3s^2y+3sy^2$$

Of $3tx^2-3t^2x=s^3+3s^2y+3sy^2-t^3$ | 12s

$$36t^2x^2-36t^3x=12s^3t+36s^2ty+36st^2y^2-12st^3$$

Of $36t^2x^2-36t^3x=36st^2y^2+36s^2ty+\overline{s^3-t^3}\times 12t$
$9t^4=\ldots\ldots\ldots\ldots 9t^4$

$$36t^2x^2-36t^3x+9t^4=36st^2y^2+36s^2ty+\overline{12s^3-3t^3}\times t$$

$$6tx-3t^2=\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+12s^3-3t^2\times t}$$

$$\text{Of } 6tx=3t^2\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+12s^3-3t^2\times t}$$

$$x=\frac{3t^2\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+12s^3-3t^2\times t}}{6t}$$

Om dit Surdiſche *rationaal* te maaken, zo laat $36stv^2+36s^2tv+12s^3-3t^2\times t=\square=qt-6rv|^2$ zyn; dan is

$$36stv^2+36s^2tv+12s^3-3t^2\times t=q^2t^2-12qrtv+36r^2v^2.$$

Stel $36stv^2=36r^2v^2$; dan is $36s^2tv+12s^3-3t^2\times t=q^2t^2-13qrtv$;

waar door wy vinden

$$s=\frac{r^2}{t},\text{ en }v=\frac{q^2t-3\times 4s^3-t^2}{3s^2+qr\times 12}$$

Neem nu $r=1$, $t=2$, $q=13$; dan is $s=\frac{1}{2}$, $v=\frac{14}{12}$, $x=\frac{17}{12}$, $u=\frac{73}{24}$, $y=\frac{7}{12}$, $z=\frac{20}{12}$; en als wy v, x, y, met 12 vermeenigvuldigen, zal 'er komen $v=14$, $x=17$, en $y=7$.

Derhalven $v^3 = 2744$, $x^3 = 4913$, $y^3 = 343$ } de begeerde *Cuben*, waar van de ſom $z^3 = 8000$ mede een *rationaale Cubic* is.

BYVOEGSEL.

Hier door is N°. 263 uit HALKEN's *Zinnen-Confect* insgelyks opgelost; want als $v^3 + x^3 + y^3 = z^3$ is, zo is ook $x^3 + y^3 = z^3 - v^3 = 5456$, of $v^3 + y^3 = z^3 - x^3 = 3087$, en $v^3 + x^3 = z^3 - y^3 = 7657$.

Nog andere Oplosſingen van dit Voorſtel zyn te vinden in myne *Inleidinge tot de Mathematiſche Weetenſchappen*, II. DEEL, pag. 70 & *ſeqq.*

CXCIV. VOORSTEL. *Fig.* 68.

Door de OPGEEVERS.

De beoeffenaars der Proefondervindelyke Wysbegeerte beweeren, dat een Lighaam, hetwelk van een ander geregeld voortgaand' Lighaam opgeworpen of nedergelaten wordt, eene tweevoudige beweeging ontfangt, als, eene die het door de kracht der voortſtuuwing van den worp, of door zyn zwaartekracht verkrygt, en eene die het, door den indruk van het voortgaande Lighaam, reeds voor den worp of val bekreegen heeft.

De gevallen Steen zal derhalven volgens zyn zwaartekracht nederdaalen langs de richting CE, met eene toe-

toeneemende ſnelheid van 15, 45, 75 &c. voeten in eene ſecunde, en te gelyk door de te vooren verkreegen indruk voortgedreeven worden in de richting van E tot D, *parallel* de ſchuinſe richting van den weg des Luchtbals AC, met eene eenparige ſnelheid van 5 voeten in een ſecunde, en dus in D nederkomen, ter zelver tyd als hy, door zyn zwaartekracht alleen gedreeven, in E zoude nedergekomen zyn. De perſſing der Lucht, die hier nog al eenige verandering zoude maken, niet gerekend zynde.

Nu is *Rad.* : *Sec.* ∠ BDE (∠ A) :: BD : DE.

100000 : 124995 :: 24 : DE.

Komt DE = 30 Voeten.

Voet Secunde Voet

5 : 1 = 30.

Tyd der nederdaaling 6 Secunden.

$\sqrt{}$

36

15 Voet.

verm.

540 Voeten. De weg CE, die het vallend Lighaam volgens deszelfs zwaartekracht doorloopen zoude hebben.

Ook is *Rad.* : *Tang.* ∠ BDE :: BD : BE

100000 : 74991 :: 24 : BE

Komt BE = 18 Voet. } afgetr.
CE = 540 — }

Rest BC = 522 Voet. de begeerde hoogte.

CXCV. VOORSTEL.

Stel het getal der *Termen* van ieder der *Progressien* en Reeksen $= n$,

en de *Progressien* N°. 1 $= x, x+p, x+2p, x+3p$, &c. tot n *Termen*.

Verschillen p, p, p, p, &c. tot $n-1$ *Termen*.

N°. 2 $= y, y+q, y+2q, y+3q$, &c. tot n *Termen*.

N°. 3 $= z, z+r, z+2r, z+3r$, &c. tot n *Termen*.

Dan zyn de Reeksen, die door het vermeenigvuldigen der overeenkomstige *Termen* van tweederzelven voortkomen N°. 4 $= xy, \overline{x+p} \times \overline{y+q}, \overline{x+2p} \times \overline{y+2q}, \overline{x+3p} \times \overline{y+3q}$ &c. tot n *Termen*.

of $xy, xy+xq+yp+pq, xy+2xq+2yp+4pq, xy+3xq+3yp+9pq$, &c. tot n *Termen*.

Eerste Verschillen $xq+yp+pq, xq+yp+3pq, xq+yp+5pq$, &c. tot $n-1$ *Termen*.

Tweede Verschillen $2pq, 2pq, 2pq$, &c. tot $n-2$ *Termen*.

N°. 5 $= xz, \overline{x+p} \times \overline{z+r}, \overline{x+2p} \times \overline{z+2r}, \overline{x+3p} \times \overline{z+3r}$, &c. tot n *Termen*.

N°. 6 $= yz, \overline{y+q} \times \overline{z+r}, \overline{y+2q} \times \overline{z+2r}, \overline{y+3q} \times \overline{z+3r}$, &c. tot n *Termen*.

En

En de Reeks, die door het vermeenigvuldigen der overeenkomſtige *Termen* van alle de *Progreſſien* voortkomt,

N°. 7 $= xyz, \overline{x+p \times y+q \times z+r}, \overline{x+2p \times y+2q \times z+2r}, \overline{x+3p \times y+3q \times z+3r}$, &c. tot n *Termen*.

Of $xyz, xyz+xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpq+pqr, xyz+2xyr+2xzq+2yzp+4xqr+4ypr+4zpq+8pqr, xyz+3xyr+3xyr+3xzq+3yzp+9xqr+9ypr+9zpq+27pqr$, &c. tot n *Termen*.

1e. Verſchillen $xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpq+pqr, xyr+xzq+yzp+3xqr+3ypr+3zpq+7pqr, xyr+xzq+yzp+5xqr+5ypr+5zpq+19pqr$, &c. tot $n-1$ *Termen*.

2e. Verſchillen . . . . . $2xqr+2ypr+2zpq+6pqr, 2xqr+2ypr+2zpq+12pqr$ &c. tot $n-2$ *Termen*.

3e. Verſchillen . . . . . $6pqr$, &c. tot $n-3$ *Termen*.

Hier door is de ſom van N°. 1 $= nx+\frac{n \cdot \overline{n-1}}{1 \cdot 2} \times p = a$;

dus $x = \frac{a}{n} - \frac{n-1}{2} \times p$.

En op gelyke wyze van N°. $2 = ny + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times q = b$;

dus $y = \frac{b}{n} - \frac{n-1}{2} \times p$.

van N°. $3 = nz + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times r = c$;

dus $z = \frac{c}{n} - \frac{n-1}{2} \times r$.

De ſom van N°. $4 = nxy + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xq+yp+pq} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} \times 2pq = d$,

of $nxy + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xq+yp} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times pq = d$.

En op gelyke wyze van N°. $5 = nxz \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xr+zp} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times pr = e$.

Van

$$\text{Van N}^{\circ}.\ 6 = n\,y\,z + \frac{n.n-1}{1.2} \times$$

$$\overline{yr+zq} + \frac{n.n-1.2n-1}{1.2.3} \times qr = f.$$

$$\text{En de som van N}^{\circ}.\ 7 = n\,x\,y\,z + \frac{n.n-1}{1.2} \times$$

$$\overline{xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpr+pqr+}$$

$$\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} \times \overline{2xqr+2ypr+2zpq+6pqr+}$$

$$\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3} \times 6\,pqr = g.$$

$$\text{of } nxyz + \frac{n.n-1}{1.2} \times \overline{xyr+xzq+yzp+}$$

$$\frac{n.n-1.2n-1}{1.2.3} \times \overline{xqr+ypr+zpq+}$$

$$\frac{nn.n-1^2}{2.2} \times pqr = g.$$

Door het vermeenigvuldigen van twee der drie eerſte Vergelykingen werkrygen wy

$$nnxy+\frac{nn.n-1}{1.2}\times xq+yp+\frac{nn.n-1|^2}{4}\times pq=ab,$$

$$nnxz+\frac{nn.n-1}{1.2}\times xr+zp+\frac{nn.n-1|^2}{4}\times pr=ac,$$

$$nnyz+\frac{nn.n-1}{1.2}\times yr+zq+\frac{nn.n-1|^2}{4}\times qr=bc.$$

Deeze geſubſtraheerd van het n voud der vierde, vyfde en zesde Vergelyking,

$$\text{Rest } \frac{n^4-nn}{12}\times pq=dn-ab,$$

$$\text{dus } pq=\frac{12dn-12ab}{n^4-nn}, \text{ ſtel } =h$$

$$\frac{n^4-nn}{12}\times pr=en-ac$$

$$\text{dus } pr=\frac{12en-12ac}{n^4-nn}, \text{ ſtel } =k$$

$$\text{en } \frac{n^4-nn}{12}\times qr=fn-bc,$$

$$\text{dus } qr=\frac{12fn-12bc}{n^4-nn}, \text{ ſtel } =l.$$

verm.

$$\sqrt{ppqqrr\ldots\ldots\ldots} = hkl$$

$$qr = l\sqrt{pqr} = \sqrt{hkl}$$

$$p = \frac{\sqrt{hkl}}{l}$$

op gelyke wyze $q = \frac{\sqrt{hkl}}{k}$

en $r = \frac{\sqrt{hkl}}{h}$

Door het vermeenigvuldigen der drie eerſte Vergelykingen, hebben wy

$$n^3xyz + \frac{n^2.\overline{n-1}}{1.2}\overline{xyr+xzq+yzp} + \frac{n^2.\overline{n-1}|^2}{4}\overline{xqr+ypr+zpq} + \frac{n^2.\overline{n-1}|^3}{8} \times pqr = abc.$$

$$nn.\overline{nn-1} = 12$$

$$n \times \overline{xqr+ypr+zpq} + \frac{n.\overline{n-1}}{2} \times pqr = \frac{12nng-12abc}{n^4-nn}$$

Indien wy nu de eerſte Vergelyking met

$$qr = \frac{12fn-12bc}{n^4-nn}$$

de

de tweede Vergelyking met $pr = \frac{12fn - 12ae}{n^4 - nn}$

en de derde Vergelyking met $pq = \frac{12dn - 12ab}{n^4 - nn}$

vermeenigvuldigen,

$$\left.\begin{array}{l} \text{Verkr. wy } nxqr + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12afn - 12abc}{n^4 - nn} \\ nypr + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12ben - 12abc}{n^4 - nn} \\ nzpq + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12cdn - 12abc}{n^4 - nn} \end{array}\right\} \text{verg.}$$

$$n \times \overline{xqr + ypr + zpq} + \frac{n.n-1}{1.2} \times 3pqr =$$

$$\frac{n.12af + 12be + 12cd - 36abc}{n^4 - nn}$$

Hier door is, $\frac{12nng - 12abc}{n^4 - nn} =$

$$\frac{n \times 12af + 12be + 12cd - 36abc}{n^4 - nn}$$

12

$$\text{Is} \quad n^4 - nn$$

$$nng - abc = n \times \overline{af + be + cd} - 3abc$$

$$nng - n \times \overline{af + be + cd} = -2abc, \text{ of stell. } af + be + cd = i$$

$$nng - ni = -2abc$$

$$\overline{ng}|^2 - ni = -2abcg$$

$$\overline{\tfrac{1}{2}i}|^2 = \tfrac{1}{4}ii$$

$$\overline{ng}|^2 - ng \times i + \overline{\tfrac{1}{2}i}|^2 = \tfrac{1}{4}ii - 2abcg$$

$$ng - \tfrac{1}{2}i = \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}$$

$$ng = \tfrac{1}{2}i + \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}$$

$$n = \frac{\tfrac{1}{2}i + \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}}{g}.$$

Gegeeven $a = 21, b = 48, c = 77, d = 203, e = 252, f = 561$, en $g = 2716$.

Derh. $i = 28728 + 12096 + 11571 = 35648$.

$$n = \frac{17824 - \sqrt{17824|^2 - 316100992}}{2716} = 6$$

Hier door $h = \frac{14616 - 12096}{1260} = 2$, $k = \frac{18144 - 14364}{1260}$

$= 3$,

$$= 3, l = \frac{4639a - 32832}{1960} = 6.$$

Gevolglyk $p = \frac{6}{6} = 1.$

$$q = \frac{6}{3} = 2.$$

$$\text{en } r = \frac{6}{2} = 3.$$

Waardoor eindelyk $x = \frac{21}{6} - \frac{5}{2} \times 1 = 1$

$$y = \frac{48}{6} - \frac{5}{2} \times 2 = 3$$

$$\text{en } z = \frac{57}{6} - \frac{5}{2} \times 3 = 2.$$

Dus de begeerde *Progressien.*

1, 2, 3, 4, 5, 6.

3, 5, 7, 9, 11, 13.

2, 5, 8, 11, 14, 17.

AANMERKING.

Uit de gevondene *Formulen* is, zo wel als uit den aart van het Voorſtel, blykbaar, dat wanneer de Getallen door a, b, en c afgebeeld, als mede de Getallen door d, e, en f verbeeld, gelyk zyn, als dan de reſpective *Termen* der drie begeerde *Progreſſien* mede gelyk zullen zyn; derhalven zal men in dit Geval, in plaats van drie onderſcheidene *Progreſſien*, drie gelyke bekomen, die als eene enkele *Progreſſie* kunnen aangemerkt worden, en zullen de Reekſen, door d, e, en f afgebeeld, niet andere zyn als de ſom der *Quadraaten*, en die door g verbeeld, als de ſom der *Cuben* van alle de *Termen* der *Progreſſie*. Dienvolgens leveren ons deeze algemeene *Formulen*, de *Formulen* voor dit eenvoudiger Voorſtel op.

„ Van eene *Arithmetiſche Progreſſie* is gegeeven „ de ſom $= a$, de ſom der *Quadraaten* $= d$, en „ de ſom der *Cuben* $= g$."

Wanneer men, alles als vooren ſtellende, voor ieder y en z, een x; voor ieder q en r een p; voor ieder b en c, een a; voor ieder e en f, een d ſtelt.

Dan is $xf + bz + cd = ad + ad + qd = 3ad$;

derh. $x = \frac{\frac{1}{2}i + \sqrt{\frac{1}{4}ii - 2abcg}}{g} =$

$\frac{1\frac{1}{2}ad + \sqrt{1\frac{1}{2}ad|^2 - 2a^3g}}{g}$ meenigte der Termen.

$x = \frac{a}{a} + \frac{n-1}{2} \times p$. Eerſte *Term*.

$$pp = pq = \frac{12dn - 12ab}{n^4 - nn} = \frac{12dn - 12aa}{n^4 - nn}$$

Dus $p = \frac{4}{n} \times \sqrt{\frac{3dn - 3aa}{nn - 1}}$ het *Exces.*

CXCVI. VOORSTEL. *Fig.* 69.

Door J. VAN DER PAARDT, *waar mede* J. VISSER, J. PAUW, J. CREKET, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER *overëenkomen.*

Laat *a*, *b*, *c*, *d*, *e* de vyf Lappen zyn, welke gelyk zyn aan 't *Quadraat* of Tafel *iklmi*.

Laat *ac* en *bd* doorſneeden zyn door twee Lynen, gelyk aan de ſchuinſe *im*; en de Lappen zyn dan doorſneeden, zo als dezelve gevoegd moeten worden op het *Quadraat e*.

CXCVII. VOORSTEL. *Fig.* 70.

Door J. PAUW.

Als men onderſtelt, dat B, C, D de drie Buurtſchappen zyn, en A het Gebouw, dat op eenen gelyken afſtand van elk der Buurtſchappen moet zyn, dan zal men, leezende in den vierden regel van dit Voorſtel D van B, in plaats van A van B, de volgende bewerking hebben.

$\overline{BC}^2 = 360000$ $\overline{BD}^2 = 144400$

$\overline{BD}^4$

$\overline{BD}^2 = 144400$ verg. 504400 — $\overline{CD}^2 = 270400$ afg. $2BC \times BE = 234000$

$\overline{BE}^2 = 38025$ afg. $\overline{DE}^2 = 106375$ — $DE = 326,15$

$2BC = 1200$ — $BE = 195$

Nu is, door de gelykformigheid der Driehoeken BDE, DCF,

$DE : BD :: CD : DF.$

Dat is $326,15 : 380 :: 520 : DF.$

Komt $DF = 605,85.$

Dus $\frac{1}{2}$ $DF = DA = CA = BA = 302,925$ Roeden, zo ver het Gebouw A van ieder der drie Buurtschappen moet afleggen.

CXCVIII. VOORSTEL. Fig. 78.

Door J. Crekrt, M. Boelhouwer, J. van Twisk, J. van der Paardt, *en de* Opgever.

1°.

AGFE $= \frac{1}{3}$ van ABCDA

Figuur EDKIHSE $=$ SHNQPES $=$ IKCLONF $=$ OLBGPQO.

Zynde alle in een forma, en alle derzelver zyden gelyk in lengte, en deszelfs hoeken alle recht, en maaken te saamen $\frac{1}{3}$ van het gegeevene ABCDA zynde uit het Figuur klaar te zien.

IIde. *of Anders.*

AEFG = ¼ van ABCDA, alzo ook 't *Quadraat* RQNH.

Figuur SHHKDES = IKCLONI = OLBGPQO = PGAESRP, zynde ook allen in een forma, en alle derzelver zyden gelyk in lengte, en dus alles als vooren.

IIIde. *of Anders.*

't *Quadraat abcd* = ¼ van ABCDA, en de Figuuren CAE *dc* G = GBL *be* G = LCK *ab* L = KDE *da* K, zynde ook alle in een forma, en alle de zyden gelyk in lengte, en dus alles als vooren.

IVde. *of Anders.*

't *Quadraat* RQNHR = ¼ van *ABCDA*.

Figuur AMQTA = TRDUR = HUCVH = VNMBV.

Zynde alle *Parallelograms*, wier Lengtens en Breedtens gelyk zyn, en dus ook alle van een inhoud en gelykformig.

Vde. *of Anders.*

BQNHR is gelyk in de 4de behandeling = ¼ ABCDA, en in deeze kan men nu de overige ¼ deel van het gegeevene zoo meenigmaalen in 4 gelykformige, gelyk van inhoud zynde, deelen, als 'er puncten en ſtippen in een zyde van 't ¼ deel, als in HR, begreepen zyn, en dus kan men oneindige maalen de begeerte in deezen voldoen, waarvan wy alleen een derzelve zullen aanwyzen.

Stel, de deeling begint uit het Punct *e*, maak dan H *f* = *e*R, als ook N*g* en Q*m*, zo is Figuur *e*i D *lf* H E = *flckg*N*f* = *gk*B *ym*Q*g* = *my*A*ie*R *m*. En zo oneindig meer, gelyk voor gemeld is.

De Demonſtratie is uit het Figuur zelve voor onkundigen klaar te zien; het zoude eene breedvoerige Con-

Conſtructie zyn, zo wy die alle opmaakten; 't is genoeg, dat in alle deeze manieren altoos de zyden en hoeken, en de inhouden der begeerde ſtukken gelyk zyn.

CXCIX. VOORSTEL. *Fig.* 72.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

vergr. br.		vergr. breedte
A op 40° Nbr.... 2622.7	D op 38° Nbr.... 2028.4	
D op 32° Nbr.... 2028.4	B op 25 Nbr.... 1550.0	
AD 594.3		BD 478.4
BD 478.4		

verm.

□ BDA = DC² 2843.13.12

DC 53.3.2 pagen.

of 533⅓ min.

60

8° : 53⅓ verſchil der Lengte DC
360° : 0 of 2de de Lengte in D,

rest 353° : 6⅔ Lengte in C, alwaar de Schepen A en B te ſaamen komen.

CC. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Deel de eerſte Vergelyking in de tweede, dan heeft men

$$x = \frac{b}{a} - c$$

Dit in Logaritmi overgebragt, is

$$b \times Log.\, x = Log.\, \frac{c}{a}$$

Wederom de eerste Vergelyking in Logaritmi overbrengende,

is $y \times Log.\, x = Log.\, a$,

of $\frac{y}{b} \times Log.\, \frac{c}{a} = Log.\, a$,

$$y \times Log.\, \frac{c}{a} = b \times Log.\, a,$$

$$y = \frac{b \times Log.\, a}{Log.\, \frac{c}{a}},$$

$$en\ x = a^{\frac{Log.\, \frac{c}{a}}{b \times Log.\, a}}.$$

Q. E. I.

Voorbeeld in getallen.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 125$, $b = 2$, $c = 3125$; dan is $\frac{c}{a} = \frac{3125}{125} = 25$, en $y = \frac{2 \times 2,09691}{1,39794} = \frac{4,19382}{1,39794} = 3$; en $x^3 = 125$; waar door $x = 5$.

Weshalven de getallen zyn $x = 5$, $y = 3$.

CCI.

CCL. VOORSTEL. Fig. 73.

Door den OPGEEVER, J. VAN-TWISK, en M. BOELHOUWER.

Zy AB een rechte lyn naar welgevallen, trek uit eenig punt C van dezelve de regthoekige CD, welke verlengd zynde, men op DF als middellyn een Cirkel beschryft.

Laat nu de geheele Figuur om AB worden rondbewoogen, dan is het klaar, dat de Cirkel DEFG een Lighaam beschryven zal; dat Lighaam wordt een *Ring* genoemd.

In de *Werktuigkunde* wordt beweezen, dat de Inhoud van een Lighaam, op deeze wyze geteeld, gelyk is aan den Inhoud der teelende Figuur, vermeenigvuldigd met den omtrek door het zwaartepunt, dat in ons geval het middelpunt des teelenden Cirkels zelve is, beschreeven; en dien zelfden omtrek door het zwaartepunt beschreeven, met den omtrek der teelende Figuur vermeenigvuldigd, is gelykaan de oppervlakte des beschreeven Lighaams.

Stel, na dit vooraf verklaard te hebben, de lengte van den buitensten omtrek des Rings $= a$; den omtrek der dikte $= b$; de overeenkomst van de middellyn tot den omtrek des Cirkels als 1 tot c; dan is

$c : 1 :: \text{buiten-omtrek } a : \frac{a}{c} = 2CF$; dus $CF = \frac{a}{2c}$;

wederom $c : 1 ::$ omtrek $DEFG = b : \frac{b}{c} = DF$,

dus $FM = \frac{b}{2c}$; weshalven $CM = CF - FM = \frac{a-b}{2c}$;

en $1 : 2c :: \frac{a-b}{2c} : \overline{a-b}$ = den omtrek door het zwaartepunt beschreeven. Verders is de Cirkel DEFG = omtrek DEFG $\times \frac{1}{4}$ DF $= b \times \frac{b}{4c} = \frac{bb}{4c}$.

Nu is, uit aanmerking van het voorgaande, $\frac{bb}{4c} \times \overline{a-b}$ gelyk aan den Inhoud, en $b \times \overline{a-b}$ gelyk aan de oppervlakte des Rings.

Dat te vinden was.

Voorbeeld in getallen. Laat van een Ring de buitenste omtrek gemeeten zyn 56 *Duim*, de omtrek der dikte 12 Duim, $c = 3,14159$: dan is de Inhoud $= \frac{56-12}{4} \times \frac{144}{3,14159} = 504,203$ Cub. Duim, en de oppervlakte $b \times \overline{a-b} = 12 \times \overline{56-12} = 528$ vierkante Duimen.

CCII. VOORSTEL. *Fig.* 63.

Door M. BOELHOUWER, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Stel AB $= x$,

AC $= y$.

Dan

Dan is $\frac{1}{3}y + x = 20$ en $yy + xx = 400$

$y + 3x = 60$ $yy = 400 - xx$

$y = 60 - 3x$ $y = \sqrt{400 - xx}$

Derh. $60 - 3x = \sqrt{400 - xx}$

$3600 - 360x + 9xx = 400 - xx$

$10xx - 360x = -3200$

$xx - 36x = -320$

$18^2 = 324$

verg.

$xx - 36x + 18^2 = 4$

$x - 18 = \pm 2$

$x = 16$

hier door $y = 60 - 48 = 12$

verm.

Inhoud des Drieh. $= \frac{192}{2} = 96.$

CCIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. J. BOUWENS, R. F. FOLKERS, L. BELY, C. STERNHUIS, B. KNEGTJES, K. AKER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, J. VISSER, C. OTTEN, J. PAUW, J. DE JONGH, J. KUYTER, en M. BORLHOUWER.

Stel de Jaaren van B = x,
van C = y,
zo zyn die van A = y + 11.

y
y + 11 : x = x + 2y + 11 = 105
2y + 11
x +
of 3y + 15 = 105
2y + 11 - x
+ 4
3y = 90
y = 30 de Jaaren van C.
2y + 15 - x = y + 22
y + 11 = 41 de Jaaren van A.
y + 4 = x
x = 34 de Jaaren van B.

CCIV.

CCIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER, M. BOELHOUWER, K. AKER, *en* J. VISSER *overëenkomen.*

I. *Als de Plantery rond aangelegd word.*

Inh. □ *Diam.*
Dan is 11 — 14 — 616

Komt 784 het vierkant des *Diam.*

Diam. Omtr. $\sqrt{}$
7 — 22 — 28

Komt 88 Roeden omtrek.

II. *Als het agthoekig aangelegd word.*

Dan is, volgens de grondbeginſelen der Meetkunde, de Inhoud van een reguliere Agthoek, tot het *Quadraat* van een van deszelfs zyden, als 1 tot $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}$, zynde na genoeg gelyk 10000 tot 2071, derhalven:

10000 — 2071 — 616

127,5736

$\sqrt{}$

11,29 één der zyden des Agthoeks.

8

Komt 90,32 Roeden omtrek.

III. *Als het vierkant aangelegd wordt.*

$$\sqrt{\frac{616}{24.82}}$$

Komt 99.28 Roeden omtrek.

IV. *Als het driehoekig aangelegd wordt.*

Dan is, volgens de grondbeginselen der *Trigonometrie*, de *Sinus* van één der hoeken tot *Radius*, als de dubbele Inhoud tot het *Quadraat* van één der zyden, derhalven:

$$86602 - 100000 - 616 \times 2$$

Komt 1422.18

$$\sqrt{37.72}$$

Komt 113.16 Roeden omtrek.

Derhalven, volgens de eerste conditie, de minste omtuininge.

CCV. VOORSTEL.

Door J. J. BOUWENS, *waar mede de* OPGEEVER, J. VISSER, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, *en* C. STEENHUIS *overëenkomen.*

Uit de natuur van een Cirkel is de *Diameter* den *Diagonaal* van den Rechthoek, die in den Cirkel moet beschreeven worden; by gevolg is 't *Quadraat* op den *Diameter* gelyk de *Quadraaten* op de Breedte

te en Lengte van den Rechthoek. Als men dan de Breedte $= x$ ſtelt, zal de Lengte, volgens de Opgaaf, $= 3x$ zyn. Derhalven

$$x^2 + 9x^2 = 10x^2 = 900$$
$$10$$
$$x^2 = 90$$
$$\sqrt{}$$
$$x = 9\sqrt{10}.$$

Voorts kan de *Perpendiculair*, die uit den top des gelykzydigen Driehoeks moet getrokken worden, niet grooter dan de Breedte van den Rechthoek zyn; ook deelt die *Perpendiculair* den *Baſis* in twee gelyke deelen.

By gevolg is het *Quadraat* van den *Perpendiculair* gelyk aan het drievoudig *Quadraat* van den halven *Baſis*, en op het grootst $= 90$. Derhalven is de halve *Baſis* $= \sqrt{30}$, en dus de Inhoud des Drieboeks $= 3\sqrt{10} \times \sqrt{30} = 30\sqrt{3}$, of $51,962$ na genoeg.

CCVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar by de* OPGEVERS, J. PAUW, R. F. FOLKERS, *en* K. AKER *overëenkomen.*

Stel de Rykdaalders, die hy aan Interest betaalt, $= x$;

dan betaalt hy nog $x + 8$ Grooten,

en dan is het Capitaal $= \overline{2x+8} - 4 \times 2 = 4x + 8$,

de Interest . . . . . $= x + \frac{x+8}{72} = \frac{73x+8}{72}$.

Cap.

Cap. Interest.

$$4x+8 : \frac{73x+8}{72} :: 100 : -$$

Komt $\frac{1825x+200}{72x+144}$ *Product* der Jaaren, en de pCt. 's Jaars.

$4x+8$ Capitaal mult.

Komt $\frac{1825x+200}{18} = 2850$

$$25 \quad \frac{}{73x+8 = 2052} \quad 18$$

$$73 \quad \frac{73x = 2044}{x = 28}$$

Dus $4x+8 = (4 \times 28 + 8) = 120$ Ryksd. Capt.

$\frac{73x+8}{72} = 28$ Ryksd. 36 Grooten Inter.

Dat te vinden was.

CCVII.

CCVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWIST, K. AREN, J. J. BOUWENS, L. KOOPS, M. BORLHOUWER, C. STEENHUIS, B. KNEGTJES, J. VERSCHOOR, *en den* ORGEVER.

Stel de Duitsche Troupen $= x$, de Engelsche $= y$, de Hollandsche $= z$, en de Spaansche $= v$.

Dan is door het Voorstel

$$x + y + z - 620 = v.$$
$$x + y + v - 460 = z.$$
$$x + z + v - 380 = y.$$
$$y + z + v - 500 = x.$$

Of

$$x + y + z - v = 620$$
$$x + y + z + v = 460$$
$$x - y + z + v = 380$$
$$-x + y + z + v = 500$$

verg.

$$2x + 2y + 2z + 2v = 1960$$

a

$$x + y + z + v = 980.$$

Hier van ieder der eerstgevondene Vergelykingen afgetrokken, rest

$2x = 480$, en $x = 240$ Duitsche
$2y = 600$, $y = 300$ Engelsche
$2z = 520$, $z = 260$ Hollandsche
$2v = 360$, $v = 180$ Spaansche.

Deeze Bewerking bewyst zich zelve, zonder dat 'er eene Proef toe noodig is.

CCVIII.

CCVIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, J. VISSER, M. BOELHOUWER, J. PAUW, L. KOOPS, K. AKER, C. STEENHUIS, *en den* OPGEVER.

Dewyl de twee Wyzers 11 maal elkander in 12 uuren passeeren; zoo is door den *Regel van Drie* zeer ligt het begeerde te vinden. Want

maal	uur	maal
11	12	1

Komt 1 uur $5\frac{5}{11}$ min. de 1ste maal na 12 uur.

en dus 2 — $10\frac{10}{11}$ — de 2de maal

3 — $16\frac{4}{11}$ — de 3de maal;

en zoo vervolgens.

CCIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER *en* J. PAUW, *waar mede* J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, *en* M. BOELHOUWER *overkomen.*

1°. Het was reeds 10 uuren 's morgens toen de Bode te paerd vertrok: en dewyl hy 's avonds tegens 8 uuren met den Doctor by den Zieken was, heeft hy dien weg in een tyd van 10 uuren afgelegd.

2°. Maar dewyl de helft van $10 = 5$ is, en men zyne beweeging gelykmaatig stelt, zal $10 + 5 = 12 = 3$ zyn; dat is, hy was ten 3 uuren na den middag by den Doctor.

3°.

3°. Volgens de Opgaaf legt de Bode te voet eene lengte van 12 uuren in een tyd van 12 uuren af; maar die zelfde lengte legt de Bode te paard in 5 uuren tyds af (*Art.* 2.).

In gelyke ruimtens, die doorlopen worden, zyn de ſnelheden in een omgekeerde reden der tyden. Daarom is de ſnelheid van de Bode te paerd tot de ſnelheid van de Bode te voet, als 12 tot 5. De Bode te voet legt een weg x af tot het oogenblik der voorbyryding; maar de Bode te paerd moet nog eene lengte van 2 uuren meer dan x afleggen, om de andere Bode voorby te ryden; by gevolg ſtaat 12 : 5 :: $2+x$: x.

Dus $10+5x=12x$

of $7x=10$

7

Derhalven $x=1\frac{3}{7}$ Uur $=1$ Uur 25 Min. $42\frac{6}{7}$ Sec.

Dit gevoegd by 10 Uuren, geeft 11 Uuren 25 Min. $42\frac{6}{7}$ Sec. zynde het oogenblik, waar in de Bode te paerd dien te voet voorby reedt.

4°. Ten 3 Uuren is hy by den Doctor; zo dat de andere Bode dus 7 Uuren lengte heeft afgelegd, en nog 5 Uuren lengte moet afleggen, om ter beſtemde plaatſe te zyn. Van die 5 Uuren lengte legt de te voet zynde Bode een weg y af, tot het oogenblik waar in die te paerd hem ontmoet; en deeze heeft in dien zelfden tyd $5-y$ lengte doorgereed. Weshalven men deeze Proportie krygt:

$12 : 5 :: 5-y : y$.

$12y=25-5y$

$17y=25$

17

$y=\frac{25}{17}=1\frac{8}{17}$ Uur $=1$ Uur 28 Min. $14\frac{1}{17}$ Sec.

dit gevoegd by 3 Uuren, geeft 4 Uuren 28 Min. $14\frac{2}{17}$ Sec. voor het oogenblik hunner ontmoeking, op de te rug reis van de Bode te paerd.

CCX. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. RUITER, M. BOELHOUWER, J. VERSCHOOR, J. PAUW, J. VAN TWISK, L. KOOPS, K. AKER, C. STEENHUIS, L. BELT, J. DE JONGH, J. J. BOUWENS, *en den* OPGEEVER.

Ellen Guld. Ellen.

A — 8 — B?

Komt $\frac{8B}{A} = C$

$\frac{C}{2} \quad \frac{2A}{V}$

Dus $2C = 4AA$

$C = 2AA$

$\frac{B}{8}$

$\frac{B}{8} = \frac{1}{8}$

$B = \frac{8}{16}$

Derh. $2AA = \frac{8B}{A}$

of $2AA = \frac{128}{A}$

A

$2A^3$

$$2A^4 = 128$$
$$A^4 = 64$$
$$A = 4$$

en dus is de Regel:

Ellen Guld. Ellen
4 — 8 — 16?

het begeerde.

CCXI. VOORSTEL.

Door J. Vlieger, J. Pauw, M. Boelhouwer, J. de Jongh, C. Steenhuis, J. Ruiter, L. Koops, K. Aker, B. Knegtjes, J. van Twisk, *en den* Opgeever.

In het Voorstel staat, dat van der Zonnen opgang 17 uuren zyn; maar ik ben van gedachten, dat het moet zyn van der Zonnen opgang tot haaren ondergang, en op die gedachten steunt de volgende bewerking:

Stel x voor de voorledene Uuren van Zons opgang; dan zyn $17 - x$ de toekomende uuren tot Zons ondergang.

$$\frac{7 - 17 + x}{15 - 1}\left\{\frac{119 - 7x}{15}\right. + \tfrac{1}{2}x = x$$
$$15$$

$$119-7x+5x=15x$$

$x=7$ uuren na den opgang der Zon, en als de Zon 17 uuren ſchynt, komt ze op 's morgens ten half vier uuren, en dus zoude het 's morgens ten half elf uuren geweest zyn, dat de Koopman door de Stad paſſeerde.

Dit Voorſtel, zegt J. VAN TWISK, is te vinden in de *Arithmetica* van B. STOKMAN, het laatſte Voorſtel in de *Regula Falſi* pag. 327. Amſt. 1648.

CCXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, L. KOOPS, J. PAUW, M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, J. RUITER, C. STEENHUIS, C. OPTEN, *en* K. AKER.

A ℒ 800 × 6 Md. = 4800

B ℒ 1000 / Kt. $4\frac{1}{2}$ Maand. vroeger bet.
van 9 Maand. betaaltyd.

Dus moet B over $4\frac{1}{2}$ Maanden betaalen.

CCXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, J. PAUW, K. AKER, J. RUITER, L. KOOPS, *en* J. VAN TWISK.

Som Cap. en Int. Som
$\frac{1}{8}$ — $816\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{7}$? Kt. $408\frac{1}{3}$ over 4 Maand.

425 over 12 Maand.
$408\frac{1}{3}$ over 4 Maand.

Maand.		Maand.
8 ——	$16\frac{2}{3}$ Inter. ——	12?

Komt 25 Inter.
van 425 Cap. en Int. afgetr.

$\frac{1}{3}$ —— 400 Cap. —— 1?

Komt 1200 Guld. op Interest gezet.

	Cap.	Inter.	Cap.
En	400 —	25 ——	100?

Komt $6\frac{1}{3}$ ten honderd.

CCXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Jaar	P.C.	Jaar	
1 —	10 —	$1\frac{5}{12}$?	Kt. $14\frac{1}{6}$
1 —	10 —	3 ?	Kt. 30
1 —	10 —	$4\frac{7}{12}$?	Kt. $45\frac{5}{6}$.

Stel nu het Capitaal $= x$ £Vl.

Dan heeft men

$114\frac{1}{6}$ — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{40}{137}$ x
130 — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{10}{39}$ x
$145\frac{5}{6}$ — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{18}{35}$ x

verg.

$\frac{145294}{187005}$ x

$130 - 100 - x$? Kt. $\frac{10}{11}x$

Versch. $\frac{1444}{187001}x$

Derh. $\frac{1444}{187001}x = 3\frac{79}{455}$ £Vl.

Komt $x = 411$ £Vl. het Capit.
3
en 137 £Vl. ieder Pay.

Verders om de tweede Interest ten 100 te vinden.

Ten 1ste 't gel. Capit. $= 411$ £Vl.
en 411 −

In som 822 £Vl. ten einde van 6 Jaar te bet.
6
Dus 137 £Vl. Jaarl. ieder Pay.

Stel de Interest $= y$ pCt. in 't Jaar.

$100 - 100 + y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 137y}{100}$

$100 - 100 + 2y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 274y}{100}$

$100 - 100 + 3y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 411y}{100}$

$100 - 100 + 4y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 548y}{100}$

$100 - 100 + 5y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 685y}{100}$

100

$$190 - 100 + 6y - 137 \text{ Kt.} \quad \frac{13700 + 822y}{100}$$

$$\text{De som is } \frac{82200 + 2877y}{100} = 965\tfrac{17}{20} \text{ Gl.}$$

$$\frac{82200 + 2877y}{100} \quad 100$$

$$82200 + 2877y = 96585$$

$$2877y = 14385$$

$$2877 \qquad y = 5 \text{ ten honderd.}$$

CCXV. VOORSTEL.

Door J. VISSER *en den* OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *en* K. AKER *overëenkomen.*

$\frac{41}{24}$, $\frac{44}{23}$, $\frac{43}{22}$, $\frac{42}{21}$, $\frac{41}{20}$, $\frac{40}{19}$, $\frac{39}{18}$, $\frac{38}{17}$, $\frac{37}{16}$, $\frac{36}{15}$,

10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Hier ziet men, dat de eerſte Noemer met de tweede Teller verſchilt 10, en ieder Teller met zyn Noemer verſchilt 9: ook verſchilt de eerſte Teller met de tweede Noemer 8: eindelyk verſchilt ieder Noemer met zyn volgende, als ook ieder Teller met zyn volgende, 1: waar uit men ziet, dat hunne Capitaalen ſtaan in eene *Arithmetiſche Progreſſie*, als 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

en dus 1 de eerste *Term*.
10 de laatste *Term*.

11
5 de ½ der *Termen*.

Derh. A = 55, en dus B = 110, C = 165, D = 220, E = 275, F = 330, G = 385, H = 440, I = 495, en K = 550 hunne Capitaalen of ieders inleg.

	£ Vl.
B =	110
C =	165
D =	220
E =	275
F =	330
G =	385
H =	440
I =	495
K =	550
	2970

2475 de ⅝ van B, C, D, E, F, G, H, I, K.
55 = A

Dus 2530 hunne geheele Winst.

Capit.	Winst			£ Vl.	
		1		46 =	A Winst
		2		92 =	B —
		3		138 =	C —
		4		184 =	D —
		5	komt	230 =	E —
55 —	2530 —	6		276 =	F —
		7		322 =	G —
		8		368 =	H —
		9		414 =	I —
		10		460 =	K —

CCXVI.

CCXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. J. ZUIDHOF; J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, J. J. BOUWENS, M. BOELHOUWER, *en* L. KOOPS.

Stel de getallen $= x$ en y.

dan is $\overline{x+1} \times \overline{y+1} = 20$

of $xy+x+y+1 = 20$

$xy+x = 19-y$

$y+1$

$$x = \frac{19-y}{y+1}$$

En $\overline{x^2+1} \times \overline{y^2+1} = 1820$

door $\overline{x+1} \times \overline{y+1} = 20$ gedeeld

Komt $\overline{xx-x+1} \times \overline{yy-y+1} = 91$.

Hier uit de bovenſtaande waarde van x verwiſſeld, komt

$$\frac{343-54y+3yy}{yy+2y+1} \times \overline{yy-y+1} = 91.$$

$$\frac{3y^4-57y^3+400y^2-397y+343}{yy+2y+1} = 91$$

$$3y^4-57y^3+400y^2-397y+343 = 91yy+(182y+91.$$

$$3y^4-57y^3+309y^2-579y+252 = 0$$

Komt $y=4$ en $x=3$.

ANDERS *door* M. J. ZUIDHOF.

Stel de getallen $= x-1$ en $y-1$.

dan is $x \times y = 20$

$$y = \frac{20}{x}$$

Insgelyks

$$x^3-3x^2+3x \times y^3-3y^2+3y = 1820,$$

door $x \times y = 20$ gedeeld, komt

$$xx-3x+3 \times yy-3y+3 = 91,$$

hier uit de bovenſtaande waarde van x verwisſeld, komt

$$\frac{3yy-60y+40}{yy} \times yy-3y+3 = 91$$

3y⁴-

$$\frac{3y^4 - 69y^3 + 589y^2 - 1380y + 1200}{yy} = 91$$

$$3y^4 - 69y^3 + 498yy - 1380y + 1200 = 0$$

Komt $y = 5$ en $x = 4$.

Dus de getallen 3 en 4.

CCXVII. VOORSTEL.

Door M. J. ZUIDHOF, J. VAN TWISK, L. KOORS, K. AKER, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Stel de Getallen	de Vierkanten:
$x - 3y$	$xx - 6xy + 9yy$
$x - y$	$xx - 2xy + yy$
$x + y$	$xx + 2xy + yy$
$x + y$	$xx + 6xy + 9yy$

som $4xx + 20yy = a$

$$4 \quad xx + 5yy = \tfrac{1}{4}a$$

$$xx = \tfrac{1}{4}a - 5yy$$

Het *Product* $\overline{x+3y} \times \overline{x-3y} = xx - 9yy$

en $\overline{x+y} \times \overline{x-y} = xx - yy$

verm.

Het geduurig *Product* $x^4 - 10xxyy + 9y^4 = b$

$$x^4 - 10xxyy = b - 9y^4$$

$5yy$

$$\overline{5yy}^{2} = 25y^4$$

$$\sqrt{x^4 - 10xxyy + 25y^4 = b + 16y^4}$$

$$xx - 5yy = \sqrt{b + 16y^4}$$

boven was $xx + 5yy = \frac{1}{2}a$

Verſchil $10yy = \frac{1}{2}a - \sqrt{b + 16y^4}$

$$\frac{\frac{1}{2}a - 10yy = \sqrt{b + 16y^4}}{4}$$

$$a - 40yy = \sqrt{16b + 256y^4}$$

$$\sqrt{a^2 - 80ay^2 + 1600y^4 = 16b + 256y^4}$$

$$1344y^4 - 80yy = 16b - aa$$

Deeze Vergelyking uitgewerkt,

$$\text{komt } y^2 = \frac{5a \pm \sqrt{16b - aa}}{168}$$

$$\text{dus } x^2 = \tfrac{1}{2}a - 5 \times \frac{5a \pm \sqrt{16b - aa}}{168}$$

$a = 164$ en $b = 945$ gegeeven zynde,

$$\text{zo komt } y^2 = \frac{820 - 652}{168} = 1$$

en $x^2 = 41 - 5 = 36$

Der-

Derhalven $x = 6$, en $y = 1$,

en de *Progresſie* 3, 5, 7, 9.

CCXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGERVER, J. VAN TWISK, *en* K. AKER.

Stel voor de Getallen $x-4y$, $x-2y$, x, $x+2y$ en $x+4y$;

dan zyn dezelve in eene *Arithmetiſche Progresſie*, en de ſom $5x$.

De *Cubi* zyn $x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3$

$x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

x^3

$x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

$x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3$

Dus is $5x^3 + 120xy^2$ de ſom der derde magten.

De vyfde magten zyn

$x^5 - 20x^4y + 160x^3y^2 - 640x^2y^3 + 1280xy^4 - 1024y^5$

$x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5$

x^5

$x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$

$x^5 + 20x^4y + 160x^3y^2 + 640x^2y^3 + 1280xy^4 + 1024y^5$

Deeze ſommeerende, is $5x^5 + 400x^3y^2 + 2720y^4x$ de ſom der vyfde magten.

Nu

Nu zyn $5x$, $5x^3 + 120xy^2$ en $5x^5 + 400x^3y^2 + 2720y^4x$, de ſommen der 1ſte, 3de, en 5de magten, tot elkander als p; q en r: waar uit wy deeze twee Vergelykingen hebben.

1°. $5x : 5x^5 + 400x^3y^2 + 2720xy^4 :: p : r$,

of $1 : x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 :: p : r$.

Derhalven $x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 = \frac{r}{p}$.

2°. $5x : 5x^3 + 120xy^2 :: p : q$,

of $1 : x^2 + 24y^2 :: p : q$.

Waar door $x^2 + 24y^2 = \frac{q}{p}$

en $16y^2 = 16y^2$ byvoegende

is $x^2 + 40y^2 = \frac{q}{p} + 16y^2$

$x^4 + 80x^2y^2 + 1600y^4 = \frac{qq}{pp} + \frac{32q}{p}y^2 + 256y^4$

en $x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 = \frac{r}{p}$ hier afgetrokken

is $1056y^4 = \frac{qq}{pp} - \frac{r}{p} + \frac{32q}{p}y^2 + 256y^4$

$$800y^4 - \frac{32q}{p}y^2 = \frac{q^2 - pr}{p^2}$$

$$400y^4 - \frac{16q}{p}y^2 = \frac{q^2 - pr}{2p^2}$$

$$\frac{4qq}{25pp} = \frac{4qq}{25pp}$$

$$400y^4 - \frac{16q}{p}y^2 + \frac{4qq}{25pp} = \frac{66qq - 50pr}{100pp}$$

$$20y^2 - \frac{2q}{5p} = \pm\frac{\sqrt{66qq - 50pr}}{10p}$$

$$20y^2 = \frac{4q \pm \sqrt{66qq - 50pr}}{10p}$$

$$y^2 = \frac{4q \pm \sqrt{(66qq - 50pr)}}{200p}$$

$y = \sqrt{s}$, $y^2 = s$ ſtellende,

$$x^2 = \frac{q}{p} - 24s$$

dus $x = \sqrt{\left(\frac{q}{p} - 24s\right)}$

Laat nu in getallen gegeeven zyn $p = 1$, $q = 15$, $r = 295$; dan zal men vinden: $y^2 = \frac{1}{2}$ of $\frac{7}{10}$; dus $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ of $\sqrt{\frac{7}{10}}$: voorts $x^2 = 15 - 6 = 9$, of $15 - 8\frac{2}{3} = 6\frac{1}{3}$; dus $x = 3$

$x = 3$ of $\sqrt{6\frac{3}{4}}$, (wel verſtaande, $x = 3$, wanneer men $y = \frac{1}{2}$, en $x = \sqrt{6\frac{3}{4}}$, zoo men $y = \sqrt{\frac{7}{16}}$ ſtelt.) Derhalven zyn 1, 2, 3, 4 en 5, of $\sqrt{6\frac{3}{4}} - 4\sqrt{\frac{7}{16}}$, $\sqrt{6\frac{3}{4}} - 2\sqrt{\frac{7}{16}}$, $\sqrt{6\frac{3}{4}}$, $\sqrt{6\frac{3}{4}} + 2\sqrt{\frac{7}{16}}$, en $\sqrt{6\frac{3}{4}} + 4\sqrt{\frac{7}{16}}$ de begeerde Getallen.

Dat te vinden was.

CCXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Door het Voorſtel is $x + y + z + v = a$.

In *Fluxie* $\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} + \dot{v} = 0$.

Laat nu x en y ſtandvastig genomen worden; dan is $\dot{x}$ en $\dot{y} = 0$.

daarom $\dot{z} + \dot{v} = 0$, $\dot{v} = -\dot{z}$.

Stel wederom y en z ſtandvastig; dan zyn $\dot{y}$ en $\dot{z}$ beide $= 0$,

derhalven $\dot{x} + \dot{v} = 0$, waar door $\dot{v} = -\dot{x}$

Eindelyk x en z als ſtandvastig beſchouwende, zyn $\dot{x}$ en $\dot{z}$ beide $= 0$.

en $\dot{y} + \dot{v} = 0$, waar door $\dot{v} = -\dot{y}$.

Nu moet door het Voorſtel $x^m y^n z^r v^s$ een maximum zyn.

Stel

Stel daarom derzelver *Fluxie* gelyk niets, of

$$mx^{m-1}\dot{x}\,y^{n}z^{r}v^{s} + ny^{n-1}\dot{y}\,z^{r}v^{s}x^{m} + rz^{r-1}\dot{z}\,v^{s}x^{m}y^{n} + sv^{s-1}\dot{v}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0.$$

Stel nu wederom x en y ſtandvastig, dan is

$$rz^{r-1}\dot{z}\,x^{m}y^{n}v^{s} + sv^{s-1}\dot{v}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0;$$

maar dan is $\dot{v} = -\dot{z}$ boven bepaald.

Derhalven $rz^{r-1}\dot{z}\,x^{m}y^{n}v^{s} - sv^{s-1}\dot{z}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0$,

waar door $rv = sz$

en $v = \frac{s}{r}z$.

Wederom y en z ſtandvastig ſtellende,

heeft men $mx^{m-1}\dot{x}\,y^{n}z^{r}v^{s} + sv^{s-1}\dot{v}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0$,

maar dan is ook $\dot{v} = -\frac{m}{s}\dot{x}$ (zie boven.)

Derhalven $mx^{m-1}\dot{x}\,y^{n}z^{r}v^{s} - sv^{s-1}\dot{x}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0$,

waar door $mv = sx$, en $v = \frac{s}{m}x$.

Stellende eindelyk x en z ſtandvastig;

dan heeft men $ny^{n-1}\dot{y}\,x^{m}z^{r}v^{s} + sv^{s-1}\dot{v}\,x^{m}y^{n}z^{r} = 0$,

maar dan is ook $\dot{v} = -\dot{y}$ (zie boven.)

Derhalven $ny^{n-1}x^{m}z^{r}v^{s}\dot{y} - sv^{s-1}x^{m}y^{n}z^{r}\dot{y} = 0.$

Waar door $nv = sy$, en $v = \frac{s}{n}y$.

Nu hebben wy gevonden $v = \frac{s}{r}z = \frac{s}{m}x = \frac{s}{n}y$, waar uit wy deeze twee Vergelykingen kunnen formeeren.

$$\frac{s}{r}z = \frac{s}{m}x, \quad \text{en} \quad \frac{s}{r}z = \frac{s}{n}y.$$

Hier door $smz = rsx$, en $snz = sry$

$$z = \frac{r}{m}x \qquad z = \frac{r}{n}y.$$

Derhalven $\frac{r}{m}x = \frac{r}{n}y$,

$$rnx = rmy$$

$$\text{en } y = \frac{n}{m}x.$$

Brengende nu de waarden van y, z en v in de Vergelyking $x + y + z + v = a$ over; dan hebben wy

$x +$

$$x + \frac{n}{m}x + \frac{r}{m}y + \frac{s}{m}x = a,$$

of $mx + nx + rx + sx = am$

waar door $x = \frac{am}{m+n+r+s}$;

$$y = \frac{an}{m+n+r+s};$$

$$z = \frac{ar}{m+n+r+s};$$

en $v = \frac{as}{m+n+r+s}$,

Indien nu $a = m + n + r + s$, dan is a op het mogelyk kleinste genomen, 1 en de deelen zyn m, n, r en s.

Q. E. I.

CCXX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *en* M. BOERLHOUWER *overëenkomen.*

Als de Cyfferletteren a en b zyn, en dus het getal plaatſen 2 is, dan heeft men twee veränderingen ab, ba.

Als de Cyfferletteren a, b, en c zyn, en dus het getal plaatſen 3 is, dan heeft men zes veränderingen abc, acb; bac, bca; cab, cba.

Als de Cyfferletteren *a*, *b*, *c*, en *d* zyn, en dus het getal plaatſen 4 is, dan heeft men 24 veränderingen, naamlyk:

abcd, *abdc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *adbc*;
bacd, *badc*, *bcad*, *bcda*, *bdac*, *bdca*;
cabd, *cadb*, *cbad*, *cbda*, *cdab*, *cdba*;
dabc, *dacb*, *dbac*, *dbca*, *dcab*, *dcba*.

Maar $2 = 1 \times 2$; $6 = 1 \times 2 \times 3$; $24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$.

Derhalven kunnen P Cyfferletteren $1 \times 2 \times 3 \times 4$ &c. tot P maalen verplaatst worden.

Als wy nu de plaatſen behoorlyk gade ſlaan, door dezelven, volgens de Telling, in Eenheden, Tienen, Honderden, Duizenden, enz. te onderſcheiden, zien wy:

1. Dat, als het *getal plaatſen 2 is*, *in elke* verticaale Ry, zo van de Eenheden als Tienen, ieder letter maar één maal gevonden wordt, dat is zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen.

2. Dat, als het getal plaatſen 3 is, in elke verticaale Ry, zo van de Eenheden, Tienen, als Honderden, ieder letter 2 maal gevonden wordt, dat is $\frac{2}{3}$ maal, of zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen.

3. Dat, als het getal plaatſen 4 is, in elke verticaale Ry, zo van de Eenheden, Tienen, Honderden, als Duizenden, ieder letter 6 of $\frac{3}{4}$ maalen gevonden wordt, dat is zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen. En zo vervolgens.

Waar uit wy eindelyk dit algemeen beſluit opmaaken.

Als het getal plaatſen P, en het getal der veränderingen C is, dan wordt in elke verticaale Ry, zo van de Enheden, Tienen, Honderden, Duizenden, enz. iedere letter $\frac{C}{P}$ maal gevonden.

Wan-

Wanneer nu de ſom der Cyfferletteren $a+b+c+d+$ &c. $=$ A geſteld wordt, dan is de ſom van elke verticaale Ry, zonder op haare plaatslyke waardy acht te geeven, $= \frac{AC}{P}$.

Gevolglyk is de Ry der Eenheden $= \frac{AC}{P}$,

de Ry der Tienen $= \frac{10AC}{P}$,

de Ry der Honderden $= \frac{100AC}{P}$,

&c. &c.

En dus de ſom $\frac{AC}{P} + \frac{10AC}{P} + \frac{100AC}{P}$ &c.

Q. E. I.

CCXXI. VOORSTEL.

Door L. Koops, K. Aker, C. Otten, J. van Twisk, J. Verschoor, L. Bely, J. Visser, M. Borlhouwer, J. J. Bouwens, J. Ruiter, R. F. Folkers, J. de Jongh, J. Pauw, *en den* Opgever.

Stel het getal der Kinderen van C $= x$

A $= 2x$

en B $= 11-3x$

Dan is $2x \times \overline{11-3x} = 10x$

of $22x - 6xx = 10x$

$6xx = 12x$

$6x$

$x = 2$ Kinderen C.

$2x = 4$ —— A.

En $11-3x = 5$ —— B.

CCXXII. VOORSTEL.

Door J. Pauw, J. van Twisk, K. Aker, J. J. Bouwens, M. Boelhouwer, L. Koops, R. F. Folkers, *en den* Opgever.

Het verſchil tuſſchen den Noemer en Teller des onverkleinden Breuks is 108, en het verſchil tuſſchen den Noemer en Teller des verkleinden Breuks is 6. Derhalven $\frac{108}{6} = 18$, het getal waar door de Breuk verkleind is.

Laat dus de verkleinde Breuk zyn $\frac{x}{y}$; dan is de onverkleinde Breuk $\frac{18x}{18y}$, en derhalven

$18x \times x \times 18y \times y = \sqrt{18^2 x^2 y^2} = 2683044$

$18xy = 1638$

$xy = 91$

$4xy = 364$

Maar

Maar volgens het Voorſtel is

$$y - x = 6$$
$$y^2 - 2xy + x^2 = 36$$
$$4xy \ldots\ldots = 364$$
verg.
$$y^2 + 2xy + x^2 = 400$$
$$y + x = 20$$
$$y - x = 6$$
verg. en afgetr.

Komt $2y = 26$, en $2x = 14$

Dus $y = 13$, en $x = 7$.

Derhalven $\frac{7}{13}$ de verkleinde Breuk, en dienvolgens $\frac{119}{133}$ de onverkleinde Breuk.

CCXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, L. KOOPS, M. BOELHOUWER, *en den* OPGEEVER.

Stel de koop van het Huis $= x$,
en de *Quadraaten* $= rr$ en ss.

Dan is volgens de eerſte conditie van het Voorſtel

$$x = rr + ss$$

of $x - rr + ss = 0$ } afg.

en volg. de 3e. cond. $x - r - s|^2 = \frac{1}{7}rr$ }

$$2rs = \frac{1}{7}rr$$
$$6s = r$$
3

Dan is $2x$ [illegible] tweede conditie

of

$$rs = \frac{6ss}{25}$$

$$rs = \frac{36s^4}{625} + \frac{6ss}{25}$$

Maar $rs = 6ss$

$$\frac{36s^4}{625} + \frac{6ss}{25} = 6ss$$

$$6ss + 25 = 625$$

$$6ss = 600$$

$$ss = 100$$

$$rr = 36ss = 3600$$

Dus $x = rr + ss = 3700$ Guld. de koop van 't Huis.

CCXXIV.

CCXXIV. VOORSTEL.

Door J. VERSCHOOR, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. DE JONGH, C. STEENHUIS, L. BELY, K. AKER, J. RUITER, L. KOOPS, M. BOELHOUWER, C. OTTEN, *en den* OPGEEVER.

$$3 \frac{\sqrt{1764}}{42} \begin{cases} 2 \text{ ? Kt. } 28 \text{ Jaaren A oud.} \\ 1 \text{ ? Kt. } 14 \text{ Jaaren B oud.} \end{cases}$$

CCXXV. VOORSTEL.

Door ***, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, L. KOOPS, *en* C. STEENHUIS *overëenkomen.*

Stel de rechthoekszyden $= x+y$ en $x-y$;
dan is de *Hypothenusa* $= 30 - 2x$.

Derh. $\overline{x+y}|^2 + \overline{x-y}|^2 = \overline{30-2x}|^2$ volgens de eigenschap van den rechthoekigen Driehoek.

Dat is $2x^2 + 2y^2 = 900 - 120x + 4x^2$

of $2x^2 - 2y^2 = 120x - 900$

$x^2 - y^2 = 60x - 450 = \overline{x+y} \times \overline{x-y}$

Nu is door de tweede conditie van het Voorstel

$\overline{x+y} \times \overline{x-y} \times \overline{30-2x} = 780$.

Dat is $\overline{60x-410} \times \overline{30-2x} = 780$
of $-120x^2+2700x-13500=780$

$120x^2-2700x=-14280$

15

$16x^2-360x=-1904$

$\overline{45}|^2 = 2025$

$16x^2-360x+\overline{45}|^2 = 121$

$\sqrt{}$

$4x-45=\pm 11$

Dus $4x = 56$ of 34

4

$x = 14$ of $8\frac{1}{2}$

en $y=\sqrt{x^2-60x+450}=\sqrt{-194}$, of $3\frac{1}{2}$, waar van de laatſte waarde alleen mogelyk is.

Derhalven $x-y=5$
$x+y=12$ } de drie zyden des Drieh.
en $30-2x=13$

CCXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, W. C. BAKKER, J. RUITER, C. STERNHUIS, C. OTTEN, J. VISSER, *en* R. F. FOLKERS.

Te vergeefs worde in dit Voorſtel een rechthoekige Driehoek op twee onbekende getallen toegepast, vermits de eigenſchap van zodanigen Driehoek daar

by

by in 't geheel niet te pas komt, en dus de Figuur, waar van men hier zou moeten gebruik maaken, niet hooger te achten zou zyn dan een Printje, om Kinderen en Onkundigen te diverteeren.

Wy zullen dus AC en AB als twee gezochte getallen aanmerken, en het kleinſte derzelven $= x$ ſtellen; dan is het grootſte $= 2x$.

Dan is door de tweede conditie van het Voorſtel

$$2xx - 3968 = 480x$$

$$\text{of } 2xx - 480x = 3968$$

$$xx - 240x = 1984$$

$$\overline{120}|^2 = 14400$$

$$xx - 240x + \overline{120}|^2 = 16384$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x - 120 = 128$$

$$\text{Dus } x = 248$$

$$\text{en } 2x = 496.$$

By gevolg het halve-*Product* der getallen $= 61504$.

CCXXVII. VOORSTEL.

Door den ORGEEVER, L. VAN TWISK, L. KOOPS, *en* A. B. STRABBE, *naar het denkbeeld van wylen den Heer* C. KROEZE.

Stel den *Quadraat-Quadraats*-Wortel $= x + y$; dan is de ſom van de *Quadraaten* der Getallen

$x^4 + 4x^3y + 6xxyy + 4xy^3 + y^4$, en ſtellende

$x^4 =$

$x^4-4x^3y+6xxyy-4xy^3+y^4=\overline{x-y}|^4$ het □ van 't eene Getal.

$8x^3y\ldots\ldots+8xy^3=\overline{xx+yy}\times 8xy$, de ſom der *Quadraaten* van de beide overige Getallen.

Wanneer nu $8xy=\square$ is; dan zyn deeze Grootheden de ſom van twee *Quadraaten*. Stel daarom $x=2v^2y$, dan is;

$\overline{x^2+y^2}\times 8xy=4v^4y^2+y^4\times 16v^2y^2=64v^6y^4+16v^2y^4$ de ſom van twee *Quadraaten*, weshalve

het eene *Quadraat* $=64v^6y^4$, en het andere $=16v^2y^4$; en dus zyn $8v^3y^3$ en $4vy^3$ twee van de begeerde Getallen.

Maar $\overline{x-y}|^2$ was het *Quadraat* van het andere Getal; dus is het Get. zelf $=\overline{x-y}|^2=\overline{2v^2-1}|^2\times y^2=$

$\overline{4v^4-4v^2+1}\times y^2$

hier by vergaard ... $8v^3$ .... $\times y^2$

en $4v\times y^2$

Som $\overline{4v^4+8v^3-4v^2+4v+1}\times y^2=\square$.

Stel den Wortel $=2v^2+2v-2$;

Dan is $4v^4+8v^3-4v^2+4v+1=$

$4v^4+8v^3-4v^2-8v+4$

Dus is $v=3$

12

$y=\frac{1}{4}$

En

En $\overline{2y^2-1|}^2 \times y^2 = \frac{49}{64} y^4$ |

$8y^2 \times y^2 = \frac{1}{4} y^4$

$4y \times y^2 = y^4$

Neem nu $y = 8$; dan zyn de Getallen 49, 8, en 64.

CCXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* L. KOOPS.

Neemende het antwoord des voorgaanden Voorſtels als bekend aan, zo laat voor de vier begeerde Getallen geſteld worden

x
$8+x$
$49+3x$
$64+x$

dan is hun ſom (121) een *rationaal-Quadraat*; derhalven blyft 'er nog overig, dat de ſom hunner *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quadraat* = 6561 zy.

Nu is $\overline{x|}^4 = \ldots\ldots\ldots x^4$

$\overline{8+x|}^4 = 64 + 16x + x^2$

$\overline{49-3x|}^4 = 2401 - 294x + 9x^2$

$\overline{64+x|}^4 = 4096 + 128x + x^2$

verg. $6561 - 150x + 12x^2 = 6561.$

$12x^2 = 150x$

$12x$

$x = 12\frac{1}{2}.$

Dus

Dus zyn de Getallen

$$\left.\begin{array}{r} x = \frac{25}{2} \\ 8 + x = \frac{41}{2} \\ 49 - 3x = \frac{23}{2} \\ 94 + x = \frac{153}{2} \end{array}\right\}$$

deeze met 4, een *Quadraat*, vermeenigvuldigd, dan heeft men geheele Getallen, te weeten: 50, 82, 46 en 306.

CCXXIX. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE, *waar mede de* OPGEEVER, L. KOOPS, J. RUITER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel voor de Getallen x, y en z.

Dan is $\overline{x + y} \times zz = xzz + yzz = 80$;

$\overline{y + z} \times xx = xxy + xxz = 28$,

en $\overline{x + z} \times yy = xyy + yyz = 54$.

Stel $y = nx$, en $z = mx$; dan is

$$m^2 x^3 + m^2 n x^3 = 80,$$

$$n x^3 + m x^3 = 28,$$

$$n^2 x^3 + m n^2 x^3 = 54.$$

Waar door $x^3 = \dfrac{80}{m^2 + m^2 n}$

=

$$= \frac{a^3}{s + m}$$

$$= \frac{54}{n^2 + ms^2}$$

Derhalven $\frac{80}{m^2 + m^2 n} = \frac{54}{n^2 + m n^2}$,

en $\frac{28}{n + m} = \frac{54}{n^2 + m n^2}$.

Waar uit wy vinden

$$27 m^2 + 27 m^2 n = 40 n^2 + 40 m n^2,$$

$$m = \frac{27 n - 14 n^2}{14 n^2 - 27}, \text{ en by gevolg}$$

$$m^2 = \frac{729 n^2 - 756 n^3 + 196 n^4}{196 n^4 - 756 n^3 + 729}.$$

Derhalven $27 m^2 n + 27 m^2 = \frac{19683 n^2 - 729 n^3 - 196 n^4 - \left(\frac{15120 n^4 + 5292 n^5}{756 n^3 + 729}\right)}{}$;

en $40 m n^2 + 40 n^2 = \frac{1080 n^2 - 1080 n^3}{14 n^2 - 27}$.

Dus

Dus hebben wy deeze Vergelykinge

$$\frac{19683n^6-729n^5-15120n^4+5292n^3}{196n^4-756n^3+729} = \frac{1080n^3-1080n^2}{14n^2-27}$$

$$19683n^6-729n^5-15120n^4+5292n^3 = 15120n^4-(15120n^4-29160n^3+29160n^2$$

$$351n^2 \text{ of } \frac{9828n^4-28431n^3+9477n^2=0}{28n^2-81n+27=0}$$

Waar uit wy vinden $n = 1\frac{1}{2}$

$$m = \frac{27n-14n^2}{14n^2-27} = 2$$

Dus $x^3 = \frac{28}{n+m} = 8$

$x = 2$
$y = nx = 3$
$z = mx = 4$

} de begeerde Getallen.

CCXXX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, W. C. BAKKER, B. VAN HEYNINGEN, J. VAN TWISK, *en* A. ROOS.

Stel de *Arithmetiſche* $x-2y$; de *Geometriſche* z

$$\frac{x-y}{x} \qquad \frac{zy}{zy^2}$$

Dan voldoen dezelve reeds aan één der voorwaarden van de vraag.

Deelende nu de *Termen* van de *Arithmetiſche Progreſſie* door de overeenkomſtige van de *Geometriſche*, zyn de *Quotienten* $\frac{x}{zy^2}$, $\frac{x-y}{zy}$, $\frac{x-2y}{z}$ in eene *Arithmetiſche Progreſſie*.

derhalven $\frac{x}{zy^2} + \frac{x-2y}{x} = \frac{2x-2y}{zy}$

met z vermenigvuldigd

$$\frac{x}{y^2} + x - 2y = \frac{2x-2y}{y}$$

of $x + y^2(x-2y) = 2y \times x-y$

$$x + xy^2 - 2y^3 = 2xy - 2y^2$$

Hier door $x(1-2y+y^2) = 2y^2(y-1)$

$$x = \frac{2y^2(y-1)}{(y-1)^2} = \frac{2yy}{y-1}$$

Voorts is $s = zy^2 = \frac{2yy}{y-1}$

$$z = \frac{2}{y-1}$$

Eindelyk is $3(x+y)+z(1+y+y^2) = a$

Hier in de waarden van x en z, boven bepaald, *ſubſtituerende*, heeft men

$$\frac{3y^2+3y}{y-1} + \frac{2}{y-1} \times (1+y+y^2) = a$$

$$3y^2+3y+2(1+y+y^2) = ay-a$$

of $5y^2+5y+2 = ay-a$

$$5y^2+\overline{5-a}.y = -a+2$$

$$25y^2+\overline{25-5a}.y = -5a+10 = \frac{-20a-40}{4}$$

$$\frac{\overline{5-a}^2}{2\times 2} = \frac{25-10a+aa}{4}$$

$$25y^2+\overline{25-5a}.y+\frac{(5-a)^2}{4} = \frac{-15-30a+aa}{4}$$

$$5y+\frac{5-a}{2} = \pm\frac{\sqrt{(aa-30a-15)}}{2}$$

$y =$

$$y = \frac{5-a \pm \sqrt{(aa-30a+15)}}{10} =$$

$$\frac{5-31 \pm \sqrt{(31\times 31-30\times 31+15)}}{10} = 3 \text{ of } 2\tfrac{1}{2}$$

($a = 31$ in getallen gegeeven zynde.

Hier uit $z = \frac{2}{y-1} = 1$ of $1\frac{1}{3}$, overeenkomstig met y en $2\frac{1}{2}$;

$$x = \frac{2yy}{y-1} = 9 \text{ of } 8\tfrac{1}{3}.$$

Neemende dus de eerste waarde voor y, zyn de *Progressien*

3, 6, 9 de *Arithmetische*,

1, 3, 9 de *Geometrische*; deelende nu de Termen van de eerste door de laatste, komt $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$ gelyk 3, 2, 1 in een *Arithmetische*;

of neemende de tweede waarde voor y: naamlyk $2\frac{1}{2}$, zyn de *Progressien*

$3\frac{1}{3}$, $5\frac{1}{3}$, $8\frac{1}{3}$ de *Arithmetische*,

$1\frac{9}{17}$, $3\frac{1}{17}$, $8\frac{1}{17}$ de *Geometrische*; deelende nu van deeze *Progressien* de eerste door de laatste, komen

$2\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{3}$, 1 in een *Arithmetische Progressie*.

Dat te vinden wäs.

CCXXXI. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS, J. VAN TWISK, W. C. BAKKER, en R. F. FOLKERS.

Stel het Cap. $= x$ Rd.
het pCt. $= y$
de Jaaren $= z$.

6z, 't zesv. der Jaren x Cap. $6xz = 4500$, en 3y drievoud der pCt. x Cap. $3xy = 4800$

$\frac{6xz}{6} = \frac{4500}{6}$ — $\frac{3xy}{3} = \frac{4800}{3}$

$xz = 750$ — $xy = 1600$

$x = \frac{750}{z}$ Cap. — $\frac{750y}{z} = 1600$

$50 \cdot z$

$15y = 32z$

$\frac{15y}{15} = \frac{32z}{15}$

$y = \frac{32z}{15}$ pCt.

100 Rd. Cap. 1 Jaar $\frac{32z}{15}$ Inter. 2 Jaaren

Interest $\frac{750}{z}$ Rd.

Komt

Komt 16z Rd. Inter.

$$\text{à } \frac{750}{z} \text{ Rd. Cap.}$$

$$\frac{16zz+750}{z} \text{ Rd. Capt. en Inter.}$$

Dit is voldaan met Ducaten, als volgt:

127 Ducaten

$$\text{a } \frac{16z}{15} \text{ Rd.}$$

$$\frac{2032z}{15} + 1\tfrac{1}{3} \text{ Rd.} = \frac{16zz+750}{z} \text{ Rd.}$$

$$2032zz + 20z = 240zz + 11250 \quad 15z$$

$$1792zz + 20z = 11250$$

$$2 \quad 896zz + 10z = 5625$$

$$\tfrac{1}{896} \quad 1 \quad 896$$

$$zz + 10z = 10080000$$

$$2$$

$$5 \square \ldots 25$$

$$10080025$$

$$\sqrt{}$$

$$2245$$

$$\text{Sub. } 5$$

$$896z = 2240$$

$$896$$

$$z = 2\tfrac{1}{2} \text{ Jaaren.}$$

$$\text{Zo is } \frac{750}{z} = x = 300 \text{ Rd. Cap.}$$

$$\frac{32z}{15} = y = 5\tfrac{1}{3} \text{ pCt.}$$

$$\text{en } \frac{16z}{15} = 2 \text{ Rd. } 48 \text{ Gr. de Duc.}$$

CCXXXII. VOORSTEL.

Door J. Visser, L. Koops, C. Steenhuis, J. Ruiter, C. Otten, W. C. Bakker, J. van Twisk, *en den* Opgeever.

		£Vl.		
100 — 110 —	600			
100 — 110 —	660	't 1ste Jaar.		
100 — 110 —	726	't 2de Jaar.		
100 — 110 —	$798\frac{3}{5}$	't 3de Jaar.		
	$878\frac{22}{30}$	't 4de Jaar.		£Vl. 800
	$798\frac{3}{5}$	't 3de Jaar.		$798\frac{3}{5}$
			Maand.	
verschil	$79\frac{42}{30}$	—	12 —	$1\frac{2}{5}$ verschil.

Komt $0\frac{280}{1331}$ Maand
hier by 3 Jaaren 0 Maanden.

Komt 3 Jaaren $0\frac{280}{1331}$ Maand.

CCXXXIII.

CCXXXIII. VOORSTEL.

Door de LAATSTGEMELDEN.

Maand. Inter. M.
12 — 8 — 3 } 2
12 — 10 — 9 } 7½

9½
100 Capit. Cap. en Inter.

109½ — 100 — 355⅝

Komt 325 Guld. Capitaal.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. RUITER, A. ROOS, C. STEENHUIS, L. KOOPS, W. C. BAKKER, C. OTTEN, J. VISSER, *en den* OPGEEVER.

Voet Boom Roed. Voet
5 — 1 — 7 : 1?

Komt 17 Boomen,
1 Boom op den wal of kant.

18

324 Boomen in 't geheel.

1 Kruisbessen.
3 roode Aalbesseboomen.
2 witte Aalbesseboomen.
—— verg.
6 ———— 324 — { 1 | 54 Kruisbessen
3 | 162 roode Aalb.
2 | 108 witte Aalb. } Boomen

J. Ruiter voegt hier by de volgende

Aanmerking.

Zo men dit Voorstel wil oplossen op die manier, als het 143ste Voorstel deezes Deels is opgelost, zal men maar 289 Boomen op het stuk Lands kunnen plaatsen, naamlyk 17 in de Lengte, en even zo veel in de Breedte; dan zo doende kan ik, wegens de onderscheidene soorten, aan den eisch van den Opgeever niet voldoen, wyl men geen gedeeltens maar geheele Boomen plant. Ook vind ik het niet tegenstrydig, om 18 Boomen in de Lengte en Breedte te plaatsen; want aan den eenen kant beginnende, en aan den anderen kant eindigende, kan men zulks gevoeglyk doen, en evenwel aan de voorwaarde van 5 voeten van elkander voldoen.

CCXXXV. VOORSTEL.

Door L. Koops, C. Steenhuis, *en den* Opgeever.

Roed. Voet.
6 —— 4 ieder zyde
12
——
76
Voet 4 ——

19 Boomen
1 aan 't einde,
20 in de eerſte } Rey.
1 in de laatſte }
21
10 de $\frac{1}{2}$ ſom der Reyen.
210 Boomen in 't geheel.

Stel nu x Kruisbeſſen-Boomen
2 x zwarte Aalbeſſen
3 x witte ——
en 4 x roode ——

10 x —— 210 —

	Boomen
x	21 Kruisbeſſen
$2x$	42 zwarte Aalbeſſen
$3x$	63 witte dito
$4x$	84 roode dito.

CCXXXVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK.

Vermits in een Kloot de *Diameter* en de hoogte gelyk zyn, zo is, als men den *Diameter* $= a$ ſtelt, de Inhoud van de *Piramide*, volgens de *proportie* van

Archimedes . . . . . $\frac{11}{42} a^3$
van den Kloot . . . . . $\frac{11}{42} a^3$
en van den *Cylinder* . . . . . $\frac{11}{14} a^3$

Derhalven is de begeerde *Proportie*
als $\frac{11}{42}$, $\frac{11}{42}$, $\frac{11}{14}$, of als 1, 2, 3.

Dit zelfde Voorſtel (*Theorema*) vindt men beweezen in de GRONDEN DER MEETKUNST, XI *Theor.* 8 *Boek.*

CCXXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 74.

Door den OPGEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *overëenkomt.*

Laat AB de doelwits-lyn zyn, AC de lyn van werping, en CB de lyn van den val. Dan is DE de As van den *Paraboel*, zo dat, met eene vertraagende beweeging, de Bombe ter hoogte van DE opklimt, en met eene verſnelde beweeging DE weder nederdaalt. In 't eerſte geval is de hoek EAF = 15°, in 't tweede = 75°, in 't derde = 25° 31′, en in 't laatſte geval = 64° 29′.

In 't eerſte geval.

Voeten

$$Sin.\ 75° : \frac{2160}{2} :: Sin.\ 15° : EF.$$

2 . 0334237
9 . 4129962
12 . 4464199
9 . 9849438
2 . 4614761 = 289 Voeten.

In 't tweede geval.

Voeten

$Sin.\ 15° : 1080 :: Sin.\ 75° : EF.$

3 . 0334239
9 . 9849438

13 . 0183675
9 . 4129962
3 . 6053713 = 4030 Voeten.

In 't derde geval.

Voeten
Sin. 64° 29' : 1680 :: Sin. 25° 31' : ER.

3 . 2953093
9 . 6342491
12 . 8595584
9 . 9554280
2 . 9041304 = 802 Voeten.

In 't laatste geval.

Voeten
Sin. 25° 31' : 1680 :: Sin. 64° 29' : EF.

3 . 2253093
9 . 9554280
13 . 1807373
9 . 6342491
3 . 5464882 = 3519 Voeten.

Maar om dat DE, de hoogte tot welke de Boom opklimt, is gelyk $\frac{FC}{2}$, daarom moet ik 289, 4030, 802, en 3519 Voeten ieder byzonder door 2 deelen; zynde dan 144½, 2015, 401, en 1759½ Voeten.

Ook is, om dat de doorgeloopene ruimtens tot elkander als de *Quadraaten* der tyden zyn,

$$15 : 1^4 :: 144\tfrac{1}{2} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} : x^2.$$
$$:: 2015$$
$$:: 401$$
$$:: 1759\tfrac{1}{2}$$

Dat is $x^4 = 9,63$, of $= 134,33$, of $= 26,73$, of $= 117,3$.

Dus $x = 3,1$, of $= 11,6$, of $= 5,1$, of $= 10,8$.

De Bombe heeft ook weder zo veel tyd noodig om te daalen, als te klimmen; derhalven is de tyd in 't eerſte geval 6, 2, in 't tweede 23, 2, in 't derde 10, 2, en in 't laatſte geval 21,6 Secunden, welke de Bombe noodig heeft, om die vier *Paraboolen* te beſchryven.

CCXXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 75.

Door den OPGEEVER, W. C. BAKKER, *en* J. VAN TWISK.

Lees in de *Beſchryving der Figuur*, 1ſte Regel, in plaats van AB, AD.

Stel $AB = AD = x$;

dan is $BC = EC = 112\frac{9}{16} - x$.

Nu is $\frac{AB \times AD}{2} + \frac{BC \times EC}{2} =$ *Fig.* ABCDA

of $\frac{xx}{2} + \frac{\overline{112\frac{9}{16} - x}|^2}{2} = 3822\frac{1849}{1088}$

of $66994225 - 1195010x + 10658xx = 40736125$

of $10658xx - 1195010x = -26258100$

$21316xx - 2390020x = -52516200$

$8185|^2 = 66994225$

$21316xx - 2390020x + 8185|^2 = 14478025$

$146x - 8185 = +3805$

$146x = 11990$ of $= 4380$

$x = 82\frac{2}{7}$ of $= 30$

dus is $BC = (112\frac{2}{7} - 82\frac{2}{7} =) 30$,

en $54\frac{5}{7}$ $BC = 1642\frac{5}{7}$,

$20\ AB = 1642\frac{5}{7}$.

Derhalven is het fondament gelegd den 11 Maart, en het was voltooid den 19 Juny A°. 1643.

CCXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 76.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Beschryving der Figuur.

1. Beschryf op CD het *Segment* van een Cirkel, in 't welke een hoek van 22° 30′ kan beschreeven worden (Zie MEETK. 15. V. B.)

2.

2. Neem in DC, DF = 20, stel FB *perpendiculair* op dezelve, welke den omtrek des Cirkels in B ontmoet; voeg BD en BC te saamen.

3. Trek tot het *Centrum* des Cirkels O de *Radien* BO, DO, CO; en op BF en CD de *Perpendiculairs* OG en OH.

4. Nu met een hoek DBE = 4° 16′ de Lyn BE getrokken, welke de verlengde CD in E ontmoet, dan is het begeerde verricht.

OPLOSSING.

Door het voorgaande is ∠ DOH = ∠ DBC (MEETK. 5. III.)

Gevolglyk ∠ DOH = 22° 30′,

en DH = CH = $\frac{120}{2}$ = 60.

Derh. *Rad.* : *Cotang.* DOH :: DH : OA

1 : 2.41421 :: 60 : OH

OH = RG = 144.85

Wederom is *Rad.* : *Cosec.* DOH :: DH : OD

1 : 2.61312 :: 60 : OD

Komt OD = OB = 156.8

$\overline{OB}^2$ = 24586.24

$\overline{FH}^2$ = $\overline{OG}^2$ = 1600

$\overline{BG}^2$ = 22986.24

BG = 151.6

FG

FG = 144.85

verg.

Komt AC = BF = 296.5 de begeerde afstand der twee Torens.

Wederom is DF. BF :: *Rad.* : *Cotang.* ∠ BDF.

20 : 296.5 :: 1 : *Cotang.* ∠ BDF.

Komt 14825oo *Cotang.* van ∠ BDE = ∠ DBF = 3° 51′ ½

∠ EBD = 4° 16′

∠ EBF = 8° 7½′

Eindelyk *Rad.* : *Tang.* ∠ EBF :: BF : EF

1 : 0.14276 :: 296.5 : EF

Komt BF = 42.3

DF = 20

afg.

DE = 22.3 de grootte des Beelds.

CCXL. VOORSTEL. *Fig.* 77.

Door de LAATSTGEMELDEN.

In den Driehoek DBE is DE = ½ AB, om dat ∠ DEB 45 Gr. is; dus DE 4 Gr. 38 Min.

Om BE *te vinden.*

Rad. D : DE :: *Secans* ∠ E : BE.

100000 — 248.0 Min. — 141421

Komt 350.7 Min. BE = EC.

42 Gr. afgev. Br. 2781.7 vergr. Br.

46 Gr. bekomen Br. 3115.6

Verſ. der vergr. Br. CG 333.9

DE = GF 248.0

In den △ CFE { CF 85.9 zyn □ is 7378.81
EC 350.7 zyn □ is 122990.49

115611,68

V

EF = 340.0

BD = 248.0

afg.

BG = 92.0

60

1 Gr. 32 Min.

AB = 8 Gr. 16 Min.

Verſch. der Lengte AG = 9 Gr. 48 Min.

Afgevaaren Lengte .... 362 Gr. 0 Min.

Dus de bekomen Lengte A 352 Gr. 12 Min.,

en de bekomen Lengte B 0 Gr. 28 Min.

Om

Om de Koersen te vinden.

GC : *Rad.* G :: BG : *Tang.* ∠ BCG

333.9 — 100000 — 92.0

Komt 27553 *Tang.* van 15 Gr. 25 Min. de Koers van B bewesten 't Zuiden.

Dus is de Koers van A bewesten 't Zuiden 60 Gr. 25 Min.

Om de Verheden BC *en* AC *te vinden.*

Rad. G : GC :: *Sec.* ∠ BCG : BC.

100000 — 240 Min. — 103732

Komt BC = 62.23 Mylen de gezeilde Verheid van B.

Rad. G : GC :: *Sec.* ∠ ACG : AG.

100000 — 240 Min. — 202557

Komt AC = 121,53 Mylen de gezeilde Verheid van A.

CCXLI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, A. ROOS, C. STERNHUIS, *en* W. C. BAKKER.

Stel voor de getallen x en $5x$.

Dan is $x^3 = xx\left(\frac{5x+10}{2}\right)^2 = \frac{25x^3+100x+100}{4}$

Dus $4x^3 = 4xx = 25xx + 100x + 100$

of $4x^3 - 29xx - 100x - 100 = 0$

$4xx + 11x + 10$

$x - 10 = 0$

$x = 10$

en $5x = 50$ } de getallen.

CCXLII. VOORSTEL. *Fig.* 78.

Door J. VAN TWISK, W. C. RAKKER, C. STERENHUIS, *en den* OPGEEVER.

Beschryf om den gegeeven Driehoek ABC een Cirkel (zie MERTK. 16. V. B.), en trek uit B op AC den *Perpendiculair* BD, en *Diameter* BE.

Nu is AC : AB + BC :: AB − BC : AD − DC

of 28 : 30 + 26(56) :: 30 − 26(4) : AD − DC

AD − DC = 8

AD + DC = 28

2 AD = 36

2

AD

$$AD = 18$$

$$\overline{AD}^2 = 324$$
$$\overline{AB}^2 = 900$$
$$\overline{BD}^2 = 576$$
$$BD = 24.$$

Wederom is BD : AB :: BC : BE

of 24 : 30 :: 26 : BE

$$BE = 32\tfrac{1}{2}$$

$$BO = 16\tfrac{1}{4}$$ Mylen de begeerde Verheid.

CCXLIII. VOORSTEL. *Fig.* 79.

Door J. VAN TWIST, C. STEENHUIS, *en den* OPGEEVER.

In de Figuur verbeeldt A de afgevaaren plaats, AB de koers en verheid van het Schip ZW 30 Mylen; dus is de $\angle ZAB = ABn = 4$ ſtreeken of 45° 0′, en BC de koers en verheid van den ſtroom N. N. W. 26 Mylen; en dus $\angle CBn = 2$ ſtreeken, of 22° 30′. Nu uit A recht Zuiden AM getrokken, en uit C op AM den *Perpendicutair* CM.

1. *Om den Koers te vinden.*

$\angle ABn = 45°\,0'$

$$\frac{\angle CBa = 22^\circ 30'}{\angle ABC = 67^\circ 30'} \text{ verg.}$$

$$\angle C + \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ 0'$$

$$\angle C + \angle BAC = 112^\circ 30'$$

$$\frac{\angle C + \angle BAC}{2} = 56^\circ 15'$$

Nu is $AB+BC : AB-BC :: Tang. \frac{\angle C+\angle BAC}{2} \left(Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2} :$

$36+26\,(62) : 36-26\,(10) :: 1.49661 : \left(Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2}$

Komt $Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2} = 0.24139$

$Tang.$ van $13^\circ 34'$,

en $\frac{\angle C+\angle BAC}{2} = 56^\circ 15'$

$$\angle BAC = 42^\circ 41'$$

$$\angle BAZ = 45^\circ 0'$$

$\angle CAZ$

$\angle CAZ = 87°41'$ de Koers bewesten 't Zuiden, of $2°19'$ bezuiden 't West.

2. *Om de verheid* AC *te vinden.*

Sin. $\angle BAC$: *Sin.* $\angle CBA$ :: BC : AC

0.67794 : 0.92388 :: 26 : AC

Komt AC = 35.45 Mylen.

3. *Om de veranderde Lengte te vinden.*

Rad. : *Sin.* $\angle CAM$ :: AC : CM.

1 : 0.99918 :: 35.45 : CM.

CM = 35.29 = $2°21'$ na genoeg de veranderde Lengte.

4. *Om de veranderde Breedte te vinden.*

Rad. : *Cosin.* $\angle CAM$ :: AC : AM.

1 : 0.04042 :: 35.45 : AM.

Komt AM = 1.43 Mvl of $0°5\frac{1}{2}'$ veranderde Breedte.

CCXLIV. VOORSTEL. *Fig.* 80.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Trek (*in de Figuur*) op BC den *Perpendiculair* AD, en volgens de grondbeginſelen der Meetkunde vindt men AD = 12, en gevolglyk den Inhoud ABC = 84.

Indien men nu EF = x ſtelt; dan is EG = $2x$, of = $4x$, en EH = $4x$, of = $2x$.

Maar als men EF = $2x$ ſtelt, dan is EG = x, of = $4x$, en EH = $4x$, of = x.

Dus is hier uit ligt te zien, dat in het Voorſtel zes onderſcheiden Gevallen zich opdoen, zynde het begeerde getal Antwoorden.

I. GEVAL.

$$AB \times EF + BC \times EG + AC \times EH = 2 \triangle ABC$$

$$\text{of } 13x + 14 \times 2x + 15 \times 4x = 168$$

$$101x = 168$$

$$x = 1\tfrac{67}{101}$$

$$2x = 3\tfrac{34}{101}$$

$$4x = 6\tfrac{66}{101}$$

II. GEVAL.

$$13x + 14 \times 4x + 15 \times 2x = 168$$

$$99x = 168$$

$$x =$$

$$x = 1\tfrac{68}{85} = 1\tfrac{4}{5}$$

$$2x = 3\tfrac{1}{5}$$

$$4x = 6\tfrac{2}{5}$$

III. GEVAL.

$$13 \times 2x + 14x + 25 \times 4x = 168$$

$$100x = 168$$

$$x = 1\tfrac{17}{25}$$

$$2x = 3\tfrac{9}{25}$$

$$4x = 6\tfrac{18}{25}$$

IV. GEVAL.

$$13 \times 2x + 14 \times 4x + 15 \times 2x = 168$$

$$97x = 168$$

$$x = 1\tfrac{71}{97}$$

$$2x = 3\tfrac{45}{97}$$

$$4x = 6\tfrac{82}{97}$$

V. GEVAL.

$$13 \times 4x + 14 \times x + 15 \times 2x = 168$$

$$96x = 168$$

$$x = 1\tfrac{3}{4}$$

$$2x = 3\tfrac{1}{2}$$

$$4x = 7$$

VI. GEVAL.

$$13\times 4x+14\times 2x+15\times x=168$$

$$95x=168$$

$$95\cdot\quad x=1\tfrac{73}{95}$$

$$2x=3\tfrac{51}{95}$$

$$4x=7\tfrac{7}{95}$$

CCXLV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, L. KOOPS, W. C. BAKKER, *en den* OPGEEVER.

Stel den *Cathetus* $=x$;

dan is de *Hypothenuſa* $=\sqrt{49+xx}$.

Stel nu $\sqrt{49+xx}=a-x$

$$49+xx=aa-2ax+xx$$

$$2ax=aa-49$$

$$2a\cdot\quad x=\frac{aa-49}{2a}$$

Nu kan men a neemen na believen, alleen met deeze bepaaling, dat aa grooter is als 49; dus ook a grooter als 7.

Neemt

Neemt men $a = 8$; dan is $x = 1\frac{5}{8}$,

en $\sqrt{49 + xx} = 7\frac{1}{8}$.

Neemt men $a = 21$; dan is $x = 9\frac{1}{2}$,

en $\sqrt{49 + xx} = 11\frac{1}{2}$. enz.

CCXLVI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Met recht zegt de kundige MEISZNER (in zyne *Kunst-Kette* pag. 100), dat de Oplosſing van dit Voorſtel eene ſlegte, dat is niets beduidende, zaak is; want volgens EUCL. Prop. 31. III. BOEK zyn de Rechthoeken der deelen van twee Lynen, die malkander in een Cirkel doorſnyden, aan elkander gelyk; dat is, als de deelen van de eene Lyn zyn A en B, en van de andere C en D; dan is $A \times B = C \times D$, of $A : C :: B : D$.

Naardien nu, volgens de bepaaling van het Voorſtel, de deelen niet alleen *rationaal*, maar ook *rationaale Quadraat*-getallen moeten zyn, hebben wy voor A, B, C ſlegts drie *Quadraaten* te neemen, waar door dan het deel $D = \frac{BC}{A}$ insgelyks een *Quadraat* zal zyn.

Neem $A = 1$, $B = 9$, $C = 4$; dan is $D = 36$.

Dus is de eene Lyn $= A + B = 10$,

en de andere $= C + D = 40$.

CCXLVII. VOORSTEL. *Fig.* 81.

Door den OPGEVER, *A.* VRYER, *L.* KOOPS, *W. C.* BAKKER, *en* J. VAN TWISK.

Laat AB de hoogte van de Martini-Toren met de hoogte van het gezicht daar boven 365 Voeten zyn, en CD = BE 265 Voeten; zoo zal AE 100 Voeten zyn; BD = CE de afstand zynde; zo is

$$\overline{CE}^2 + \overline{AE}^2 = 585600 = \overline{AC}^2$$

$$\sqrt{\qquad\qquad\qquad}$$

Komt 766$\frac{1}{2}$ Voeten meer of min voor AC de begeerde afstand.

CCXLVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *A.* VRYER, *en W. C.* BAKKER.

f 6000 — $\frac{2}{3}$ — *f* 1500 ? Kt. $\frac{1}{6}$ aandeel van B in de Winst, naar reden van zyn Inleg.

$\frac{1}{4}$ het aan B beloofd aandeel in de Winst.

af $\frac{1}{6}$ het aandeel, dat B naar reden van zyn Inleg toekomt.

Rest $\frac{1}{12}$ in de Winst, dat B voor zyn dienst geniet.

$\frac{3}{12}$ geniet B van de Winst; dus bekomt A $\frac{11}{12}$.

$\frac{1}{2}$ ge-

$\frac{1}{8}$ geniet hy voor zyn dienst.

—— afgetr.

$\frac{25}{174}$ —— f 1000 —— $\frac{200}{1}$?

Antw. f 4800 heeft de Koopman Aingelagd.

CCXLVIII. VOORSTEL.

Dit Voorſtel, ons twee maal gezonden zynde, is het zelfde als VOORSTEL LXXIII. van dit Deel; zynde de Ontbinding van hetzelve te vinden op pag. 73, waar aan wy ons refereeren.

CCXLIX. VOORSTEL.

Door A. VRYER, C. HOKKE, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Stelt, dat de dienst des Knegts ieder Jaar verbeterd b *Vl.*, en dat zyn winning, in elk der 7 Jaaren, door de volgende *Arithm. Prog.* word uitgedrukt, namelyk door:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Jaar.

$a-3b, a-2b, a-b, a, a+b, a+2b, a+3b$

ſom der *Progret.*

De ſom der 3 eerſte leden is $3a-6b=40$, en $7a=160$

$25\frac{5}{7}-6b=-40$ $\quad a=8\frac{4}{7}$

$6b=65\frac{5}{7}$ $\quad 3a=25\frac{5}{7}$

$b=10\frac{10}{42}$.

Nu

Nu moeten n voorſte leden der *Progres* in ſom $= o$ zyn, en dan is de waarde van n 't getal der Jaaren, 't welk de Knegt in dienst blyft.

$$a-3b \text{ eerſte lid}$$

$$\overline{n-1}.b+a-3b \text{ 't laatſte van } n \text{ leden}$$

$$\text{add.}$$

$$bn+2a-7b$$

$$\text{ſom } \tfrac{1}{2}bn^2+an-3\tfrac{1}{2}bn=o$$

$$n$$

$$\tfrac{1}{2}bn=3\tfrac{1}{2}b-a$$

$$n=7-\frac{2a}{b}=7-\frac{17\frac{1}{7}}{10\frac{10}{11}}=5\tfrac{10}{11} \text{ Jaaren.}$$

AANMERKING.

't Voorſtel, zegt de Eerw. Heer VRYER, levert myns bedunkens geen ander denkbeeld op, als dat de dienst van den Knegt geduurig gelykelyk verbeterd, en dat van hier zyn loon, ieder Jaar, elke Maand, ja elke even lange kleine tyd, even veel of *Arithmetisch* verhoogd, „ vermits zyn dienst „ verbetert in eene *Arithmetiſche Progreſſie.*" Op dit denkbeeld is de voorſtaande Oplosſing gegrond, volgens welke de Knegt van zyn Baas met geſloten beurſen ſcheid, na $5\frac{10}{11}$ Jaaren, dat is, na 5 Jaaren en niet wel 23 weeken.

CCL. VOORSTEL.

Door M. J. ZUIDHOF, L. KOOPS, J. VISSER, A. ROOS, C. HOKKE, H. GHELE, *en den* OPGEEVER.

Stel hunne Jaaren $= x+y$
en $x-y$

dan zyn de *Quadr.* $= xx+2xy+yy$
en $xx-2xy+yy$

en de Vergelykingen aldus:

$\sqrt{2x} = 2y$ en $2xx+2yy = 1225$

$2x = 4yy$

$x = 2yy$

maal $2x = 4yy$

$2xx = 8y^4+2yy = 1225$

$\frac{1}{8} \quad 1 \quad 8$

$y^4+2yy = 9800$

verg. $1 \quad 1$

$y^2+2y^2+1 = 9801$

$\sqrt{}$

$y^2+1 = 99$

$$\text{afg.}\begin{cases} \dfrac{a+b \text{ by}}{\overline{p-1}\cdot xy+\overline{p-1}\,|^{a}\cdot a+\overline{p-1}\cdot bp} \\ \dfrac{p^{a}}{\text{het deel der aden.}} \\ = \dfrac{pxy+\overline{p^{a}-p}\cdot a}{p^{a}} = \dfrac{xy+\overline{p-1}\cdot a}{p} \end{cases}$$

$$\frac{xy+\overline{p-1}\cdot a-\overline{p-1}\cdot bp}{p^{a}}=0$$

Dus $xy=\overline{p-1}\cdot bp-\overline{p-1}\cdot a$

Maar $xy=py-\overline{p-1}\cdot a$.

Derhalven $py=\overline{p-1}\cdot bp$ $\quad xy=\overline{p-1}\cdot bp-\overline{p-1}\cdot a$

$p-y=p-1.b$

$y=\overline{p-1}\cdot b$ $\quad x=p-\frac{a}{b}$ het getal der perſoonen.

Neem $a=39$, $b=13$, $p=7$.

Dan is $x=4$ het getal der perſoonen.

$y=78$ ieders deel.

$xy=312$ de geheele ſom.

By gevolg moeten a en b altoos zodanig gegeeven worden, dat a door b deelbaar zy; ook moet p grooter dan $\frac{a}{b}$ zyn.

Or-

OPLOSSING van het I. LID.

Stel het getal der Perſoonen $= x$; en ieders deel $= y$: dan is de geheele ſom $= xy$.

De 1ſte neemt a.

rest $xy - a$

$\frac{1}{p}$

$\frac{xy-a}{p}$

a by

$\frac{xy + p-1 \cdot a}{p}$ het deel des 1ſten.

van xy afgetr.

rest $\frac{p-1 \cdot xy - p-1 \cdot a}{p}$

$xy + p-1 \cdot a = py$

$xy = py - p-1 \cdot a$

$\frac{xy+p-1 \cdot a}{p} = y$

De 2de neemt $a+b$

rest $\frac{p-1 \cdot xy - 2p-1 \cdot a-bp}{p}$

$\frac{1}{p}$

$\frac{p-1 \cdot xy-2p-1 \cdot a-bp}{p^2}$

afg. $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{a+b.by}{p} \\ \dfrac{\overline{p-1}.xy+\overline{p-1}|^{n}.a+\overline{p-1}.bp}{p^{n}} \text{ het deel der zaden.} \\ = \dfrac{pxy+\overline{p^{n}-p}.a}{p^{n}} = \dfrac{xy+\overline{p-1}.a}{p} \end{array}\right.$

$$\frac{xy+\overline{p-1}.a-\overline{p-1}.bp}{p^{n}} = o$$

Dus $y = \overline{p-1}.bp - \overline{p-1}.a$

Maar $xy = py - \overline{p-1}.a.$

Derhalven $py = \overline{p-1}.bp$ $\quad xy = \overline{p-1}.bp - \overline{p-1}.a$

$p = \overline{p-1}.b$

$y = \overline{p-1}.b$

$x = p - \dfrac{a}{b}$ het getal der perſoonen.

Neem $a = 39$, $b = 13$, $p = 7$.

Dan is $x = 4$ het getal der perſoonen.

$y = 78$ ieders deel.

$xy = 312$ de geheele ſom.

By gevolg moeten a en b altoos zodanig gegeeven worden, dat a door b deelbaar zy; ook moet p grooter dan $\dfrac{a}{b}$ zyn.

Op-

OPLOSSING van het II. LID.

Om te bewyzen, dat de ſommen welke de Perſoonen het eerst in-zich nemen, van den eerſten tot den laatſten, in eene *Arithmetiſche Progreſſie* moeten opklimmen, zo laat geſteld worden, dat a, b, c, &c. die ſommen uitdrukken; dan hebben wy, door de voorgaande bewerking, $\frac{p-1 \cdot xy-p-1 \cdot a}{p}$, $\frac{p-1 \cdot xy-p-1 \cdot a}{p}$, voor de reſt, na dat de 1ſte zyn aandeel ontfangen heeft.

Hier af neemt de 2de... b

reſt $\frac{p-1 \cdot xy-p-1 \cdot a-bp}{p}$

$\frac{1}{p}$

$\frac{p-1 \cdot xy-p-1 \cdot a-bp}{p^2}$

b by

$\frac{p-1 \cdot xy-p-1 \cdot a+bp \cdot p-1}{p^2}$ het deel des tweeden.

PL. I.

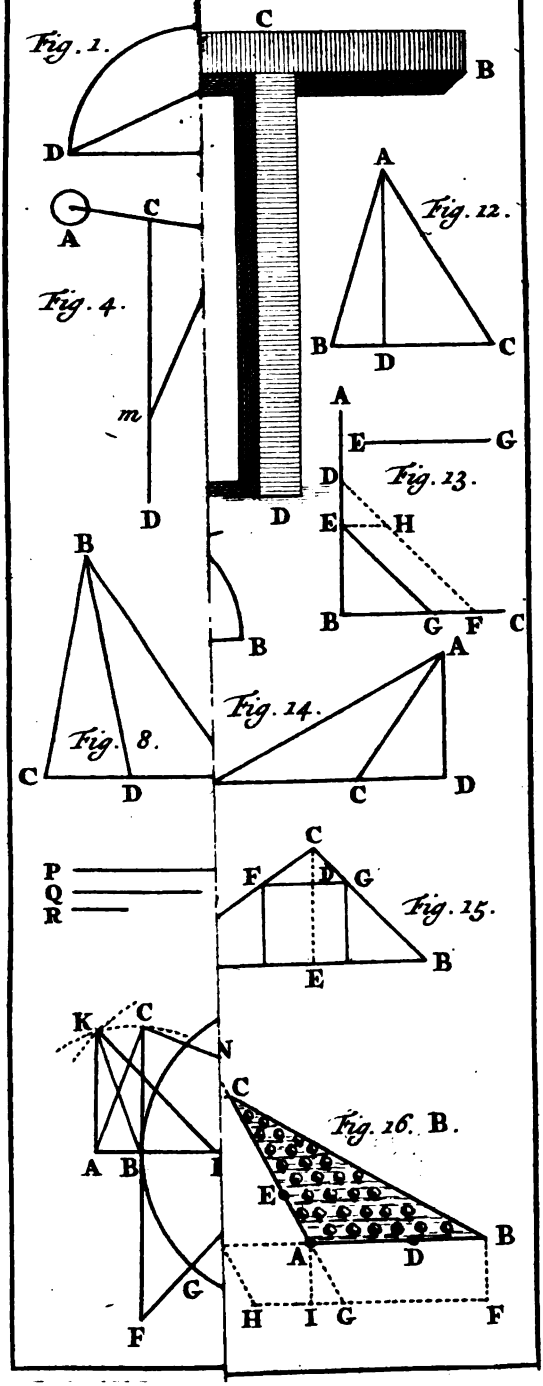


Fig. 1.
C
B
D
A
C
Fig. 4.
m
D
D
A
Fig. 12.
B
D
C
A
E
G
D
Fig. 13.
E
H
B
G
F
C
B
B
Fig. 8.
C
D
A
Fig. 14.
C
D
C
P
Q
R
F
D
G
Fig. 15.
E
B
K
C
N
C
Fig. 16. B.
A
B
I
E
B
A
D
G
H
I
G
F
F

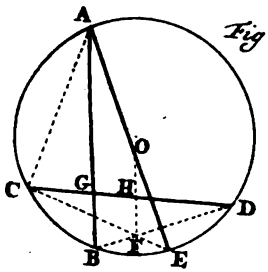


Fig. 34.

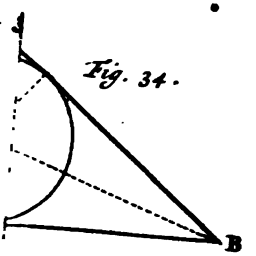
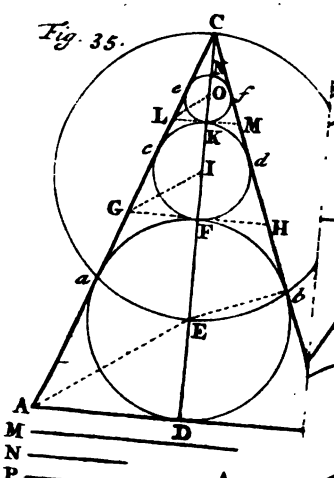
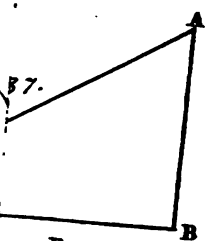


Fig. 35.



37.



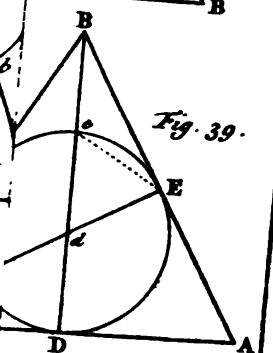
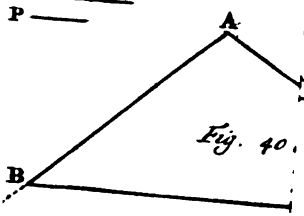


Fig. 39.

Fig. 40.



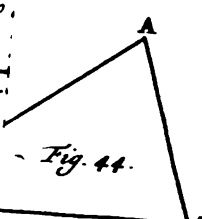
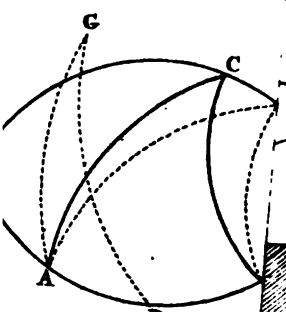


Fig. 44.



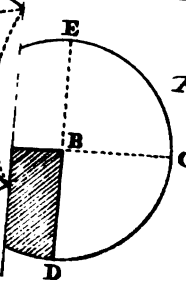


Fig. 45.

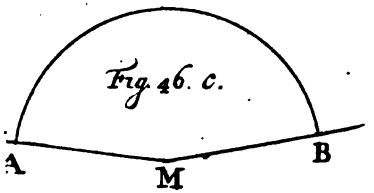


Fig. 46. c.

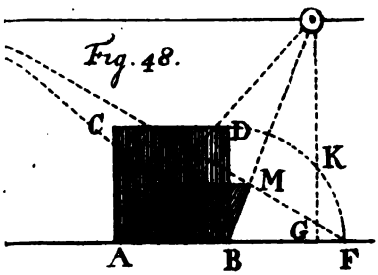
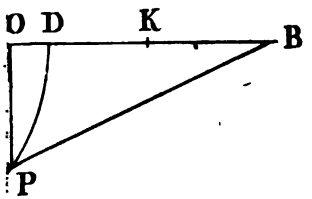


Fig. 48.



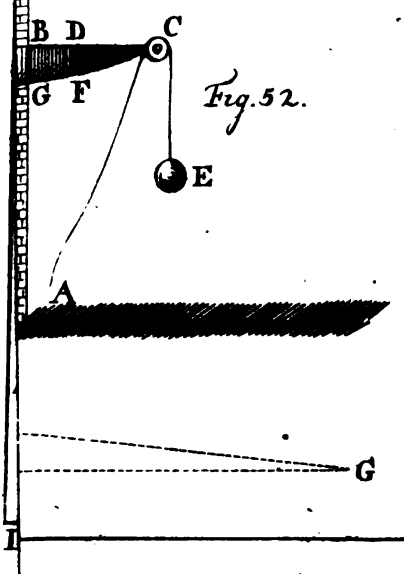


Fig. 52.

Fig.56 II.

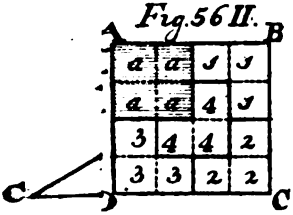


Fig.57.

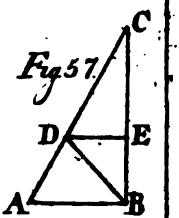


Fig.60.

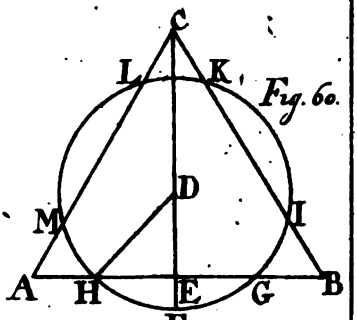


Fig.5.

Fig.61. 63.

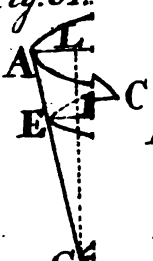


Fig.64.

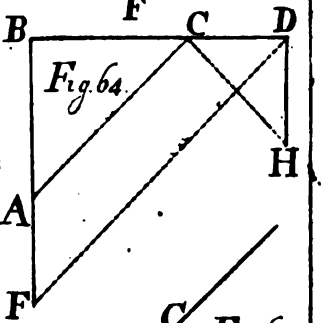


Fig.68.

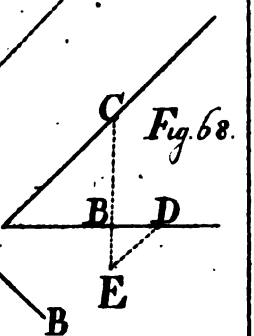


Fig.67.

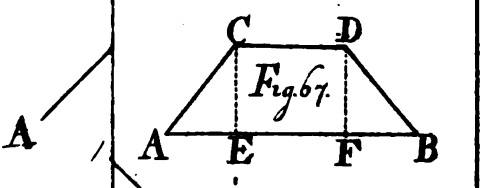


Fig. 56 II.

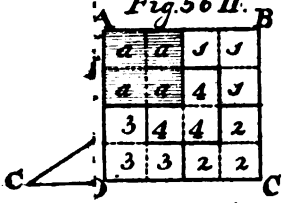


Fig. 57.

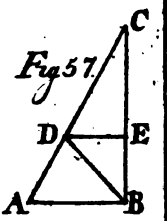


Fig. 60.

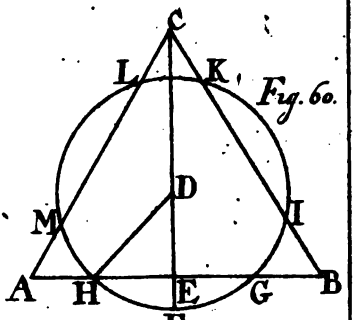


Fig. 51.

Fig. 61. 63.

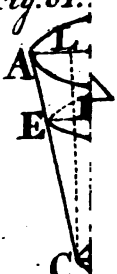


Fig. 64.

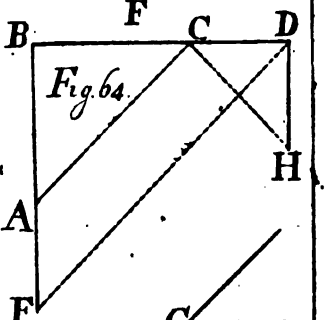


Fig. 68.

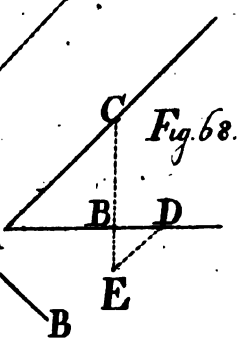
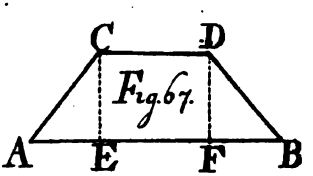
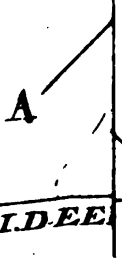
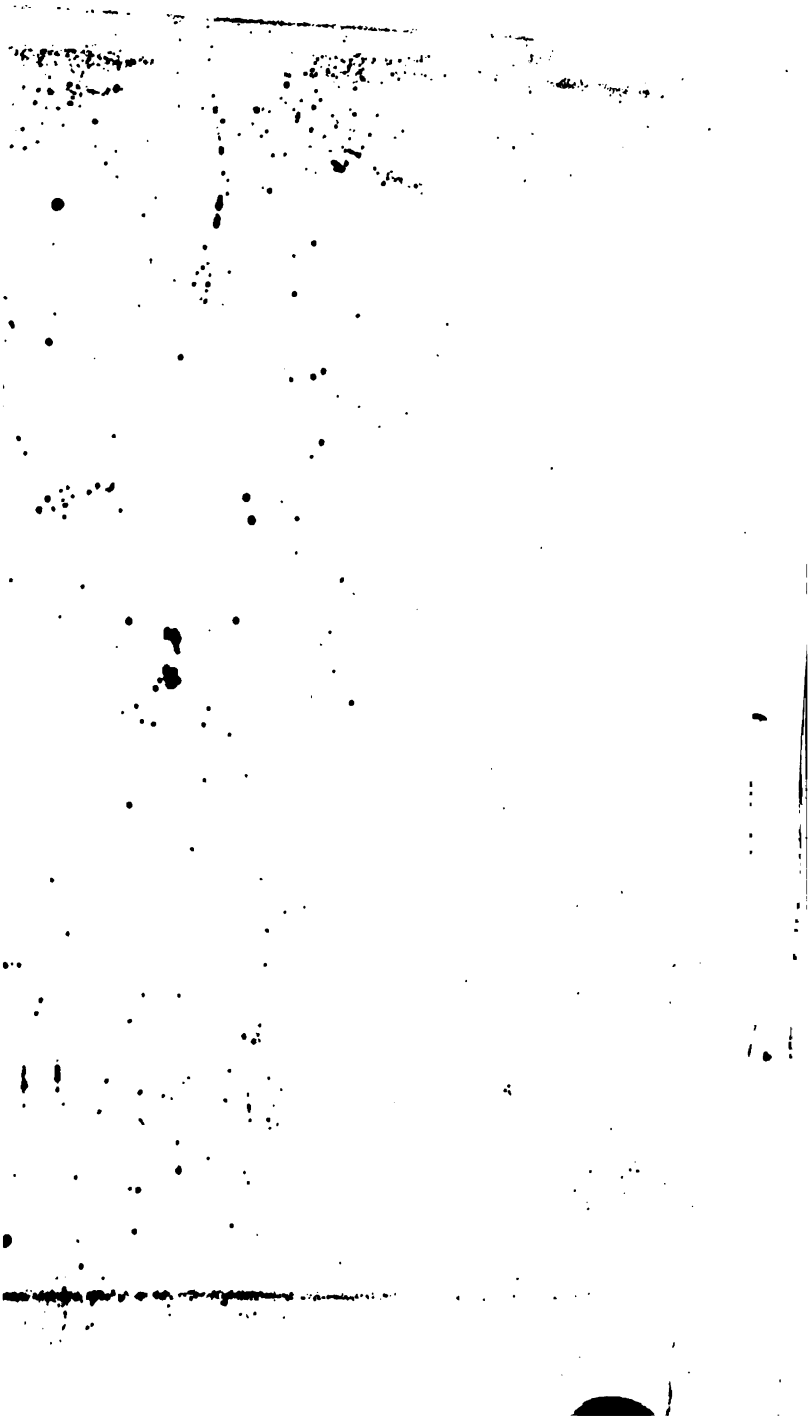
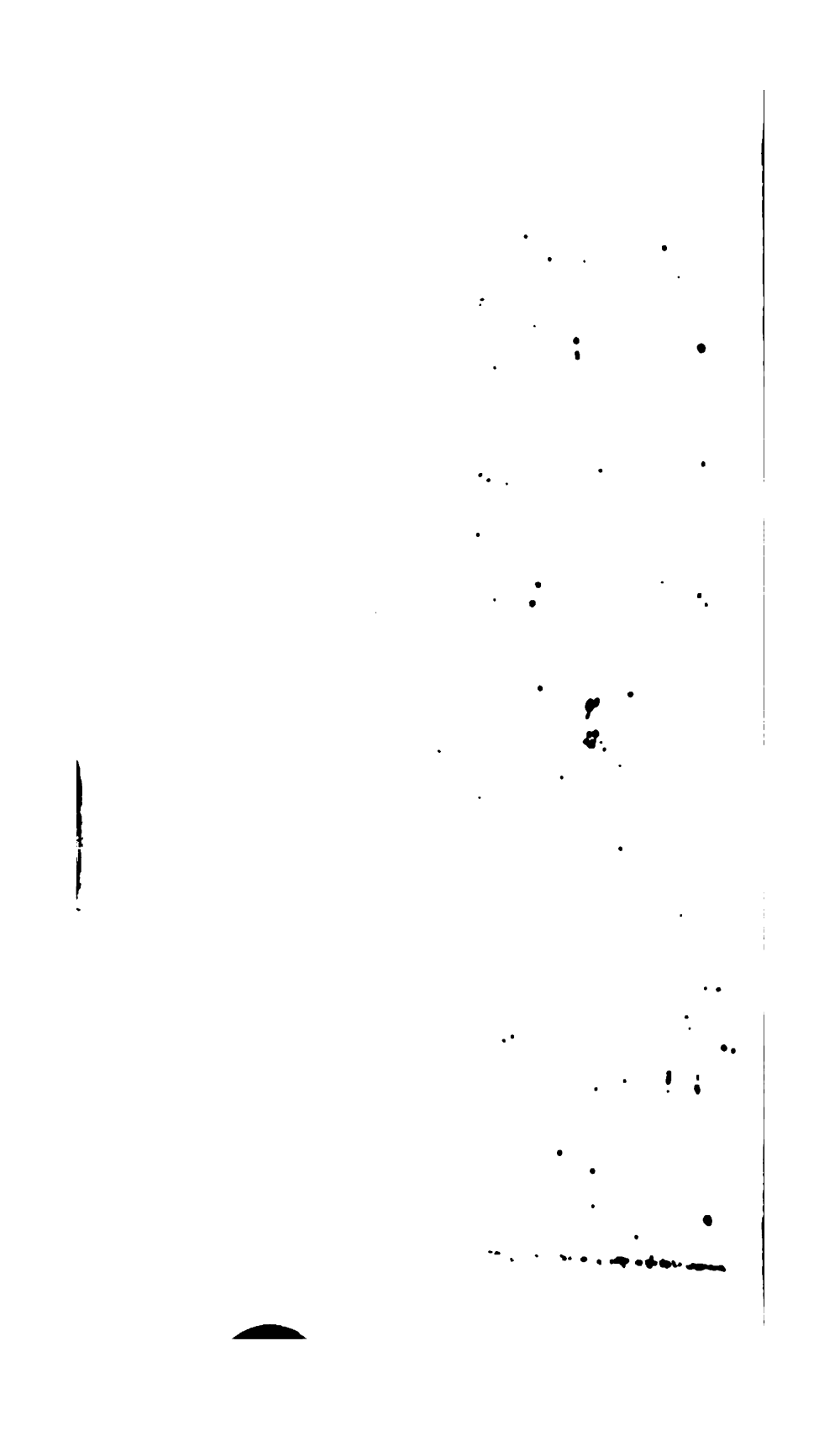


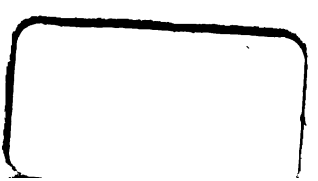
Fig. 67.









THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY
REFERENCE DEPARTMENT

This book is under no circumstances to be taken from the Building